

**ESCUELA DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA  
UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA**

**DETERMINACIÓN DE LOS ESFUERZOS DINÁMICOS  
VERTICALES Y LATERALES EN EL EJE DE LA RUEDA DEL  
TREN DE ATERRIZAJE DELANTERO DE UN AVIÓN LIGERO**

**PROYECTO FIN DE CARRERA INGENIERÍA INDUSTRIAL  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA**

**Autor: Sergio Ignacio Valenciano Muela**

**Director: Mario Maza Frechín**

# ÍNDICE

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN .....	8
1.1 Introducción.....	8
1.2 Objetivo del proyecto.....	9
1.3 Organización del proyecto.....	9
CAPÍTULO 2: EL TREN DE ATERRIZAJE EN UN AVIÓN LIGERO .....	10
2.1 Introducción.....	10
2.2 Tipos de trenes de aterrizaje.....	10
2.2.1 Tren Convencional.....	12
2.2.2 Tren Triciclo .....	12
CAPÍTULO 3: DINAMICA VERTICAL: ELEMENTOS Y SISTEMAS .....	15
3.1 Introducción.....	15
3.2 Elementos de los sistemas de suspensión.....	15
3.2.1 Neumáticos.....	15
3.2.2 Elementos elásticos de la suspensión. Muelles.....	17
3.2.3 Elementos amortiguadores .....	18
3.2.4 Elementos amortiguadores en la aviación .....	19
3.3 Sistemas de suspensión .....	24
3.3.1 Sistemas elementales.....	24
3.3.2 Sistemas con amortiguador hidroneumático.....	27
CAPÍTULO 4: AEROPLANO DE ESTUDIO.....	29
4.1 Introducción.....	29
4.2 Ficha técnica .....	30
4.3 Determinación de las magnitudes necesarias para la simulación. ....	33
4.3.1 Distancias de los trenes delantero y trasero al C.G.....	33
4.3.2 Rigidez de los neumáticos .....	36
4.3.3 Rigidez de la suspensión.....	38
4.3.4 Momentos de inercia. ....	41
4.3.5 Coeficientes de amortiguamiento. ....	42
4.4 Resumen especificaciones tren de aterrizaje:.....	43
CAPÍTULO 5: ESTUDIO DEL PAVIMENTO .....	45
5.1 Introducción.....	45
5.1.1 Textura del pavimento, conceptos básicos.....	45
5.1.2 Irregularidad del pavimento .....	47

5.2 Bache y escalón simple.....	49
5.3 Barrido Senoidal.....	50
5.4 Perfil real de pista.....	50
5.5 Aterrizaje .....	51
CAPÍTULO 6: MODELOS DE DINAMICA VERTICAL .....	53
6.1 Modelo de 2 Grados de Libertad.....	53
6.1.1 Descripción del modelo. ....	53
6.1.2 Representación Estado-Espacio del modelo de 2 GDL.....	55
6.1.3 Relación Estado-Espacio – ecuaciones dinámicas del sistema .....	56
6.2 Simulaciones del modelo 2 GDL utilizando la representación Estado-Espacio.....	57
6.2.1 Bache en pista .....	59
6.2.2 Escalón en pista .....	60
6.2.3 Barrido Senoidal .....	62
6.2.4 San Francisco 28R .....	64
6.2.5 Aterrizaje crítico .....	66
6.3 Modelo de 4 Grados de Libertad.....	68
6.3.1 Descripción del modelo .....	68
6.3.2 Representación de Estado-Espacio del modelo de 4 GDL.....	70
6.4 Simulaciones del modelo 4 GDL utilizando la representación Estado-Espacio.....	72
6.4.1 Bache en pista .....	73
6.4.2 Escalón en pista .....	74
6.4.3 Barrido senoidal.....	75
6.4.4 San Francisco 28R .....	76
6.4.5 Aterrizaje crítico .....	78
6.5 Modelo de 6 Grados de Libertad.....	79
6.5.1 Descripción del Modelo .....	79
6.5.2 Representación de Estado-Espacio del modelo de 6 GDL.....	82
6.6 Simulaciones del modelo 6 GDL utilizando la representación Estado-Espacio.....	84
6.6.1 Bache en pista .....	85
6.6.2 Escalón en pista .....	86
6.6.3 Barrido senoidal.....	87
6.6.4 San Francisco 28R .....	88
6.6.5 Aterrizaje crítico .....	90
6.6.6 Escalón 3D .....	91
CAPÍTULO 7: CONCLUSIONES .....	93

CAPÍTULO 8: ALCANCE Y LINEAS FUTURAS DE ESTE PROYECTO.....	94
CAPÍTULO 9: BIBLIOGRAFÍA.....	95
Anexo A: Ficheros de Matlab.....	97
Anexo B: Circular de asesoramiento 25.491-1, FAA .....	111

## ÍNDICE FIGURAS

Fig. 2.1 Esquema de un tren de aterrizaje retráctil (1).....	11
Fig. 2.2 Disposiciones del tren de aterrizaje (2).....	11
Fig. 2.3 Configuración y Nomenclatura del tren convencional (3).....	12
Fig. 2.4 Configuración y Nomenclatura del tren triciclo (3) .....	13
Fig. 2.5 Disposición de las ruedas en los aviones de pasajeros (1) .....	14
Fig. 3.1 Sección rueda avión (4) .....	16
Fig. 3.2 Sección neumático (4) .....	16
Fig. 3.3 Detalle llanta avión (4) .....	17
Fig. 3.4 Cálculo fuerzas en muelle (5) .....	17
Fig. 3.5 Cálculo fuerzas en amortiguador (5).....	19
Fig. 3.6 Amortiguador hidroneumático (6).....	19
Fig. 3.7 Sección de un amortiguador hidroneumático (7) .....	20
Fig. 3.8 Sección de un amortiguador hidroneumático (8) .....	21
Fig. 3.10 Fuerza elástica vs Carrera amortiguador teórica 2 .....	23
Fig. 3.11 Condiciones de trabajo (7).....	25
Fig. 3.12 Estructura tubular (7) .....	25
Fig. 3.13 Detalle unión con fuselaje mediante discos de goma (10).....	25
Fig. 3.14 Estructura plana en un Cessna (7) .....	26
Fig. 3.15 Estructura plana (7) .....	26
Fig. 3.16 Eficiencia de los amortiguadores hidroneumáticos (10).....	27
Fig. 3.17 Suspensión con tijera (1) .....	27
Fig. 3.18 Suspensión con rueda tirada (1).....	27
Fig. 3.19 Tren de aterrizaje principal de un Boeing 777-300 (1) .....	28
Fig. 3.20 Tren de aterrizaje principal de un Antonov An-124 (1).....	28
Fig. 4.1 Beechcraft Baron B55 (11) .....	29
Fig. 4.2 Cotas del Beechcraft Baron B55.....	32
Fig. 4.3 Fuerzas en un aeroplano .....	33
Fig. 4.4 Estaciones carga y momentos combustible (12).....	34

Fig. 4.5 Desplazamientos del C.G. según condiciones de carga (12) .....	34
Fig. 4.6 Estimación línea referencia y C.G.....	35
Fig. 4.7 Curva de deflexión normalizada (16).....	38
Fig. 4.8 Inercias según tipo de avión (18).....	41
Fig. 4.9 Ejes del avión .....	44
Fig. 5.1 Porcentaje accidentes según fase vuelo (20) .....	45
Fig. 5.2. Concepto de microtextura y macrotextura (21).....	46
Fig. 5.3 Efectos de la textura según su longitud de onda (21).....	47
Fig. 5.4 Comparación de los criterios de irregularidad (23) .....	48
Fig. 5.5 Escalón .....	49
Fig. 5.6 Barrido Senoidal .....	50
Fig. 5.7 Perfil San Francisco 28R .....	51
Fig. 5.8 Ángulos de descenso (25) .....	51
Fig. 6.1 Principales elementos del modelo de cuarto de vehículo.....	53
Fig. 6.2 Representación del modelo de cuarto de vehículo.....	53
Fig. 6.3 Modelo Simulink (2GDL delantero).....	58
Fig. 6.4 Modelo Simulink (2GDL trasero).....	58
Fig. 6.5 Movimientos para un bache (2GDL delantero) .....	59
Fig. 6.6 Movimientos para un bache (2GDL trasero) .....	59
Fig. 6.7 Velocidades para un bache (2GDL delantero).....	60
Fig. 6.8 Velocidades para un bache (2GDL trasero).....	60
Fig. 6.9 Movimientos para un escalón (2GDL delantero).....	60
Fig. 6.10 Movimientos para un escalón (2GDL trasero).....	61
Fig. 6.11 Velocidades para un escalón (2GDL delantero) .....	61
Fig. 6.12 Velocidades para un escalón (2GDL trasero) .....	61
Fig. 6.13 Movimientos para un barrido senoidal (2GDL delantero).....	62
Fig. 6.14 Frecuencia natural del sistema (2GDL delantero).....	62
Fig. 6.15 Movimientos para un barrido senoidal (2GDL trasero) .....	63
Fig. 6.16 Frecuencia natural del sistema (2GDL trasero) .....	63
Fig. 6.17 Movimientos para San Francisco 28R (2GDL delantero).....	64
Fig. 6.18 Velocidades para San Francisco 28R (2GDL delantero) .....	64
Fig. 6.19 Densidad espectral de San Francisco 28R (2GDL delantero) .....	65
Fig. 6.20 Densidad espectral de San Francisco 28R (2GDL trasero) .....	65
Fig. 6.21 Movimientos para Aterrizaje crítico (2GDL delantero) .....	66
Fig. 6.22 Movimientos para Aterrizaje crítico (2GDL trasero) .....	66

Fig. 6.23 Velocidades para Aterrizaje crítico (2GDL delantero) .....	67
Fig. 6.24 Velocidades para Aterrizaje crítico (2GDL trasero).....	67
Fig. 6.25 El modelo de 4-GDL. ....	68
Fig. 6.26 Representación del modelo de 4GDL.....	68
Fig. 6.27 Modelo Simulink (4GDL).....	72
Fig. 6.28 Movimientos para un bache (4GDL) .....	73
Fig. 6.29 Velocidades para un bache (4GDL).....	73
Fig. 6.30 Movimientos para un escalón (4GDL).....	74
Fig. 6.31 Velocidades para un escalón (4GDL) .....	74
Fig. 6.32 Movimientos para un barrido senoidal (4GDL).....	75
Fig. 6.33 Frecuencia natural del modelo (4GDL) .....	75
Fig. 6.34 Movimientos para pista San Francisco 28R (4GDL) .....	76
Fig. 6.35 Velocidades para pista San Francisco 28R (4GDL).....	76
Fig. 6.36 Densidad espectral de San Francisco 28R (4GDL) .....	77
Fig. 6.37 Movimientos para Aterrizaje crítico (4GDL) .....	78
Fig. 6.38 Velocidades para Aterrizaje crítico (4GDL).....	78
Fig. 6.39 El modelo de 6GDL.....	79
Fig. 6.40 Representación del modelo de 6GDL.....	79
Fig. 6.41 Modelo Simulink (6GDL).....	84
Fig. 6.42 Movimientos para un bache (6GDL) .....	85
Fig. 6.43 Velocidades para un bache (6GDL).....	85
Fig. 6.44 Movimientos para un escalón (6GDL).....	86
Fig. 6.45 Velocidades para un escalón (6GDL) .....	86
Fig. 6.46 Movimientos para un barrido senoidal (6GDL).....	87
Fig. 6.47 Frecuencia natural del modelo (6GDL) .....	87
Fig. 6.48 Movimientos para pista San Francisco 28R (6GDL) .....	88
Fig. 6.49 Velocidades para pista San Francisco 28R (6GDL).....	88
Fig. 6.50 Densidad espectral de San Francisco 28R (6GDL) .....	89
Fig. 6.51 Movimientos para Aterrizaje crítico (6GDL) .....	90
Fig. 6.52 Velocidades para Aterrizaje crítico (6GDL).....	90
Fig. 6.53 Movimientos para un escalón 3D (6GDL) .....	91
Fig. 6.54 Balanceo para un escalón 3D (6GDL) .....	91
Fig. 6.55 Cabeceo para un escalón 3D (6GDL).....	92
Fig. 6.56 Velocidades para un escalón 3D (6GDL).....	92

## ÍNDICE TABLAS

Tabla 4.1 Masas y Equilibrio Baron B55 .....	36
Tabla 4.2 Especificaciones Goodyear. [18].....	37
Tabla 4.3 Especificaciones Goodyear S.I. ....	37
Tabla 4.4 Estimación rigidez neumáticos.....	37
Tabla 4.5 Estimación rigidez amortiguadores .....	38
Tabla 4.6 Estimación 2 rigidez amortiguadores .....	40
Tabla 4.7 Ratios de inercia según tipo de aeronave [5].....	42
Tabla 5.1 Clasificación de los tipos de textura, longitudes de onda y amplitudes. [25].....	46
Tabla 6.1 Definiciones del modelo 2GDL.....	58
Tabla 6.2 Definiciones del modelo 4GDL.....	72
Tabla 6.3 Definiciones del modelo 6GDL.....	84

## TERMINOLOGÍA

<b>OACI</b>	<b>Organización de Aviación Civil Internacional</b>	<i>(International Civil Aviation Organization o ICAO)</i>
<b>FAA</b>	<b>Administración Federal de Aviación</b>	<i>(Federal Aviation Administration)</i>
<b>FAR</b>	<b>Regulaciones Federales de Aviación</b>	<i>(Federal Aviation Regulations)</i>
<b>AESA</b>	<b>Agencia Europea de Seguridad Aérea</b>	<i>(European Aviation Safety Agency o EASA)</i>
<b>C.G.</b>	<b>Centro de gravedad</b>	
<b>C.S.</b>	<b>Centro de sustentación o centro de presiones. Es el punto donde se considera aplicada la fuerza de sustentación</b>	

# CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

---

## 1.1 Introducción

Aunque a priori parezca de poca importancia la suspensión de un avión debido al poco tiempo y espacio que se usa, es un elemento de vital importancia y de su diseño y buen comportamiento dependerá en buen grado la seguridad de la aeronave y sus pasajeros, así como la comodidad y sensación de seguridad de estos últimos.

La velocidad de descenso de un avión, es decir la componente vertical de la velocidad de éste, en el momento del aterrizaje es decisiva, y será la máxima sollicitación del sistema de amortiguación.

La expresión “energía de descenso” se emplea frecuentemente y es la energía cinética asociada a la velocidad vertical. El sistema deberá absorber esta energía de descenso. La cubierta o neumático, al ser un elemento elástico, es el primer elemento que absorbe tal impacto, pero a día de hoy no es suficiente; en los primeros años de la aviación era el único elemento destinado a este fin, pero con el aumento de tamaño de las aeronaves y por lo tanto su peso, se necesita un sistema específico para esta tarea. Así el tren de aterrizaje debe poseer un sistema de amortiguación para poder disminuir y controlar el impacto.

El peso total del avión, su distribución sobre las ruedas principales y la proa ó popa, la velocidad de descenso, la cantidad de unidades de ruedas, las dimensiones y presión de los neumáticos y otros, son los factores que influyen sobre la amortiguación del choque. El sistema de suspensión del avión debe de transmitir aceleraciones moderadas en la aeronave sea cual sea la calidad del pavimento para evitar que la estructura del avión no resulte expuesta a fuerzas excesivas.

Al pensar en estas fuerzas, se puede incurrir en el error de considerar sólo fuerzas puntuales, los estudios actuales han demostrado que también se deben considerar las fuerzas cíclicas, ya que estas son las responsables de los fallos a fatiga.

Entonces, la función del amortiguador del tren de aterrizaje es reducir la velocidad vertical del avión a cero y mantener en un determinado rango su aceleración, de tal forma que la reacción del suelo nunca exceda de un cierto valor, generalmente un múltiplo del peso del avión, en el aterrizaje.

Otra de las finalidades es permitir al avión que se desplace sobre tierra, tanto en la carrera de despegue, en el aterrizaje, y al trasladarse de un lugar a otro, fase que se conoce como taxi.

El sistema de suspensión de una aeronave es muy similar al de un vehículo, por ello en este proyecto se utilizarán los modelos más usados en la simulación del comportamiento dinámico vertical de vehículos. Al fin y al cabo el comportamiento del tren de aterrizaje de una aeronave en modo taxi es similar al de un vehículo de tres ruedas.

Desde el desarrollo de los turismos como medio de transporte y su utilización a gran escala se han propuesto distintas soluciones para hacer automóviles más seguros y cómodos para

los pasajeros. Uno de los principales sistemas utilizados para conseguir un vehículo cómodo a la vez que seguro es el sistema de suspensión.

## **1.2 Objetivo del proyecto**

Este proyecto aborda el estudio de la dinámica vertical del tren delantero de un avión ligero mediante modelos de simulación.

El modelo más usado en la dinámica vertical de vehículos es el modelo de cuarto de vehículo o de De Carbon. Mediante la adaptación de éste y sus derivados al tren de aterrizaje de un aeroplano, se obtendrán los modelos matemáticos para así analizar la respuesta de estos modelos en determinadas situaciones con ayuda de herramientas de software matemático.

## **1.3 Organización del proyecto.**

1	INTRODUCCIÓN
2	EL TREN DE ATERRIZAJE EN UN AVIÓN LIGERO Descripción de los diferentes tipos de trenes de aterrizaje, clasificación, configuración y nomenclatura de éstos
3	DINAMICA VERTICAL. ELEMENTOS Y SISTEMAS Descripción de los diferentes elementos que componen un sistema de suspensión, ecuaciones de comportamiento. Sistemas de suspensión en la aviación
4	AEROPLANO DE ESTUDIO Ficha técnica y planos del Beechcraft B55. Determinación de magnitudes necesarias para este proyecto.
5	ESTUDIO DEL PAVIMENTO Influencia del pavimento, características y normativa de éste. Modelización del pavimento
6	MODELOS DE DINAMICA VERTICAL Descripción de los modelos de 2, 4 y 6 Grados de libertad desarrollados en este proyecto. Cálculo de la representación estado – espacio de los modelos. Resultados de la simulación de los modelos
7	ALCANCE Y LINEAS FUTURAS DE ESTE PROYECTO
8	BIBLIOGRAFÍA

# CAPÍTULO 2: EL TREN DE ATERRIZAJE EN UN AVIÓN LIGERO

---

## 2.1 Introducción

Se denomina tren de aterrizaje al conjunto de ruedas, soportes, amortiguadores y otros elementos que un avión utiliza para aterrizar, despegar o maniobrar sobre el suelo.

El tren de aterrizaje es la parte de la estructura del avión usada tanto en el despegue como en el aterrizaje. Éste soporta la nave cuando no está en vuelo, permitiendo el despegue, aterrizaje y modo taxi sin daños.

Aunque por su denominación, el tren de aterrizaje parece sugerir una única función a este sistema, realmente cumple varias funciones:

- Servir de soporte al aeroplano y mantenerlo estable en el suelo durante la carga, descarga y fase taxi.
- Posibilitar el movimiento y las maniobras del avión en superficie. Las operaciones en superficie exigen del tren de aterrizaje capacidades de direccionamiento y frenado.
- Proveer una cierta distancia de seguridad entre el suelo y otros componentes del avión como las alas, hélices y fuselaje, para prevenir cualquier daño producido por el contacto de éstos con el suelo.
- Amortiguar el impacto del aterrizaje. para esto debe ser capaz de absorber impactos de cierta magnitud.
- Facilitar el despegue permitiendo la aceleración y rotación de la aeronave con la fricción más baja posible.

## 2.2 Tipos de trenes de aterrizaje

Una primera clasificación podría ser:

- a) Trenes fijos.
- b) Trenes retráctiles.

Los trenes fijos son los que, durante el vuelo se encuentran permanentemente expuestos a la corriente de aire. Se usan solamente en aviones pequeños y de baja velocidad de crucero, donde el aumento de peso por agregado de un sistema de retracción influirá

desfavorablemente sobre el peso total y la ganancia en velocidad no mejoraría mucho las prestaciones.

Los trenes retractiles son los que esconden sus ruedas en el fuselaje del avión una vez realizado el despegue, para así mejorar la aerodinámica de la nave. Hoy en día casi todos los aviones utilizan esta solución.

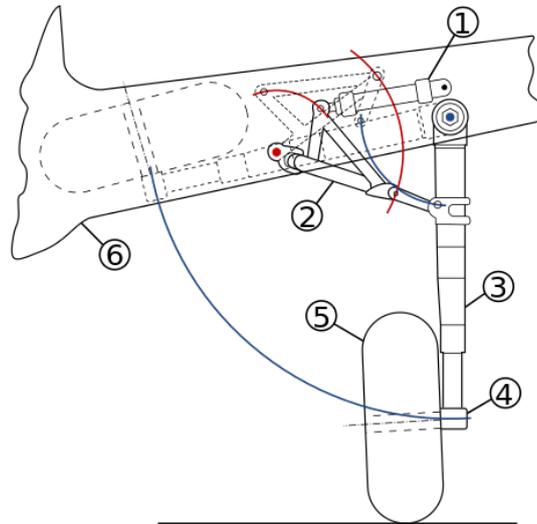


Fig. 2.1 Esquema de un tren de aterrizaje retráctil (1)

La clasificación más importante es según la DISPOSICIÓN DEL TREN DE ATERRIZAJE.

Existen dos disposiciones básicas:

- a) Tren Convencional
- b) Tren Triciclo

A su vez existen numerosas variantes a los dos anteriores que pueden ser denominados como: tren bicicleta (comunes a los ultraligeros), cuadraciclos o multiciclos (aviones comerciales).

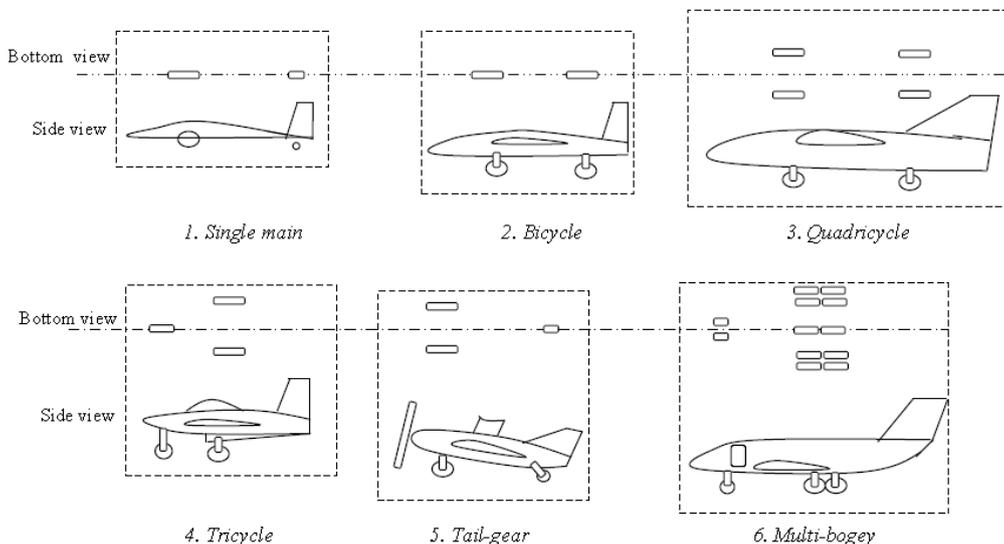


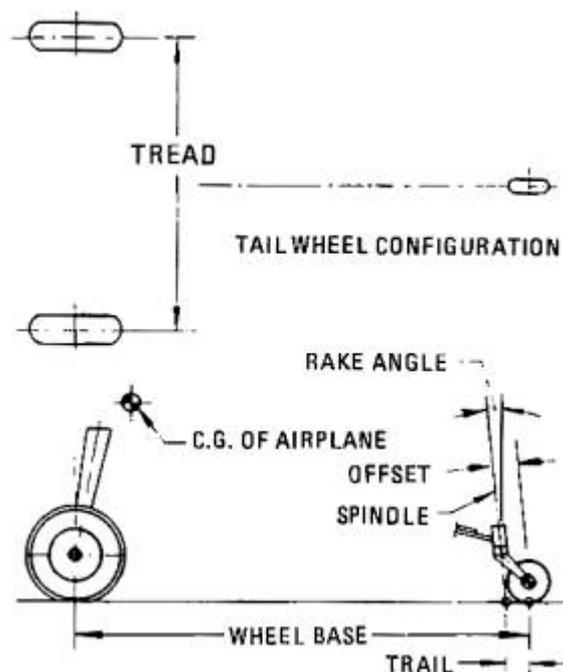
Fig. 2.2 Disposiciones del tren de aterrizaje (2)

### 2.2.1 Tren Convencional

El tren Convencional está constituido por dos montantes de aterrizaje debajo del ala o del fuselaje a la altura del ala y una rueda o patín de cola.

Este tipo de tren de aterrizaje posee varios inconvenientes:

- No permite buena visibilidad del piloto ya que para que el avión quede en posición horizontal, debe llevar una velocidad tal que produzca una sustentación en el empenaje que eleve la rueda de cola.
- En el aterrizaje, la tercera rueda se descarga a consecuencia del par originado por el frenado, lo que genera una mala estabilidad direccional y se puede correr el riesgo de que un frenado excesivo puede hacer capotar la aeronave.



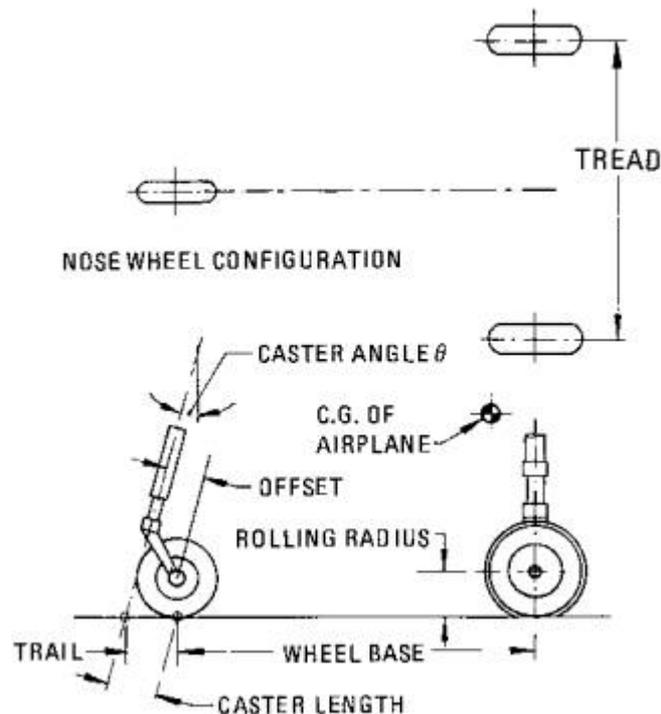
*Fig. 2.3 Configuración y Nomenclatura del tren convencional (3)*

### 2.2.2 Tren Triciclo

El tren Triciclo está constituido por dos montantes principales debajo del ala o del fuselaje y un montante en la nariz del avión. El montante de nariz posee un dispositivo de dirección.

- El tren triciclo tiene la misma misión que el tren convencional, pero, simplifica la técnica del aterrizaje y permite posar el avión en tierra en posición horizontal, eliminando el peligro del capotaje, aun cuando se apliquen los frenos durante el aterrizaje.

- La estabilidad que proporciona el tren triciclo en el aterrizaje con viento de cola o viento cruzado, gracias a la posición del centro de gravedad, delante de las ruedas principales, y el recorrido en línea horizontal en el aterrizaje y despegue, son las ventajas más importantes. Esta condición es de especial importancia para los aviones que deben aterrizar o despegar en pistas pequeñas, con viento de costado.



*Fig. 2.4 Configuración y Nomenclatura del tren triciclo (3)*

En realidad todos los aviones son triciclos, pero ésta denominación se ha generalizado para los que llevan la tercera rueda en la proa.

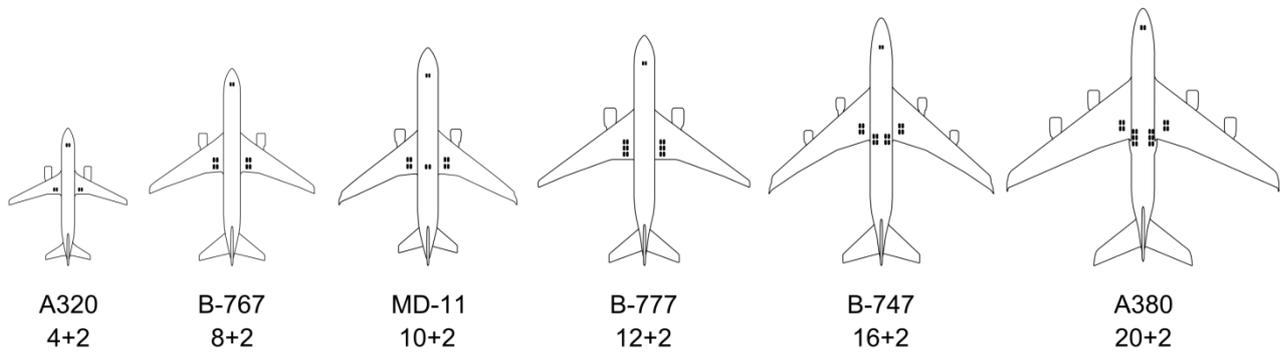
La ubicación del tren de aterrizaje con respecto al centro de gravedad es importante, ya que de ella depende que un avión obtenga malas o buenas condiciones de despegue o aterrizaje.

En un tren común con rueda de cola (convencional), el centro de gravedad (c.g.), debe encontrarse detrás de las ruedas principales, mientras que en un tren triciclo en el cual la tercera rueda se encuentra en la proa, debe estar situado ligeramente delante de las ruedas principales.

Los triciclos con rueda delantera poco cargada llevan traseras situadas a poca distancia del centro de gravedad. Un 90% de la carga descansa sobre el tren principal y solo un 10 % sobre la rueda de proa.

Las ruedas de proa más cargadas permiten un frenado más eficaz y proporcionan una mayor estabilidad direccional en el aterrizaje.

Por todas las ventajas que esta configuración tiene sobre el tren convencional actualmente todos los aviones usan esta configuración aunque con más o menos ruedas o trenes de aterrizaje dependiendo del tamaño de la aeronave.



*Fig. 2.5 Disposición de las ruedas en los aviones de pasajeros (1)*

# CAPÍTULO 3: DINAMICA VERTICAL: ELEMENTOS Y SISTEMAS

---

## **3.1 Introducción**

La respuesta de las aeronaves a las acciones del piloto sobre los diversos mandos de éstas y al entorno (terreno, atmósfera) dependen de los elementos y sistemas que están en contacto con el suelo.

Este proyecto presenta los elementos más comúnmente utilizados en los aviones ligeros.

Al igual que en los automóviles, los primeros modelos de aviones ligeros carecían de estos sistemas o presentaban sistemas muy elementales de suspensión. Éstos han ido evolucionando a través del avance de la ingeniería en sistemas más complejos que aportan mejor amortiguación de las irregularidades del terreno añadiendo mejor capacidad de control y seguridad para la aeronave además de confort para los pasajeros.

Las analogías con el sistema de suspensión de un vehículo son muy evidentes y por lo tanto se pueden aplicar la metodología de cálculo, diseño y análisis desarrollada para éstos. En el caso de la existencia de notables diferencias, se ha consultado numerosa bibliografía específica propia de la ingeniería aeronáutica para su muestra, análisis e implementación en este proyecto.

## **3.2 Elementos de los sistemas de suspensión**

El comportamiento dinámico de un vehículo queda definido fundamentalmente por sus dimensiones, pesos y por su sistema de suspensión. El sistema de suspensión queda definido a su vez por su elemento elástico (muelle, barra de torsión ballesta, etc.), su elemento amortiguador y las ruedas.

### **3.2.1 Neumáticos**

Desde el principio de su concepción inicial, alrededor de 1877, el neumático ha estado sujeto a continuos desarrollos y mejoras. Primeramente debió de satisfacer los requerimientos de confort de las bicicletas y posteriormente los requerimientos mucho más exigentes de la industria automovilística y la aviación.

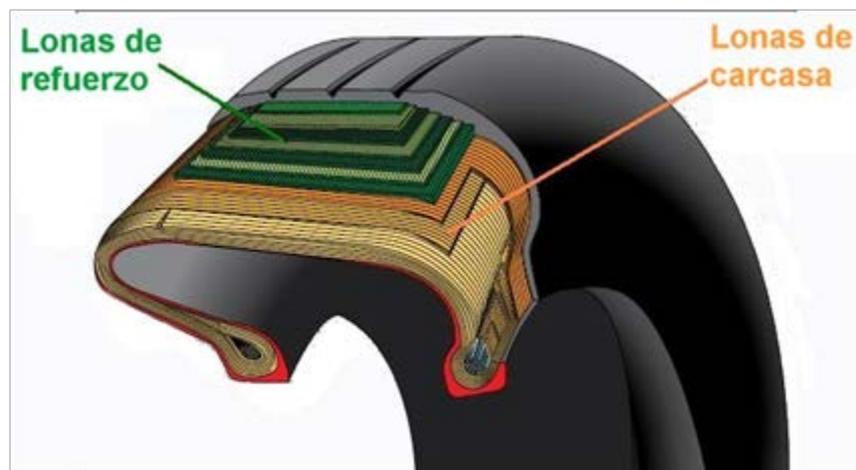
Dos son las configuraciones internas básicas de los neumáticos: neumáticos radiales y neumáticos diagonales. El neumático presenta un comportamiento diferente en cada una de las tres direcciones del espacio. Las fuerzas de contacto entre el suelo y el neumático son fundamentales para la estabilidad, control y guiado de los vehículos.

En nuestro caso concreto cabe remarcar las diferencias existentes con los neumáticos empleados en aviación:



*Fig. 3.1 Sección rueda avión (4)*

El dibujo del neumático de un avión es longitudinal, ya que no están destinados a proporcionar esfuerzos de tracción, y las acanaladuras longitudinales les proporcionan buena estabilidad direccional.



*Fig. 3.2 Sección neumático (4)*

Se pueden distinguir dos partes en las lonas que forman el neumático del avión: lonas de carcasa, que serían más numerosas que las del neumático del automóvil pero colocadas igual, y lonas de refuerzo que ocupan solo las bandas de rodadura.

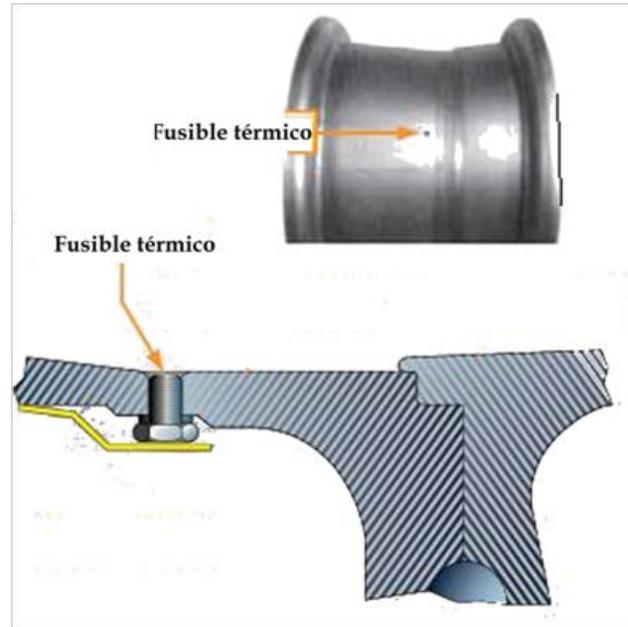


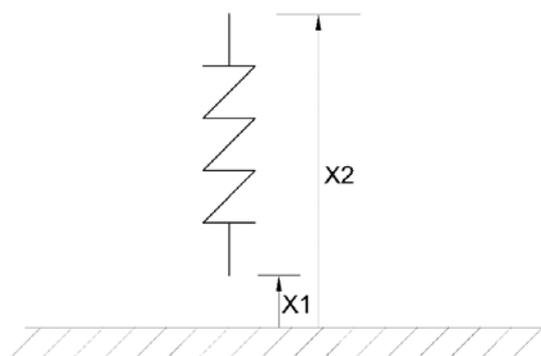
Fig. 3.3 Detalle llanta avión (4)

Los neumáticos de un avión pueden alcanzar temperaturas elevadas en caso de un despegue abortado o en un aterrizaje utilizando la frenada máxima. Para evitar que los neumáticos revienten, la llanta lleva un fusible térmico, éste fusible se desintegra al alcanzar una temperatura determinada provocando el desinflado del neumático.

### 3.2.2 Elementos elásticos de la suspensión. Muelles

Todos los sistemas de suspensión contienen un elemento elástico: muelles, barras de torsión, acumuladores de gas, ballestas, etc. La misión del elemento elástico de la suspensión de un vehículo es soportar el peso propio del vehículo y absorber las irregularidades de la carretera. Como el elemento elástico no disipa energía, las oscilaciones del vehículo deben de ser detenidas por la acción de los amortiguadores, como se explicará posteriormente.

El modelo más simplificado para el elemento elástico de una suspensión es el muelle lineal, que proporciona una fuerza proporcional a su elongación. La ecuación correspondiente se da a continuación:



$$\bar{F}_{muelle} = -K(\bar{x}_2 - \bar{x}_1)$$

Dónde:

$$\bar{F}_{muelle} = \text{fuerza ejercida por el muelle [N]}$$

$$K = \text{constante de rigidez del muelle [N/m]}$$

$$\bar{x}_1 = \text{desplazamiento del extremo del muelle [m]}$$

Fig. 3.4 Cálculo fuerzas en muelle (5)

Los muelles se clasifican generalmente según el material de construcción y según la forma en que los esfuerzos sobre el muelle producen tensiones (muelles lineales helicoidales, de torsión,...). El muelle helicoidal para coches y la ballesta para camiones son las formas más comunes.

En el caso de la aviación, raras veces se suelen utilizar muelles helicoidales, en su lugar se utilizan amortiguadores neumáticos, que como veremos al final de esta sección, estos combinan la función de un muelle y la función de un amortiguador en un solo elemento.

### **3.2.3 Elementos amortiguadores**

Al amortiguador se le conoce normalmente como “absorbedor” de vibraciones o absorbedor de irregularidades (“damper” o “shock absorber” en terminología inglesa). En realidad, las irregularidades de la carretera son absorbidas por la deformación de los neumáticos y los muelles o elementos elásticos de la suspensión. Los amortiguadores realizan dos funciones principales:

- Confort: disipar la energía del movimiento vertical de ruedas y carrocería para mantener estas oscilaciones dentro de rangos aceptables desde el punto de vista del confort.
- Seguridad: asegurar el contacto entre la carretera y la rueda en todo momento, evitando que ésta rebote y pierda el contacto con el suelo.

Un vehículo (desde el punto de vista de la dinámica vertical) se puede considerar como un conglomerado de masas y muelles que oscilan como consecuencia de las irregularidades del terreno. En consecuencia, la sintonía entre el valor de todos los parámetros de definición de los elementos de la suspensión es necesaria para impedir desplazamientos excesivos y/o minimizar las resonancias de los elementos. Las teorías clásicas de sistemas vibratorios utilizan casi siempre el concepto de amortiguador lineal – fuerza proporcional a la velocidad de extensión – principalmente porque este concepto proporciona ecuaciones para las cuales las soluciones pueden ser bien entendidas y documentadas, y además este modelo es aceptablemente realista.

En realidad no hay ninguna obligación de que el amortiguador tenga estas características, sin embargo los amortiguadores hidráulicos modernos presentan aproximadamente este comportamiento. Esto se debe a que los fabricantes de amortiguadores consideran este hecho deseable y no a la conveniencia de los estudios teóricos.

La historia del amortiguador es tan antigua como el propio desarrollo de los coches. A lo largo de la historia se han desarrollado, patentado y utilizado distintos tipos de amortiguadores. Cada tipo de amortiguador presenta unas ventajas particulares, aunque los hidráulicos, especialmente los telescópicos, son prácticamente el estándar a seguir. Hay varias configuraciones posibles, pero el principio fundamental de funcionamiento exige el movimiento de un fluido viscoso a través de un estrangulamiento.

La ecuación más simple que define el comportamiento de los amortiguadores se da a continuación. En ella se puede ver claramente cómo el amortiguador es un elemento que ejerce una fuerza que se opone linealmente a la velocidad relativa entre sus extremos, o expresado de otra forma, se opone a la velocidad de extensión o contracción:

$$\bar{F} = -c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)$$

Dónde:

$\bar{F}$  = fuerza ejercida por el amortiguador [N]

$c$  = constante del amortiguador [N \* s/m]

$\dot{x}_1$  = velocidad del amortiguador [m/s]

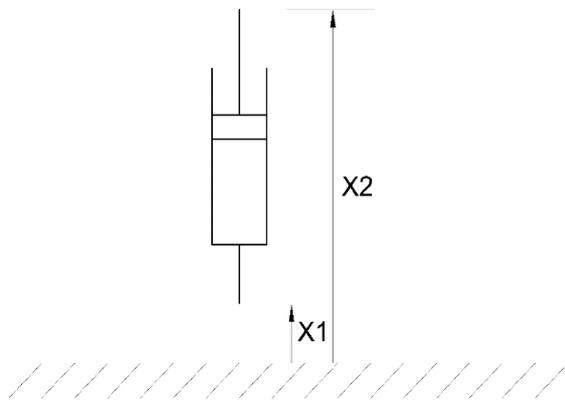


Fig. 3.5 Cálculo fuerzas en amortiguador (5)

### 3.2.4 Elementos amortiguadores en la aviación

El amortiguador hidroneumático es el tipo de elemento más usado en aviación. Ya sea por su simplicidad de construcción, su fácil mantenimiento o por su diseño compacto. Además este elemento combina las funciones de muelle y amortiguador.

Constan básicamente de un cilindro exterior, la pata del tren de aterrizaje, y otro interior, el pistón, al que va unida la rueda.

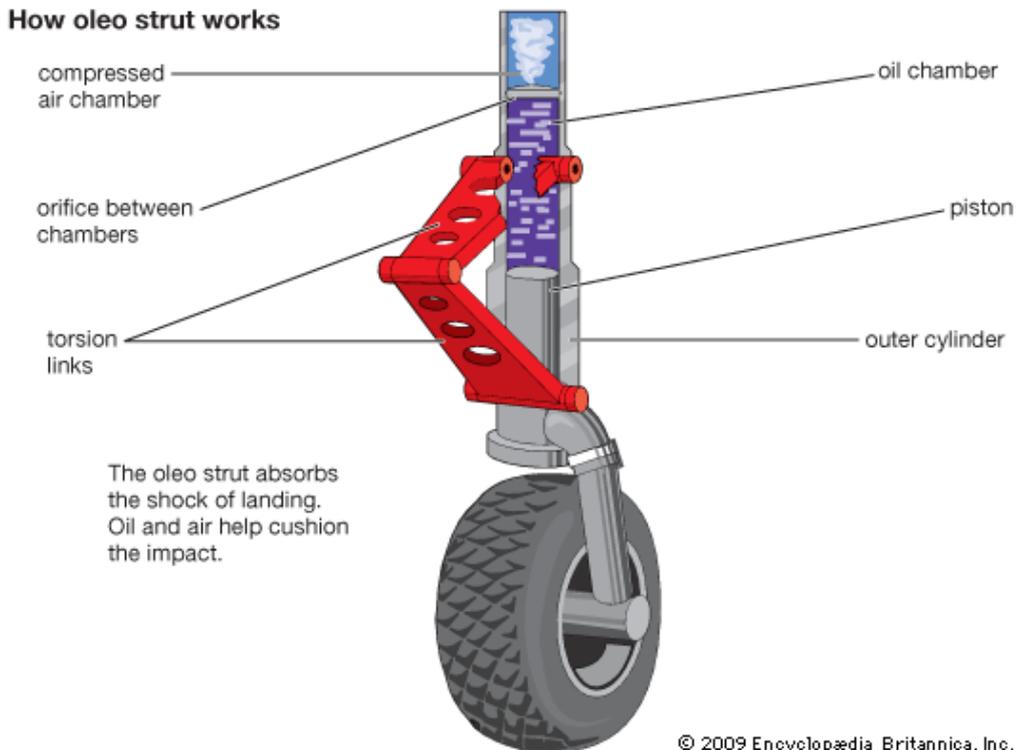
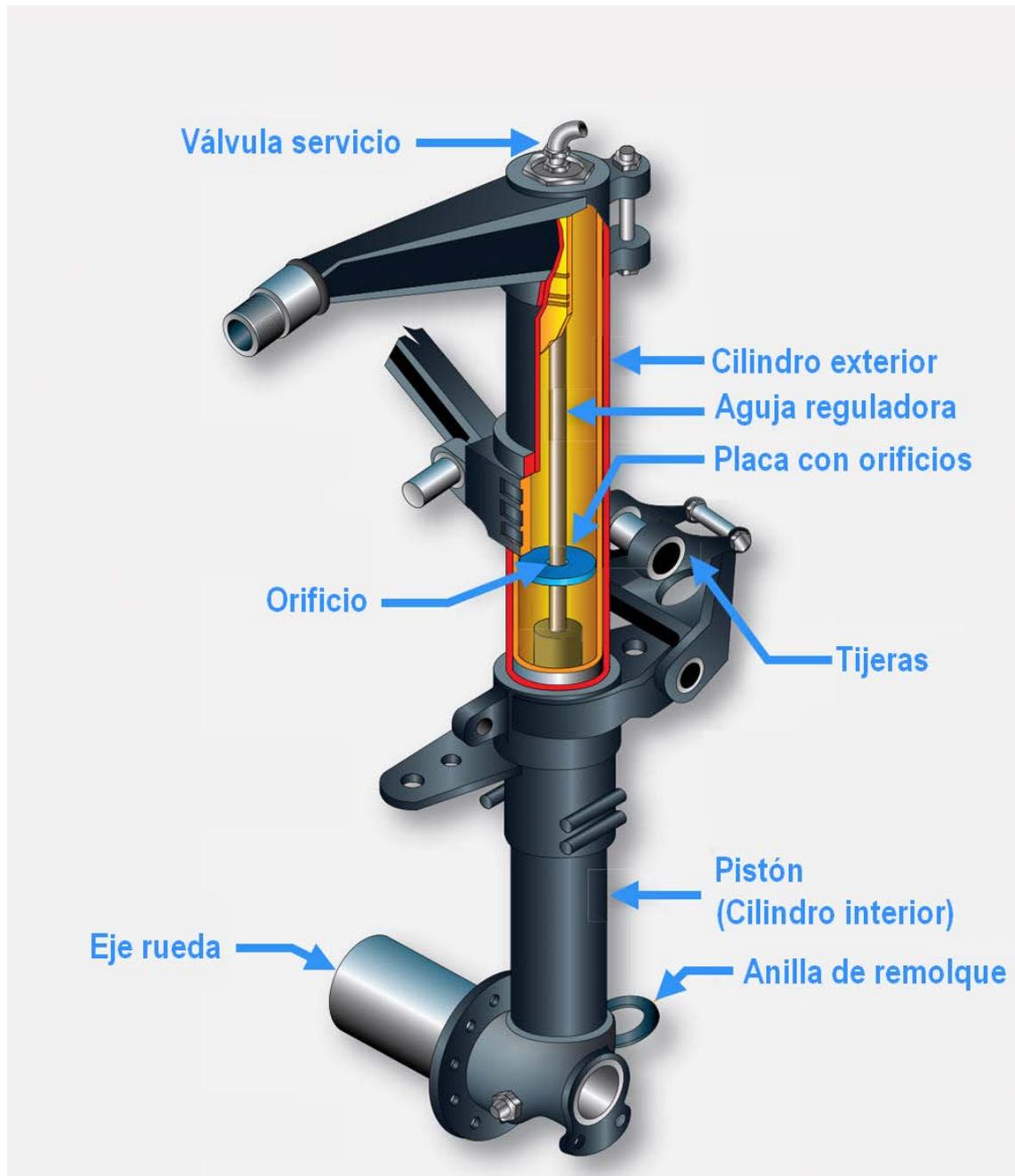


Fig. 3.6 Amortiguador hidroneumático (6)

Para evitar el giro del pistón, ambos cilindros van unidos por medio de una tijera, ésta también limita la extensión del amortiguador cuando la aeronave está en el aire.



*Fig. 3.7 Sección de un amortiguador hidroneumático (7)*

Interiormente existen dos cámaras de volumen variable, una de aire a presión y otra con líquido hidráulico. Estas dos cámaras están unidas a través de un orificio. Dentro de este orificio, y sujeto al cilindro interior se desplaza una aguja reguladora que controla el paso del líquido hidráulico de una cámara a otra.

Los amortiguadores de los aviones, excepto raras excepciones, no llevan incorporados muelles. La cámara de aire a presión es la que realiza las funciones del muelle. El desplazamiento del líquido hidráulico de una cámara a otra, o mejor dicho su viscosidad, es la que hace las funciones de amortiguación.

El muelle será el encargado de almacenar la energía de impacto y después la devolverá provocando un movimiento vertical oscilante. A medida que el amortiguador se retrae el índice de rigidez aumenta, ya que el aire se está comprimiendo, mientras que la viscosidad del aceite o líquido hidráulico amortigua la oscilación.

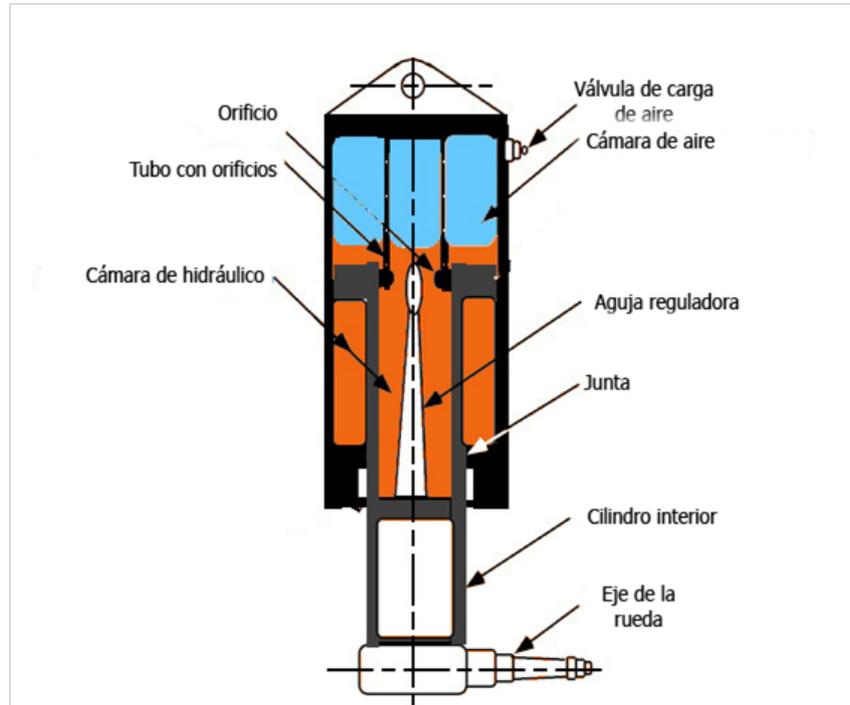


Fig. 3.8 Sección de un amortiguador hidroneumático (8)

Con el avión en tierra el amortiguador está extendido lo necesario para absorber las cargas ejercidas sobre el tren de aterrizaje y el líquido hidráulico permanece en la parte inferior.

Cuando el avión despegue se extiende el amortiguador y, al disminuir el tamaño de la cámara del líquido, éste es forzado a pasar, a través del orificio cuyo paso está controlado por la aguja reguladora, a la cámara de aire. De esta forma se consigue que el amortiguador se extienda suavemente.

En el aterrizaje ocurre lo contrario, la cámara del aire se reduce al comprimirse el amortiguador y el líquido pasa a su cámara, también a través de orificio controlado por la aguja reguladora. De esta forma se absorbe el impacto del avión contra el suelo.

A continuación se muestran y analizan las ecuaciones que rigen el funcionamiento de este elemento.

### Funcionamiento como muelle

Según (9) por un lado tenemos una cámara de aire que es comprimida por un aceite, ésta realiza las funciones de un muelle.

La compresión – expansión se rige por la ley de compresión de los gases:

$$P * V^\gamma = P_0 * V_0^\gamma \quad \text{o escrito de otra forma} \quad P = P_0 * \left(\frac{V_0}{V}\right)^\gamma$$

El volumen de aire instantáneo siempre será la diferencia entre el volumen inicial y el producto del área del pistón o área hidráulica por la carrera de este.

$$V = V_0 - A_h * s$$

Por lo que tenemos que la presión en cualquier momento es:

$$P = P_0 * \left(\frac{V_0}{V_0 - A_h * s}\right)^\gamma \quad y \quad P = \frac{F}{A_h}$$

$$\frac{F}{A_h} = P_0 * \left(\frac{V_0}{V_0 - A_h * s}\right)^\gamma$$

$$F = P_0 * A_h * \left(\frac{V_0}{V_0 - A_h * s}\right)^\gamma$$

En estas ecuaciones el exponente politrópico efectivo depende del ratio de compresión. Este exponente estará en el rango de 1 a 1,4 ya que 1 corresponde a una compresión isoterma y 1,4 a una compresión adiabática. Si la compresión es lenta, el proceso puede considerarse isoterma, en cambio para compresiones rápidas el proceso puede considerarse adiabático.

El proceso termodinámico real que ocurre en el pistón es complicado de determinar, debido a la mezcla violenta del fluido hidráulico y el aire en la cámara superior durante un impacto. El efecto de estos fenómenos no está claro, pero experimentalmente se ha llegado a la conclusión de que un valor de 1,1 es una buena aproximación.

A la vista de la última ecuación resulta difícil ver que el comportamiento elástico del amortiguador pueda ser modelado como un simple muelle lineal, para hacer más fácil esta tarea se ha procedido a dibujar la curva de respuesta elástica del amortiguador con unos valores ejemplo para las constantes  $A_h, V_0$  y  $P_0$ .

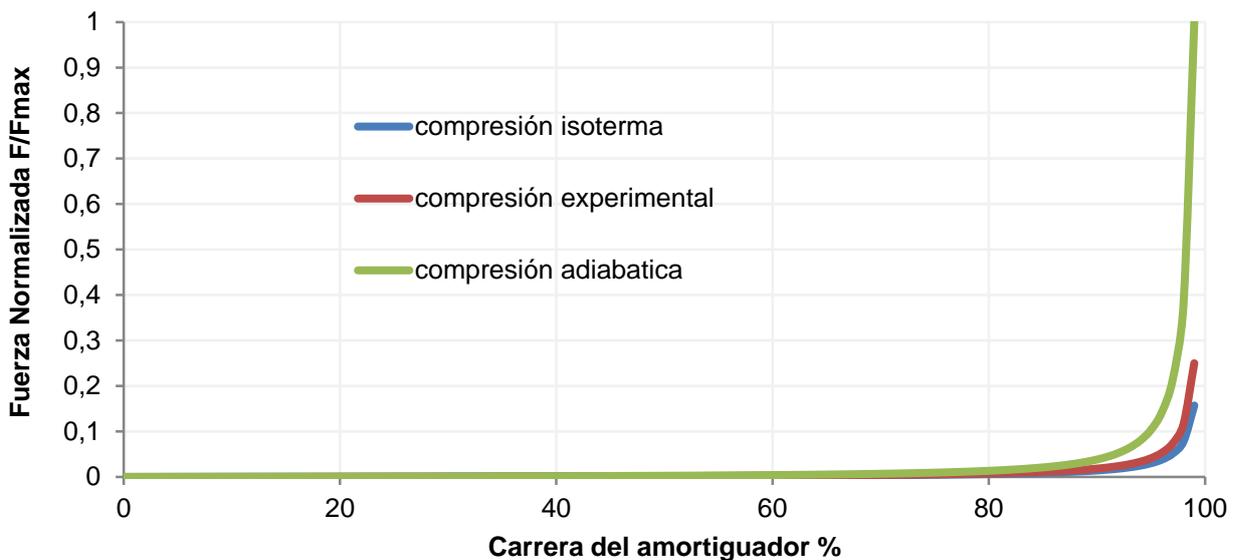


Fig. 3.9 Fuerza elástica vs Carrera amortiguador teórica

En esta primera gráfica se ha supuesto que  $A_h * s \leq V_0$ . En la realidad  $A_h * s$  nunca llegará a ser igual a  $V_0$  y no es deseable ya que la presión en el interior del amortiguador aumentaría hasta el infinito. Si imponemos, por ejemplo, que la carrera máxima del amortiguador sólo pueda llegar hasta el 80% de  $V_0$  ...

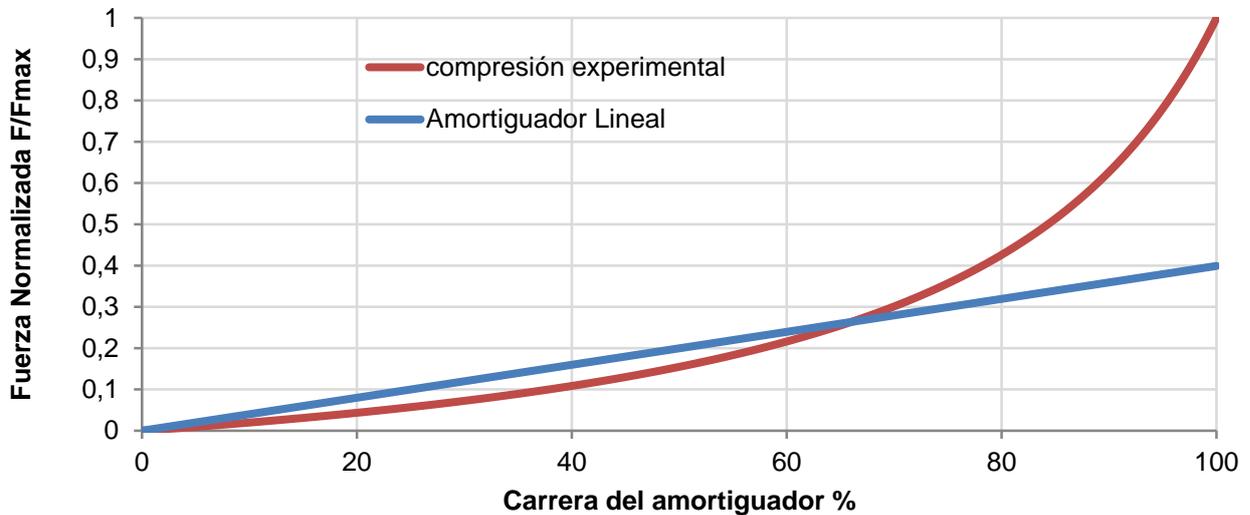


Fig. 3.10 Fuerza elástica vs Carrera amortiguador teórica 2

La curva elástica del amortiguador toma una forma más adecuada y su aproximación lineal es más que aceptable, sobre todo, en sus rangos de trabajo más comunes.

**Funcionamiento como amortiguador**

Por otro lado el paso del aceite de una cámara a otra por los orificios existentes entre ellas, realiza la función de amortiguación. La fuerza hidráulica puede ser obtenida mediante la ecuación de descarga de un fluido a través de un orificio.

$$Q = C_d A_o \sqrt{\frac{2}{\rho} * (P_h - P_n)}$$

Dónde:

$$Q = \text{Tasa de descarga volumétrica [m}^3/\text{s]}$$

$$C_d = \text{Coeficiente de descarga [adimensional]}$$

$$A_o = \text{Area de los orificios [m}^2\text{]}$$

$$P_h = \text{Presión hidráulica o presión en la cámara inferior [N/m}^2\text{]}$$

$$P_n = \text{Presión neumática o presión en la cámara superior [N/m}^2\text{]}$$

$$\rho = \text{densidad [Kg/m}^3\text{]}$$

La tasa de descarga volumétrica puede ser también expresada como el producto de la velocidad del pistón por el área hidráulica

$$Q = A_h * \dot{s}$$

Igualando las expresiones anteriores y operando en la ecuación:

$$A_h * \dot{s} = C_d A_o \sqrt{\frac{2}{\rho}} * (P_h - P_n)$$

$$A_h^2 * \dot{s}^2 = \frac{2 C_d^2 A_o^2}{\rho} * (P_h - P_n)$$

$$P_h - P_n = \frac{\rho * A_h^2}{2 * C_d^2 * A_o^2} * \dot{s}^2$$

La fuerza hidráulica es la presión resultante por el área hidráulica

$$F_h = \frac{\rho * A_h^3}{2 * C_d^2 * A_o^2} * \dot{s}^2$$

En este caso, la fuerza será proporcional al cuadrado de la velocidad de compresión o expansión y no proporcional a la velocidad como se supone en un amortiguador lineal, pero en la práctica, se ha demostrado que las aproximaciones lineales implican errores pequeños en los regímenes de trabajo normales.

### **3.3 Sistemas de suspensión**

Se considera un sistema de suspensión al conjunto formado por los elementos antes descritos. Dependiendo del tipo de aeronave y su peso, poseerá un sistema de suspensión más o menos complejo. A continuación se muestran los más típicos.

#### **3.3.1 Sistemas elementales**

El sistema de amortiguación más elemental está constituido por una barra elástica (en inglés, Spring Steel Strut), que une la rueda al fuselaje del avión. Estas barras suelen ser de materiales fuertes y elásticos como el acero, aluminio o composites. Mecánicamente actúan como una viga en voladizo para ayudar a absorber el impacto del aterrizaje y suelen ser usados en mono motores pequeños. A veces la unión con el fuselaje del avión se realiza por medio de discos de goma que proporcionan la absorción necesaria.

El movimiento elástico de las patas del tren ayuda al efecto de amortiguación.

En la siguiente figura se muestra un tren tipo "Spring Steel Strut" en las tres condiciones de trabajo.

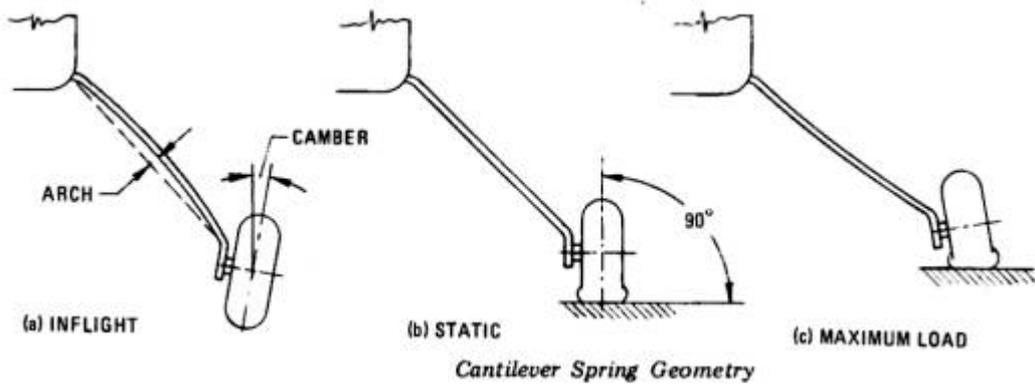


Fig. 3.11 Condiciones de trabajo (7)



Fig. 3.12 Estructura tubular (7)

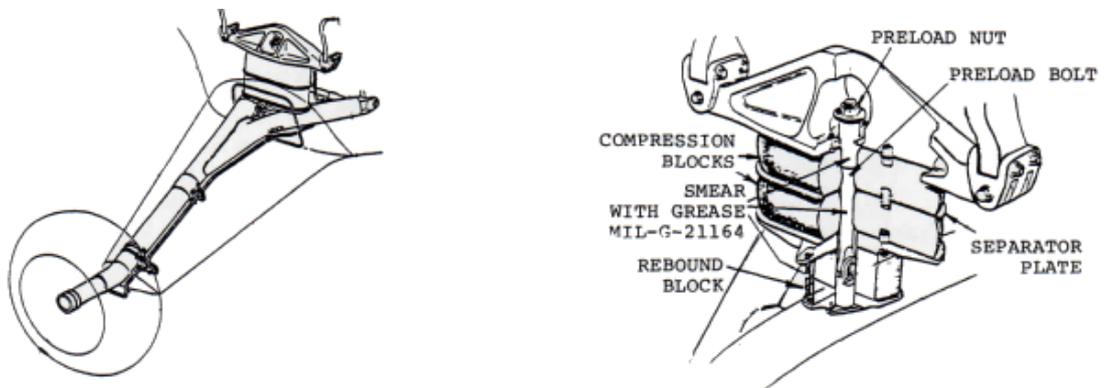


Fig. 3.13 Detalle unión con fuselaje mediante discos de goma (10)



*Fig. 3.14 Estructura plana en un Cessna (7)*



*Fig. 3.15 Estructura plana (7)*

Estos sistemas de suspensión tienen una capacidad limitada de amortiguación, ya que no hay ningún elemento específico destinado para ello o es muy simple.

**3.3.2 Sistemas con amortiguador hidroneumático**

Son los más usados en la actualidad. Tienen la mayor eficiencia de todos los tipos de amortiguadores usados en la aviación, la mayor disipación de energía y además el mejor factor eficiencia / peso.

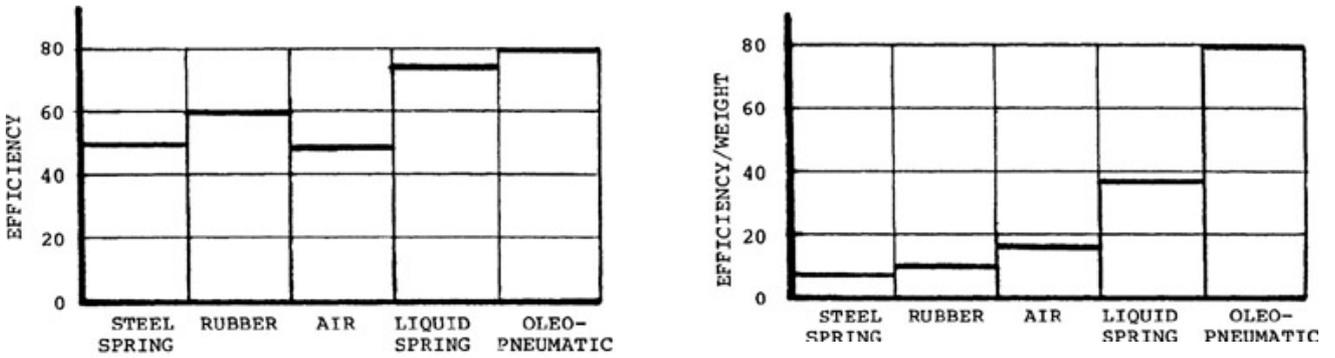


Fig. 3.16 Eficiencia de los amortiguadores hidroneumáticos (10)

A continuación se muestran varios aviones que implementan este sistema



Fig. 3.17 Suspensión con tijera (1)



Fig. 3.18 Suspensión con rueda tirada (1)



*Fig. 3.19 Tren de aterrizaje principal de un Boeing 777-300 (1)*



*Fig. 3.20 Tren de aterrizaje principal de un Antonov An-124 (1)*

## CAPÍTULO 4: AEROPLANO DE ESTUDIO

---

### 4.1 Introducción

Este proyecto es continuación de otro en el cual se disponía de una bancada en la que se había fijado la nariz de un avión ligero para la evaluación del sistema de suspensión delantero. El modelo del que provenía la nariz era un Beechcraft Baron B55 de 1980.

Este modelo fue introducido en el mercado en 1964 y fue producido hasta 1982. Dispone de 4 a 6 asientos, su peso máximo ronda los 2300 Kg y es propulsado por dos motores Continental, lo que le permite alcanzar velocidades de crucero de 350 Km/h a 2100 m de altura.



Fig. 4.1 Beechcraft Baron B55 (11)

## 4.2 Ficha técnica

El manual de vuelo de un avión (Pilot's Operating Handbook en inglés o simplemente sus siglas: POH) es un libro que contiene la información requerida para operar la aeronave de manera segura y eficiente. Normalmente suelen contener la siguiente información:

Características generales.

Límites de operación.

Procedimientos de operación normal y de emergencia.

Datos Técnicos.

Funcionamiento y rendimiento.

Lista de pesos y equilibrio de los equipos.

Manejo y mantenimiento.

A partir del manual de vuelo de nuestro aeroplano de estudio (12) se han obtenido las características presentadas a continuación, éstas han sido convertidas al Sistema Internacional, aunque es frecuente en la aviación mezclar varios sistemas de unidades.

### Beechcraft Baron B55

Características generales

- **Tripulación:** 2 pilotos.
- **Capacidad:** 4 pasajeros.

Especificaciones

- **Longitud:** 8,32 m (27,25 ft)
- **Envergadura:** 11,53 m (37,83 ft)
- **Altura:** 2,9 m (9,6 ft)
- **Superficie alar:** 18,5 m<sup>2</sup> (199 ft<sup>2</sup>)
- **Peso vacío:** 1.394,8 Kg (3.075 lbs)
- **Peso bruto:** 2.313,3 Kg (5.100 lbs)
- **Carga útil:** 918,5 Kg (2.025 lbs)
- **Capacidad combustible:** 424 l, 305 Kg (112 gal, 672 lbs)
- **Numero motores:** 2

- **Planta motriz:** IO-470-L
  - **Marca:** Continental
  - **Nº Cilindros y disposición:** 6 cilindros opuestos
  - **Refrigeración:** Aire
  - **Potencia máxima @ 2625 rpm:** 118 kW (263 CV)
  - **Peso en seco:** 195 Kg

## Rendimiento

- **Velocidad de crucero:**
  - **75% potencia y 7.000 ft:** 362 KM/H (225 MPH)
  - **65% potencia y 10.500 ft:** 354 KM/H (220 MPH)
  - **50% potencia y 10.000 ft:** 314 KM/H (195 MPH)
- **Velocidad máx. operativa**
  - @ Nivel del mar:** 380 KM/H (236 MPH)
- **Velocidad de sustentación**
  - @ 28º Flaps y Tren Aterrizaje:** 126 KM/H (78 MPH)
- **Alcance:** 1.971,5 km (1.225 mi)
- **Techo de vuelo:** 6.000 m (19.700 ft)
- **Régimen de ascenso:** 8,5 m/s (1.670 ft/min)
- **Consumo combustible:**
  - **75% potencia:** 103 l/h (27.3 gal/h)
  - **65% potencia:** 90 l/h (23.7 gal/h)
- **Distancia de despegue: @ 20º Flaps:**
  - **Longitud recorrida pista:** 277,4 m (910 ft)
  - **Longitud con obstáculo de 50 ft:** 382,5 m (1255 ft)
- **Distancia de aterrizaje: @ 28º Flaps:**
  - **Longitud recorrida pista:** 256 m (840 ft)
  - **Longitud con obstáculo de 50 ft:** 417,6 m (1370 ft)

Con ayuda de un software de dibujo CAD y los planos disponibles en (12) se ha redibujado digitalmente las tres vistas características de la aeronave por la posible comprobación de medidas y la realización de esquemas personalizados para este proyecto.

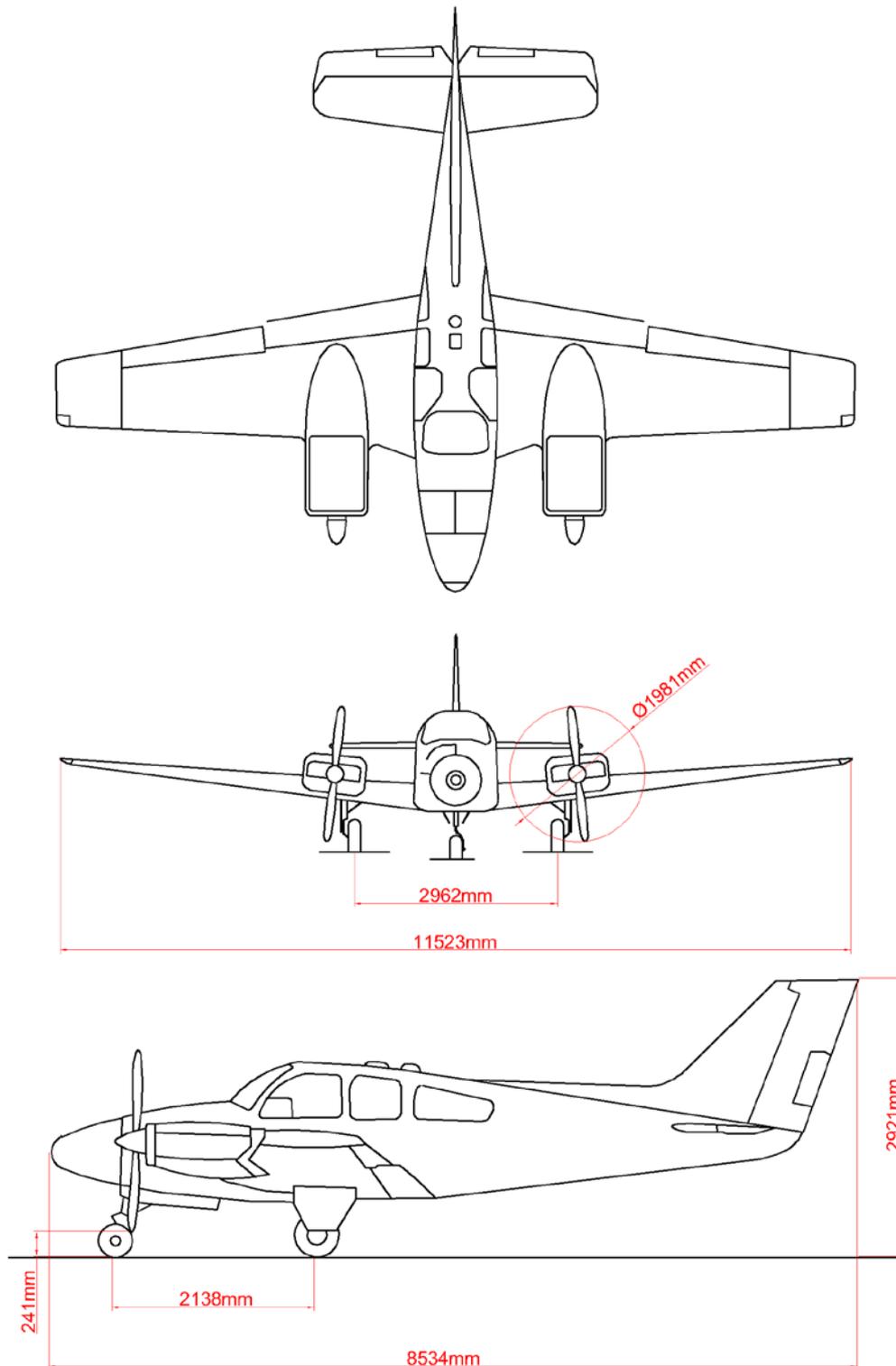


Fig. 4.2 Cotas del Beechcraft Baron B55

## 4.3 Determinación de las magnitudes necesarias para la simulación.

### 4.3.1 Distancias de los trenes delantero y trasero al C.G.

A partir de los planos de la aeronave se conoce la distancia entre los dos trenes, si conocemos la posición del centro de gravedad se podrá conocer estas distancias.

Antes de proceder a la determinación experimental del centro de gravedad del avión, es recomendable entender que fuerzas actúan sobre una aeronave y cuales son su punto de aplicación, ya que, toda fuerza aplicada en un punto distinto al centro de gravedad generará un par de rotación en la aeronave.



*Fig. 4.3 Fuerzas en un aeroplano*

Según la figura antes mostrada la fuerza primaria es la fuerza de tracción, es originada por las hélices de los propulsores y tiene su punto de aplicación en el centro de la hélice.

La superficie alar generará una fuerza de sustentación debido a la presión ejercida por el aire, esta fuerza se considera aplicada en el centro de sustentación (C.S.) de la superficie alar, y se calcula teniendo en cuenta la forma, tamaño y perfil alar.

La resistencia es la fuerza debida a la resistencia aerodinámica del avión. El punto de aplicación de esta fuerza no se conoce pero por diseño, lógicamente, se prefiere que esté próxima a la posición del centro de gravedad para que no produzca pares no deseados.

El peso se aplica en el centro de gravedad, ya que es la definición de este punto. Es el punto de un cuerpo en el cual se considera ejercida la fuerza de gravedad que afecta a la masa de dicho cuerpo, es decir, donde se considera ejercido el peso. Si se colgara al avión por ese punto, este quedaría suspendido en perfecto equilibrio. Como es natural, el C.G. no es necesariamente un punto fijo, sino que su posición, más hacia un lado o hacia otro o más adelante o hacia atrás, están en función de la distribución del peso en el aeroplano. Los límites a esta posición están fijados por el fabricante de la aeronave, para distintos pesos, en el Manual de Vuelo.

Un avión mal balanceado, implica mayor actuación sobre los alerones, incrementa la resistencia, y produce menor eficiencia y rendimiento, lo cual se traduce en mayor gasto de combustible y menor radio de acción.

En el manual de vuelo del Beechcraft Baron B55 (12) se disponen unas tablas en la cuales se indican los momentos generados para una serie de cargas tabuladas en esa “estación”. El brazo de la “estación” es la distancia a una línea de referencia imaginaria, normalmente conocida como “Datum”.

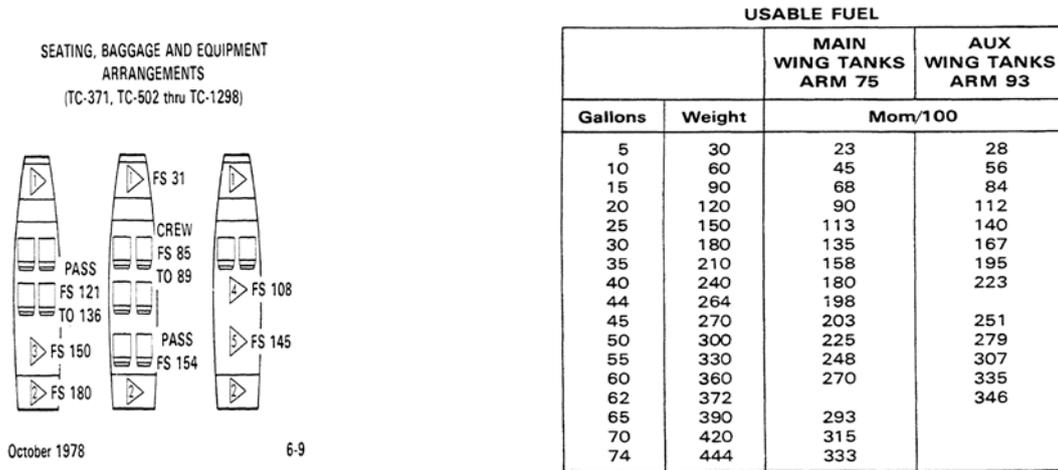


Fig. 4.4 Estaciones carga y momentos combustible (12)

Normalmente los pilotos hoy en día, en vez de rellenar la hoja de carga de su manual de vuelo, sumar todos los momentos producidos por piloto, pasajeros, equipaje y combustible, y ver si se encuentra dentro de los límites establecidos por el fabricante, recurren a una hoja de cálculo para esto. Por eso, en este proyecto se adoptará la misma forma de trabajo en todas las simulaciones que se realicen y calculará la posición del centro de gravedad en cada caso.

WEIGHT CONDITION	FORWARD CG LIMIT	AFT CG LIMIT
5000 lb. (B55 max. take-off or landing)	80.0	86.0
4990 lb. (B55A max. take-off or landing)	80.0	86.0
3800 lb. or less	74.0	86.0
Weight	Minimum Moment 100	Maximum Moment 100
3200	2368	2752
3225	2387	2774
3250	2405	2795
3275	2424	2817
3300	2442	2838
3325	2461	2860
3350	2479	2881
3375	2498	2903
3400	2516	2924
3425	2535	2946
3450	2553	2967
3475	2572	2989
3500	2590	3010
3525	2609	3032
3550	2627	3053
3575	2646	3075

Fig. 4.5 Desplazamientos del C.G. según condiciones de carga (12)

La localización absoluta de esta línea de referencia, en el manejo y carga del avión no es necesaria para el piloto. El fabricante de la aeronave provee en el "POH" el brazo del centro de gravedad para la aeronave en vacío, así como el límite superior e inferior que puede desplazarse este centro de gravedad.

De todas maneras, para determinar la posición absoluta del centro de gravedad, es necesario obtener la posición de la línea de referencia, para ello se procederá a dibujar los brazos disponibles en el POH sobre el plano del avión y buscar la localización más correcta de esta línea de referencia.

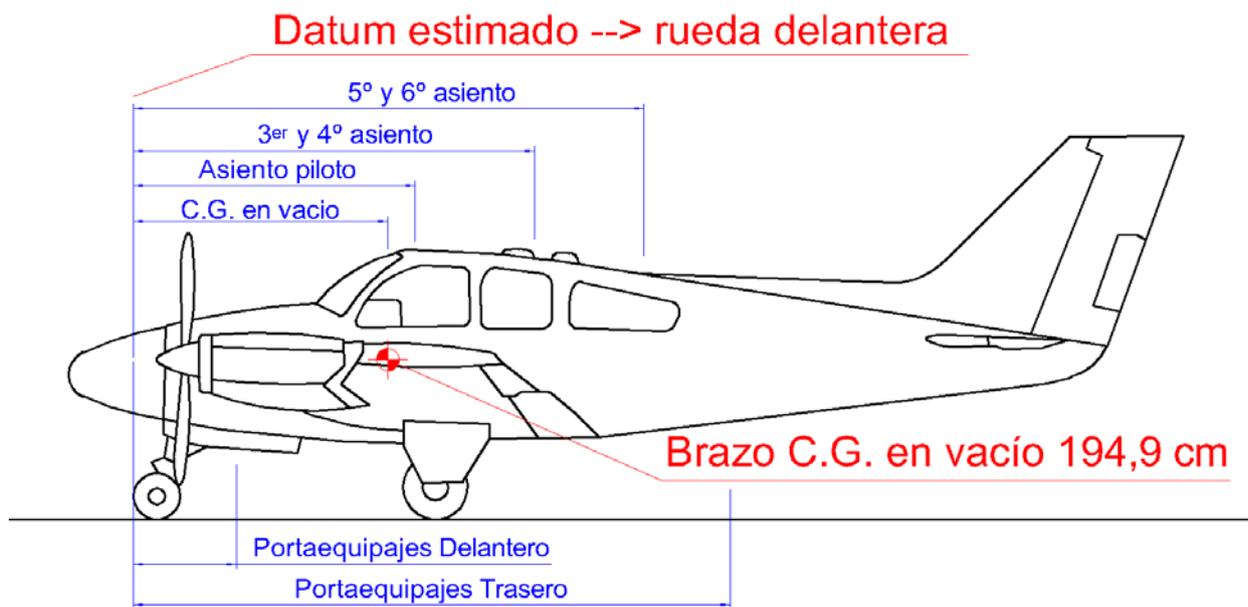


Fig. 4.6 Estimación línea referencia y C.G.

Como se ve en la figura anterior, al localizar Datum a la altura de la parte exterior del neumático delantero, las estaciones de carga coinciden de buena manera con el plano del avión.

Determinado el centro de gravedad en vacío, se calculan las distancias de los ejes de los trenes de aterrizaje a éste ( $a$  y  $b$ )

- $a$  será igual al brazo del C.G. menos el radio del neumático delantero.

$$a = 195 \text{ cm} - \frac{35 \text{ cm}}{2} = 177,5 \text{ cm}$$

- Por lo que  $b$  será igual a la distancia entre los dos trenes menos  $a$

$$b = 213,7 \text{ cm} - 177,5 \text{ cm} = 36,2 \text{ cm}$$

Debido a la importancia en la aeronáutica de la posición del centro de gravedad, o mejor dicho, su desplazamiento hacia delante o hacia atrás según las condiciones de carga, y basándose en (13) se ha procedido a la elaboración de una hoja de cálculo específica para el aeroplano de este proyecto. Así mismo esta metodología de cálculo se ha incluido en todos los modelos de Matlab®

### BARON B55 -- MASAS Y EQUILIBRIO

ESTACIÓN	BRAZO [m]	MASA [Kg]	MOMENTO [N*m]	MASA T.D. [Kg]	MASA T.T. [Kg]	a [m]	b [m]
Peso en vacío	1,94884	1490,707	28470,47844	253,329	1237,378	1,774	0,363
Asientos Delanteros	2,159	160,000	3385,312				
Asientos Delanteros Extendidos	2,261		0				
3er y 4º Asiento	3,073		0				
3er y 4º Asiento Extendidos	3,454		0				
5º y 6º Asiento	3,912		0				
Comp. Equipaje Nariz (136 KG MAX)	0,787	20,000	154,3304				
Comp. Equipaje Trasero (55 KG MAX)	4,572	9,293	416,378				
<b>Subtotal sin combustible</b>	<b>1,970</b>	<b>1680,000</b>	<b>32426,499</b>	<b>269,225</b>	<b>1410,775</b>	<b>1,795</b>	<b>0,342</b>
Combustible Tanque Principal (200 KG MAX)	1,905	201,000	3752,469				
Combustible Tanque Auxiliar (169 KG MAX)	2,3622	169,000	3912,276				
<b>Subtotal con combustible</b>	<b>1,9956</b>	<b>2050,000</b>	<b>40091,244</b>	<b>303,537</b>	<b>1746,464</b>	<b>1,821</b>	<b>0,316</b>
Combustible para Arranque, Taxi y Despegue	1,905	-10,000	-186,69				
<b>Subtotal Despegue</b>	<b>1,996</b>	<b>2040,000</b>	<b>39904,554</b>	<b>301,632</b>	<b>1738,368</b>	<b>1,821</b>	<b>0,316</b>
Combustible para Vuelo Tanque Auxiliar	2,362	-100,000	-2314,956				
Combustible para Vuelo Tanque Principal	1,905	-169,000	-3155,061				
<b>Subtotal Aterrizaje</b>	<b>1,984</b>	<b>1771,000</b>	<b>34434,537</b>	<b>271,794</b>	<b>1499,206</b>	<b>1,809</b>	<b>0,328</b>
Desplazamiento C.G. Mínimo	1,880						
Desplazamiento C.G. Máximo	2,184						

Nota 1: Introducir las condiciones de carga en las celdas de color

Nota 2: Si el brazo correspondiente a la fase taxi, despegue y aterrizaje se encuentra dentro de los límites establecidos por el fabricante, la celda se coloreará como  Correcta si no como  Incorrecta

*Tabla 4.1 Masas y Equilibrio Baron B55*

#### 4.3.2 Rigidez de los neumáticos

El modelo de rueda más simplificado posible, válido solamente para el análisis de la dinámica vertical de los vehículos considera al neumático como un muelle lineal (rigidez constante):

Un método aproximado para la determinación de la rigidez equivalente vertical del neumático ya se ha visto en el capítulo 3:

A partir de la bibliografía publicada por los principales fabricantes de neumáticos para aviones ligeros (Goodyear (14) y Michelin (15)), y localizando los neumáticos apropiados para el Beechcraft Baron B55 se han obtenido los datos necesarios para el cálculo de la rigidez de éstos.

A continuación se muestra una pequeña tabla en sus unidades originales y en el sistema internacional:

Size	Tread Design / Trademark	Rated Inflation (PSI)	Outside Diameter (In)	Rated Load (lbs)	Static Loaded Radius	Maximum Bottoming Load (Lbs)	Flat Tire Radius (In)
Rueda Delantera	5.00-5	Flight Special II	50	14,2	1285	5,7	4,3
	5.00-5	Flight Custom III	50	14,2	1285	5,7	4,3
Ruedas Traseras	6.50-8	Flight Custom III	51	19,85	2300	8	5,9
	6.50-8	Flight Special II	75	19,85	3150	8	5,9
	6.50-8	Aircraft Rib	75	19,85	3150	8	5,9
	6.50-8	Flight Custom III	75	19,85	3150	8	5,9
	6.50-8	Flight Custom III	75	19,85	3150	8	5,9

Tabla 4.2 Especificaciones Goodyear. (14)

Tamaño	Tread Design / Trademark	Presión Inflado [bar]	Diámetro o Exterior [mm]	Carga Máxima [Kg]	Radio Carga Estática [mm]	Carga Rueda Plana [Kg]	Radio Rueda Plana [mm]
Rueda Delanter	5.00-5	Flight Special II	3,45	360,68	582,87	144,78	109,22
	5.00-5	Flight Custom III	3,45	360,68	582,87	144,78	109,22
Ruedas Traseras	6.50-8	Flight Custom III	3,52	504,19	1043,26	203,20	149,86
	6.50-8	Flight Special II	5,17	504,19	1428,81	203,20	149,86
	6.50-8	Aircraft Rib	5,17	504,19	1428,81	203,20	149,86
	6.50-8	Flight Custom III	5,17	504,19	1428,81	203,20	149,86
	6.50-8	Flight Custom III	5,17	504,19	1428,81	203,20	149,86

Tabla 4.3 Especificaciones Goodyear S.I.

Como disponemos de varias cargas y sus correspondientes deflexiones se calcularán varias constantes de rigidez de cada neumático. Cabe destacar que el comportamiento elástico de un neumático no tiene por qué ser lineal, es decir K no es constante, y el régimen de carga de la rueda nunca debería llegar a la carga de rueda plana (la carga de rueda plana es la que produce una deflexión total del neumático).

Por lo tanto el conjunto de valores a priori más fiables son: Carga Máxima Estática – Radio Carga Estática.

Recordando la ecuación vista en el punto 3.2.1

$$K_{neumático} = \frac{P}{(a - b)}$$

$$a - b = \frac{D_{Exterior}}{2} - \left\{ \begin{array}{l} R_E \equiv \text{Radio Carga Estática} \\ R_P \equiv \text{Radio Rueda Plana} \end{array} \right\}$$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} C_E \equiv \text{Carga Estática} \\ C_P \equiv \text{Carga Rueda Plana} \end{array} \right\}$$

Neumático	D <sub>EXT</sub> [mm]	R <sub>E</sub> [mm]	R <sub>P</sub> [mm]	C <sub>E</sub> [N]	C <sub>P</sub> [N]	K <sub>E</sub> [N/m]	K <sub>P</sub> [N/m]
<b>Delantero</b>	360	145	109	5712	15558	<b>163200</b>	<b>219126,761</b>
<b>Trasero</b>	504	203	150	14002	37784	<b>285755,102</b>	<b>370431,373</b>

Tabla 4.4 Estimación rigidez neumáticos

### 4.3.3 Rigidez de la suspensión

Como hemos visto en el capítulo 3, un amortiguador oleo-neumático provee un muelle de gas para soportar el peso del aeroplano. La característica de rigidez de este muelle de gas es no lineal, controlada por la ley de compresión de gases ideales.

Según (16) si observamos la gráfica de Fuerza normalizada vs desplazamiento normalizado vemos que hasta el 80% de la carrera del amortiguador el comportamiento se puede suponer lineal

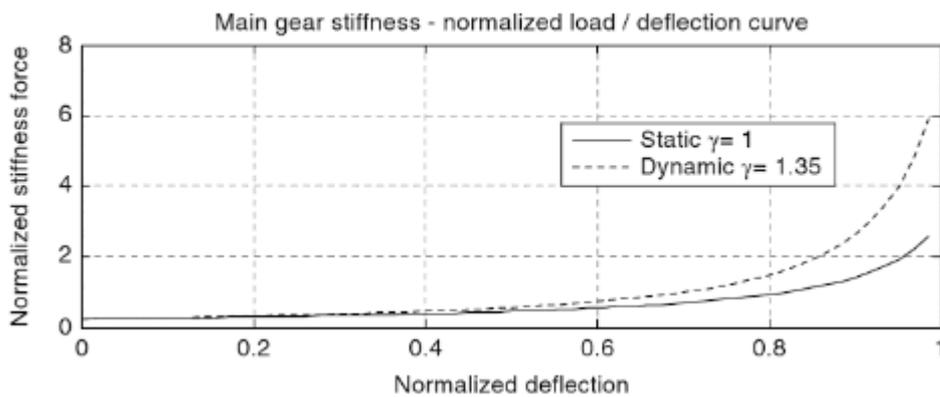


Fig. 4.7 Curva de deflexión normalizada (16).

En el caso del Baron B55 los amortiguadores son regulables en presión de gas, como casi todos de este tipo. En el manual del piloto, sección 8-19, se indica que para la aeronave sin equipaje y con los depósitos de combustible llenos, la presión de gas debe ser tal que la longitud visible del pistón sea 3 y 4,5 pulgadas (76,2 y 114,3 mm) para los trenes trasero y delantero respectivamente.

Según (10), normalmente en este tipo de aviones se utiliza en torno a un tercio de la carrera total del amortiguador para el trabajo a compresión y en torno a dos tercios para el trabajo a tracción o extensión. Por lo tanto se supondrá que la carrera total del amortiguador es de 9 pulgadas = 228,6 mm.

Con esta condición de carga (1860 Kg en total) obtenemos la carga en cada neumático con ayuda de la hoja de cálculo de pesos y equilibrios mostrada en (Tabla 4.1). La carga en el tren trasero se divide entre los dos neumáticos traseros. Con la carrera total estimada, se obtiene el recorrido del amortiguador  $S_E$  y con la carga que produce ese recorrido se obtendrá su constante de rigidez.

Amortiguador	$S_T$ [mm]	$S_E$ [mm]	$C_E$ [N]	$K_E$ [N/m]
<b>Delantero</b>	228,6	114,3	2819	<b>24663</b>
<b>Trasero</b>	228,6	152,4	7708	<b>50577</b>

Tabla 4.5 Estimación rigidez amortiguadores

Otro método de cálculo para la carrera total del amortiguador, es el que se cita en (10) donde se expone un método para el diseño de los amortiguadores cumpliendo con las regulaciones establecidas por la FAA en su FAR (17)

La parte 23 (*Part 23 - AIRWORTHINESS STANDARDS: NORMAL, UTILITY, ACROBATIC, AND COMMUTER CATEGORY AIRPLANES*) es la que atañe a este proyecto, ya que se aplica a las aeronaves de tipo normal, utilitario, acrobático o regional (*capaz de realizar cortos viajes*). En ella se dicta que la aeronave debe resistir el impacto producido por el aterrizaje a una velocidad de descenso de 10 pies por segundo y sustentación = peso, siendo éste el peso máximo del avión menos el 25% de la capacidad total del combustible. Con estas condiciones de carga se calculará, con ayuda de la tabla 4.1, la resultante en la rueda trasera.

Por tanto la energía asociada a estas condiciones debe ser absorbida por el tren de aterrizaje

$$(S_n * e_n * N * P) + (S_a * e_a * N * P) = \frac{P * V^2}{2g} + (L - P)(S_n + S_a)$$

$$E_{neumático} + E_{Amortiguador} = E_{Cinética} + E_{Potencial}$$

Dónde:

$$L / P \equiv \text{Sustentación} / \text{Peso aeronave} [N]$$

$$e_n / e_a \equiv \text{eficiencia neumático} / \text{amortiguador}$$

$$S_n / S_a \equiv \text{deflexión neumático} / \text{amortiguador} [m]$$

$$V \equiv \text{velocidad de descenso} [m/s]$$

$$N \equiv \text{Factor de reacción}$$

Dividiendo ambas partes de la ecuación por el peso y aplicando que la sustentación es igual al peso de la aeronave se tiene

$$S_n e_n N + S_a e_a N = \frac{V^2}{2g}$$

Sustituyendo los valores conocidos:

$$e_n = 0,47 \text{ según (10)} \quad \square$$

$$e_a = 0,8 \text{ según (10)} \quad \square$$

$$N = 2 \text{ según (10)} \quad \square$$

$$V = 10 \text{ f/s} = 3 \text{ m/s según (17)} \quad \square$$

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

Para el cálculo de la deflexión del neumático,  $S_n$ , se utilizará el del tren trasero, ya que el tren trasero es el que normalmente recibe el impacto del aterrizaje

$$S_n = \frac{P_{rueda\ traser\ a}}{K_{nematico\ trasero}}$$

$$S_n = \frac{9152\ N}{285755\ N/m} = 0,032\ m$$

Por lo tanto:

$$0,032\ m * 0,47 * 2 + S_a * 0,8 * 2 = \frac{(3\ m/s)^2}{2 * 9,8\ m/s^2}$$

$$1,6 * S_a = \frac{9\ m^2/s^2}{2 * 9,8\ m/s^2} - 0,032\ m * 0,47 * 2$$

$$1,6 * S_a = 0,4291\ m$$

$$S_a = \frac{0,4291\ m}{1,6} = 0,268\ m = 268\ mm$$

Amortiguador	S <sub>T</sub> [mm]	S <sub>E</sub> [mm]	C <sub>E</sub> [N]	K <sub>E</sub> [N/m]
<b>Delantero</b>	268	153,7	2819	<b>18341</b>
<b>Trasero</b>	268	191,8	7708	<b>40188</b>

Tabla 4.6 Estimación 2 rigidez amortiguadores

Como se puede observar, los cálculos difieren poco de la primera estimación, aunque se ha optado por elegir esta última opción ya que impone la peor condición de aterrizaje.

**4.3.4 Momentos de inercia.**

El cálculo exacto de los momentos de inercia del aeroplano de estudio, requeriría conocer la geometría completa del avión así como sus materiales, espesores, etc..., cosa que se escapa al alcance de este proyecto.

Los momentos de inercia de un avión dependen del comportamiento que el fabricante haya querido dar al avión. No obstante, es de esperar, que un cierto tipo de avión tenga inercias similares al de su mismo tipo e inercias muy diferentes a los de otro tipo. Lógicamente un avión comercial poseerá momentos de inercia al alabeo mucho más elevados que los de un caza.

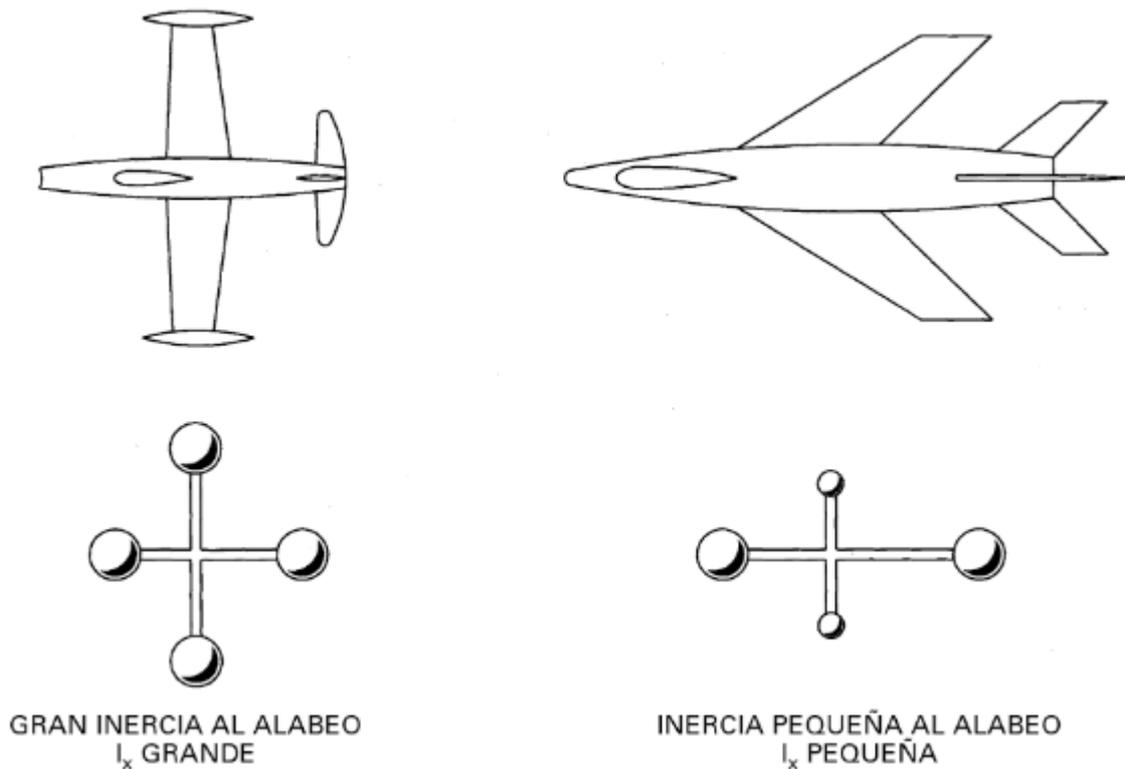


Fig. 4.8 Inercias según tipo de avión (18)

Existen métodos alternativos que proveen una estimación de estos momentos y se basan en la división de los radios de giro de una aeronave por una dimensión característica de ésta para la obtención de un ratio y su posterior análisis. Estos ratios, tabulados según el tipo de aeronave, son mostrados a continuación:

$$I_{xx} = \frac{P}{g} * (R_x * b/2)^2$$

$$I_{yy} = \frac{P}{g} * (R_y * d/2)^2$$

$$I_{zz} = \frac{P}{g} * (R_z * e/2)^2$$

donde:

- $P \equiv$  Peso Aeronave
- $g \equiv$  gravedad
- $d \equiv$  envergadura
- $b \equiv$  longitud
- $e = \frac{b + d}{2}$

TYPE OF AIRCRAFT	$R_x$	$R_y$	$R_z$
Single Low Wing	.248	.338	.393
Single High Wing(C182R)	.242	.397	.393
Light Twin	.373	.269	.461
Twin Turbo- Prop	.235	.363	.416
Biz Jet, Light	.293	.312	.420
Biz Jet, Heavy	.370	.356	.503
Jet Airliner 4 eng.	.322	.339	.464
Jet Airliner 3 aft eng.	.249	.375	.452
Jet Airliner 2 eng. wing	.246	.382	.456
Prop Airliner 4 eng	.322	.324	.456
Prop Airliner 2 eng	.308	.345	.497
Jet Fighter	.266	.346	.400
Prop Fighter 1 eng	.268	.360	.420
Prop Fighter 2 eng	.330	.299	.447
Prop Bomber 2 eng	.270	.320	.410
Prop Bomber 4 eng.	.316	.320	.376
Concorde Delta Wing	.253	.380	.390

Tabla 4.7 Ratios de inercia según tipo de aeronave (19)

Tras analizar los valores de la tabla anterior, se escogerá el tipo Light Twin por considerarlo el más idóneo. El peso utilizado en el cálculo de estos ratios será el que se use en la fase taxi (2050 Kg).

$$I_{xx} = 2050 \text{ Kg} * \left(0,373 * \frac{11,523 \text{ m}}{2}\right)^2 = 9468 \text{ Kg} * \text{m}^2$$

$$I_{yy} = 2050 \text{ Kg} * \left(0,269 * \frac{8,534 \text{ m}}{2}\right)^2 = 2701 \text{ Kg} * \text{m}^2$$

$$I_{zz} = 2050 \text{ Kg} * \left(0,461 * \frac{11,523 \text{ m} + 8,534 \text{ m}}{4}\right)^2 = 10954 \text{ Kg} * \text{m}^2$$

#### 4.3.5 Coeficientes de amortiguamiento.

En toda la bibliografía consultada no hay ninguna información disponible sobre estos coeficientes, normalmente los fabricantes no los facilitan. Según el comportamiento deseado del sistema de suspensión, ya sea subamortiguado o críticamente amortiguado, los fabricantes ensayan estos elementos y ajustan los parámetros de diseño para lograrlo.

Normalmente en la aeronáutica se prefiere que éste sea críticamente amortiguado, anteponiendo seguridad al confort, ya que las fases de taxi, despegue y aterrizaje son cortas.

En este proyecto se ha obrado de la misma manera, ensayando distintos valores del coeficiente de amortiguamiento y ajustándolos para obtener un comportamiento críticamente amortiguado.

Por otro lado, aunque se han formulado todos los modelos considerando al neumático como un conjunto muelle amortiguador, en la práctica estos coeficientes se han considerado nulos ya que su incidencia en los resultados es mínima.

#### 4.4 Resumen especificaciones tren de aterrizaje:

- Tipo tren de aterrizaje: Triciclo / Retráctil
- Distancia entre trenes (Wheel base) B: 2,1336 m (7 ft)
- Distancia entre ruedas (Wheel track) T: 2,9210 m (9,58 ft)
- Distancia entre tren principal y CG:
  - Condiciones de carga taxi: 0,316 m
  - Condiciones aterrizaje según FAR: 0,329 m
- Dimensiones de ruedas:
  - Delantera
    - Denominación: Type 3 5.00-5 Ply 6
    - Diámetro exterior: 360 mm
    - K estimada: 163200 N/m
    - C estimada: 0 N\*s/m
  - Traseras
    - Denominación: Type 3 6.50-8 Ply 8
    - Diámetro exterior: 505 mm
    - K estimada: 285755 N/m
    - C estimada: 0 N\*s/m
- Coeficientes rigidez y amortiguamiento:
  - Amortiguador delantero
    - **K**: 18341 N/m
    - **C**: 3000 N\*s/m
  - Amortiguador trasero
    - **K**: 40188 N/m
    - **C**: 6000 N\*s/m

- Inercias:
  - Inercia al cabeceo  $I_{yy}$  2701 Kg\*m<sup>2</sup>
  - Inercia al balanceo  $I_{xx}$  9468 Kg\*m<sup>2</sup>

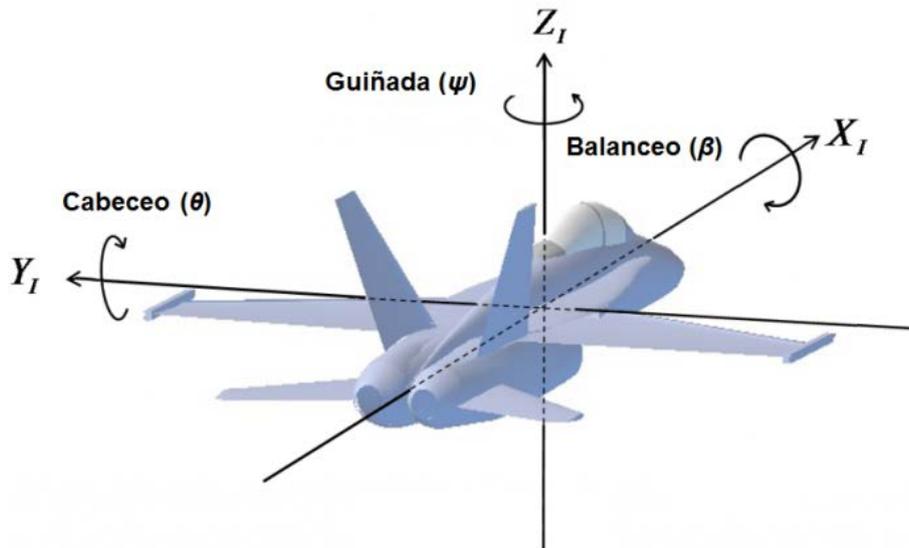


Fig. 4.9 Ejes del avión

## CAPÍTULO 5: ESTUDIO DEL PAVIMENTO

### 5.1 Introducción

El estado del suelo donde aterriza, despegue o circula un avión es un factor muy importante a tener en cuenta. El despegue y fundamentalmente el aterrizaje son dos fases de vuelo críticas en cuanto a generación de accidentes.

Según refleja el resumen estadístico de accidentes de aviones comerciales en operaciones en todo el mundo 1959-2015 de la compañía Boeing el 49 % de los accidentes se generan en las fases de aterrizaje y aproximación final

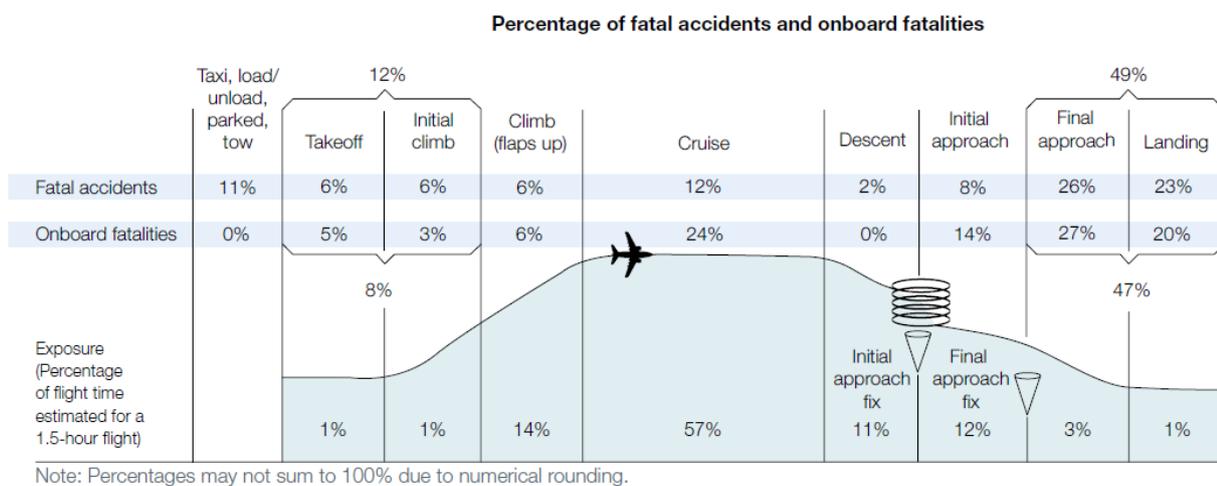


Fig. 5.1 Porcentaje accidentes según fase vuelo (20)

Muchos de los accidentes producidos en el aterrizaje son por salidas de pista. Estas salidas suelen ser provocadas por pérdidas de control en la dirección o por insuficiente espacio para el frenado. Otros accidentes son por el colapso del tren de aterrizaje (delantero o principal) provocado por un gran impacto en el aterrizaje o por grandes irregularidades en el pavimento.

Es por ello que la importancia del pavimento resulta obvia. Sus características o textura, como veremos en el siguiente punto, deben ser tales que minimicen los riesgos de accidente aéreo.

#### 5.1.1 Textura del pavimento, conceptos básicos

Microtextura:

- Desviación de la superficie de un pavimento con respecto a una superficie plana de dimensiones características en sentido longitudinal inferiores a 0,5 mm.
- Afecta a la capacidad de frenado en seco.

- Es una característica intrínseca del agregado, es propiamente la textura superficial de las partículas de agregado.

Macrotextura:

- Desviación de la superficie de un pavimento con respecto a una superficie plana de dimensiones características en sentido longitudinal comprendida entre 0,5 y 50 mm.
- Afecta a la capacidad de frenado en presencia de agua y afecta a las emisiones de ruido en la interfase rueda/pavimento.
- Está regida principalmente por la granulometría de la capa de rodamiento.

Megatextura:

- Desviación de la superficie de un pavimento con respecto a una superficie plana de dimensiones características en sentido longitudinal comprendida entre 50 y 500 mm.
- Afecta además de a la fricción y al ruido, a la suavidad del rodado, y por lo tanto al desgaste del vehículo y al confort de los usuarios.
- Está asociada con la puesta en obra y con diversos tipos de fallos o degradaciones (bacheos, sellados de grietas) y con sus reparaciones si no están bien realizadas.

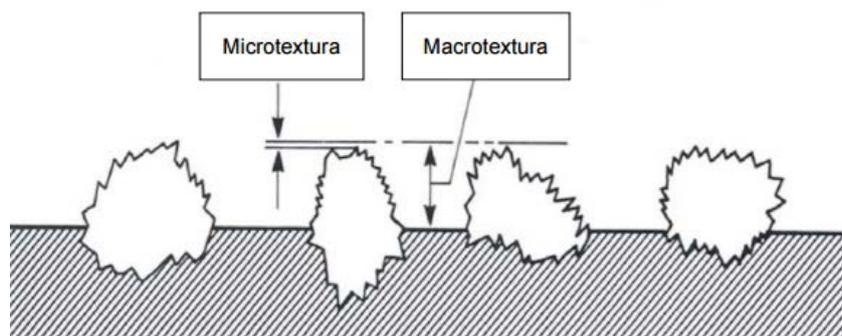


Fig. 5.2. Concepto de microtextura y macrotextura (21)

Dominio	Rango de dimensiones (aproximado)		
	Longitudes de onda	Amplitudes	
Microtextura	0-0,5 mm	0-0,2 mm	
Macrotextura	0,5-50mm	0,2-10 mm	
Megatextura	50-500 mm	1-50 mm	
Irregularidad superficial	Ondas cortas	0,5-5 m	1-20 mm
	Ondas	5-15 m	5-50 mm
	Ondas largas	15-50 m	10-200 mm

Tabla 5.1 Clasificación de los tipos de textura, longitudes de onda y amplitudes. (22)

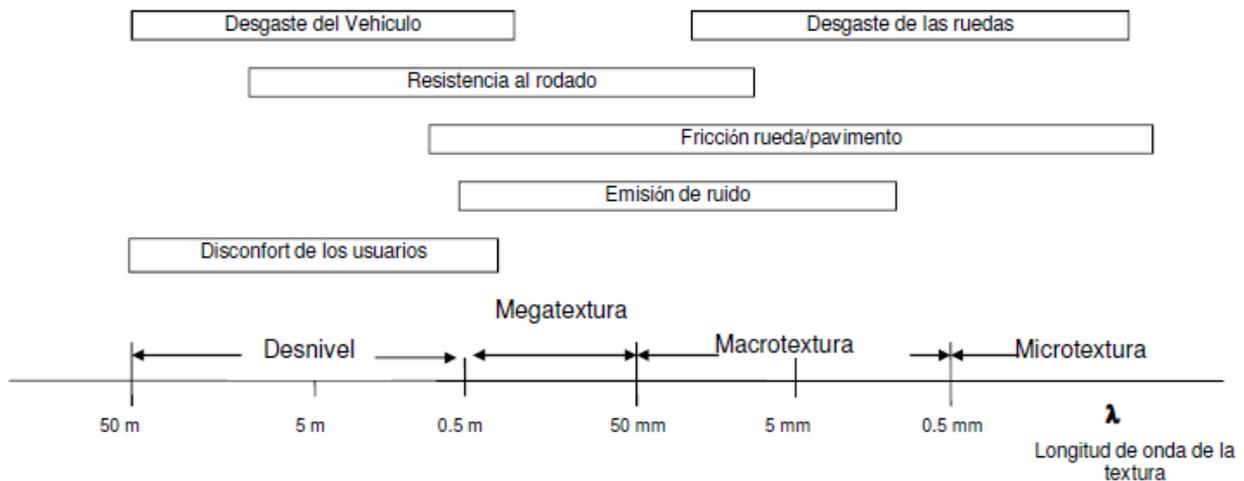


Fig. 5.3 Efectos de la textura según su longitud de onda (21)

Tanto la microtextura como la macrotextura son características necesarias, ya que afectan a la capacidad de frenado tanto en seco como en mojado.

Por el contrario la megatextura y las irregularidades superficiales inciden negativamente sobre la comodidad de la rodadura y sobre la estabilidad de los vehículos, por lo que son, lógicamente, indeseables y la base de numerosos estudios, métodos de análisis y clasificación.

En este proyecto no se consideraran distinciones entre estos dos tipos y se denominarán globalmente como irregularidades del pavimento.

### **5.1.2 Irregularidad del pavimento**

Las pistas pueden volverse demasiado irregulares debido a

- El inicio de la fatiga estructural del pavimento (edad)
- Condiciones ambientales adversas
- Reparaciones inadecuadas o rampas de construcción temporales no estándar

Antiguamente los operadores aeroportuarios no solían ser conscientes del aumento de la irregularidad del pavimento. Eran los pilotos los que comunicaban el mal estado de éste.

Aunque existía numerosa normativa o manuales de diseño y construcción de nuevos aeropuertos, sus pistas de aterrizaje y despegue así como sus calles de rodaje, no había un estándar en la industria aeronáutica que definiese claramente cuando una pista se había convertido en demasiado irregular y tampoco existía un estándar en el mantenimiento y la inspección de estas. Además los problemas podían ser específicos solamente a ciertos tipos de aeronaves.

Uno de los métodos más conocidos y que ha servido de base para el desarrollo de la normativa por las agencias implicadas en la gestión aeroportuaria fue desarrollado por la compañía Boeing. El Boeing Bump Method sirve para evaluar la regularidad del pavimento en aeropuertos.

Aplicando el criterio de regularidad dado por este método a la pista, clasifica los baches en tres categorías: Aceptable, excesivo e inaceptable.

En la siguiente figura se puede apreciar los criterios de la OACI y los criterios de la FAA tanto para construcción de pistas nuevas como para las ya existentes.

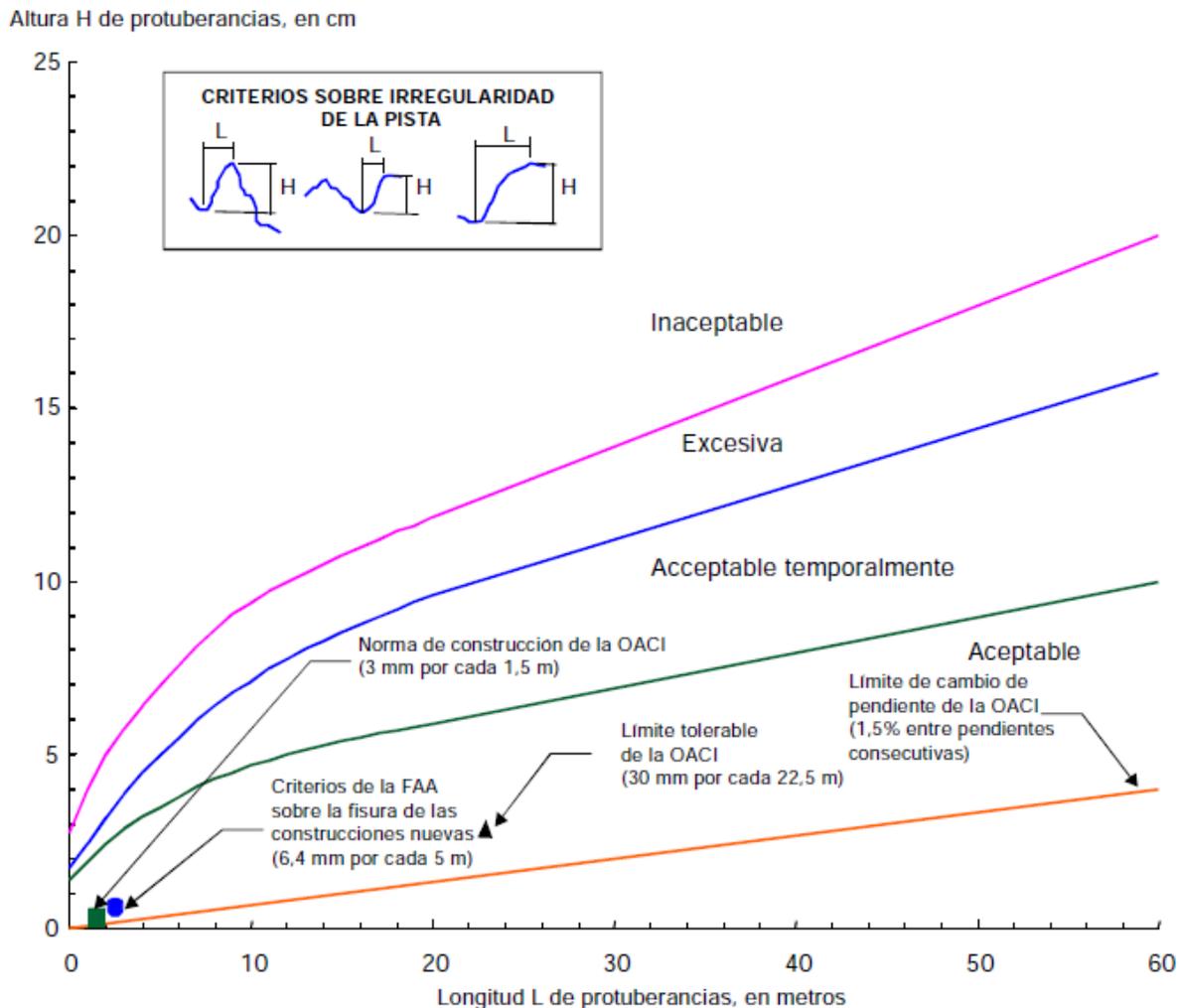


Fig. 5.4 Comparación de los criterios de irregularidad (23)

El método Boeing sólo considera baches discretos, actualmente se está empezando a considerar también defectos que provocan fallos a fatiga por lo que se puede establecer dos categorías de irregularidades.

- Grandes baches discretos: Debido a la magnitud de éstos, pueden provocar un fallo estructural en la aeronave.
- Baches continuos de alta longitud de onda: Aunque la amplitud de estos no exceda límites peligrosos, su continuidad provoca cargas a fatiga en la aeronave.

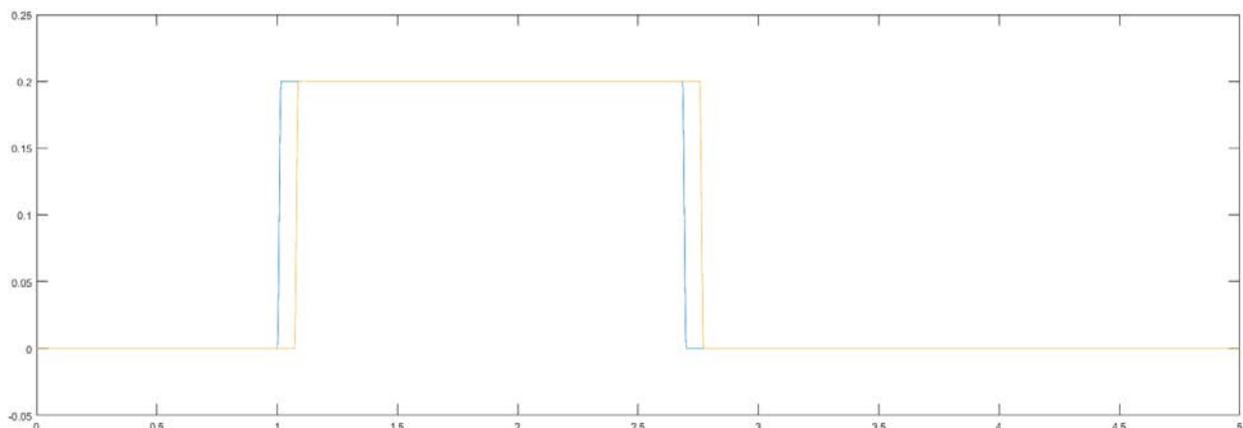
Cabe destacar las siguientes agencias o autoridades y su respectiva bibliografía consultada:

- AESA, Instrucción Técnica: Determinación de las características superficiales de la pista págs. 9-13, 18.
- AESA, Instrucción técnica: Recrecido de Pista, págs. 8-9.
- OACI, Anexo 14 Volumen I, Aeródromos.
- OACI, Doc 9137, Manual de Servicios de Aeropuertos, Parte 2, Estado de las Superficies de los Pavimentos.
- OACI, Doc. 9137, Manual de Servicios de Aeropuertos, Parte 3, Pavimentos.
- FAA AC 25.491-1, Taxi, Takeoff and Landing Roll Design Loads.
- FAA AC 150/5370-13, Off-Peak Construction of Airport Pavements using Hot-mix Asphalt.
- FAA AC 150/5320-12C, Measurement, Construction, and Maintenance of Skid-Resistant Airport Pavement Surfaces.

El perfil en altura del pavimento será la función de entrada de los modelos matemáticos de este proyecto. Con ayuda de las funciones que nos proporciona el software matemático Matlab ® se simulará en mayor o menor medida las condiciones que a nuestro juicio resultan más interesantes para este proyecto. A continuación se detallan estas condiciones

## **5.2 Bache y escalón simple**

Un bache simple puede ser modelado a través de una función del tipo escalón o una función del tipo “1- coseno”.



*Fig. 5.5 Escalón*

La función escalón implica una discontinuidad en un corto espacio por lo que los valores de velocidad y aceleración de las masas suspendidas y no suspendidas presentan valores

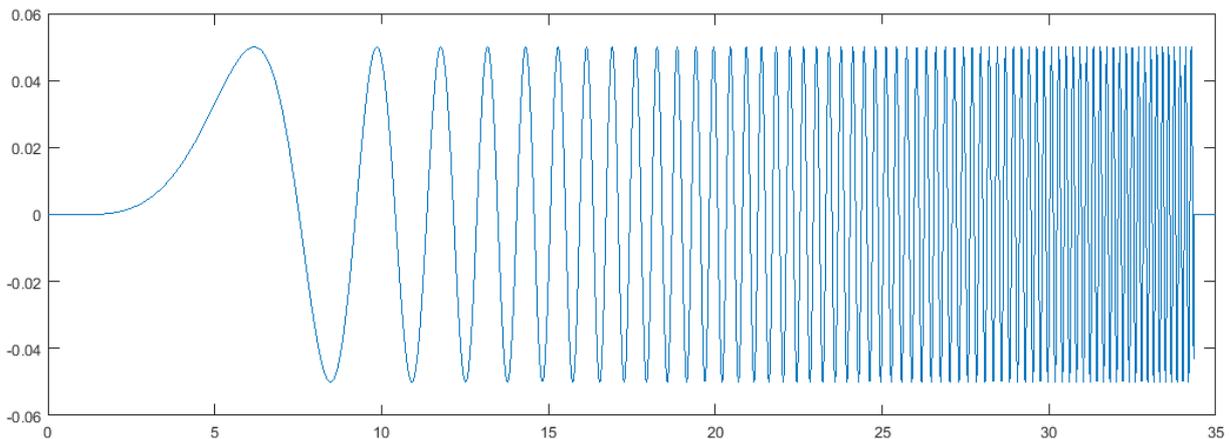
muy elevados en estas discontinuidades. En la realidad, la parte delantera del neumático cuando entra en contacto con el escalón, se deforma ayudando a transformar esta discontinuidad vertical en una rampa. Por esto se ha preferido funciones del tipo 1 – coseno.

### **5.3 Barrido Senoidal**

Excitando al modelo con una sinusoidal de frecuencia variable, podremos rápidamente ver el comportamiento en todo el rango de frecuencias barridas. Este método es similar al empleado en la ITV para comprobar el buen estado del sistema de suspensión de los vehículos y detectar peligrosas resonancias del sistema de amortiguación.

En concreto el perfil del suelo en contacto con cada una de las ruedas será una función del tipo  $U_i = A * \text{seno}(f\omega t)$  siendo:

$$\begin{aligned} A &= \text{Amplitud [m]} \\ f &= \text{frecuencia} \\ t &= \text{tiempo} \end{aligned}$$



*Fig. 5.6 Barrido Senoidal*

### **5.4 Perfil real de pista**

Los perfiles de las pistas de aterrizaje de San Francisco 28R o Anchorage 24, que eran conocidos por causar altas cargas en los aeroplanos y fueron sujetos de numerosas quejas por los pilotos antes de su corrección, han sido usados por muchos constructores y diseñadores para sus ensayos dinámicos. Estos análisis en general han sido satisfactorios.

En este proyecto se tomará el perfil de la pista de San Francisco disponible en (24). A continuación se muestra este perfil.

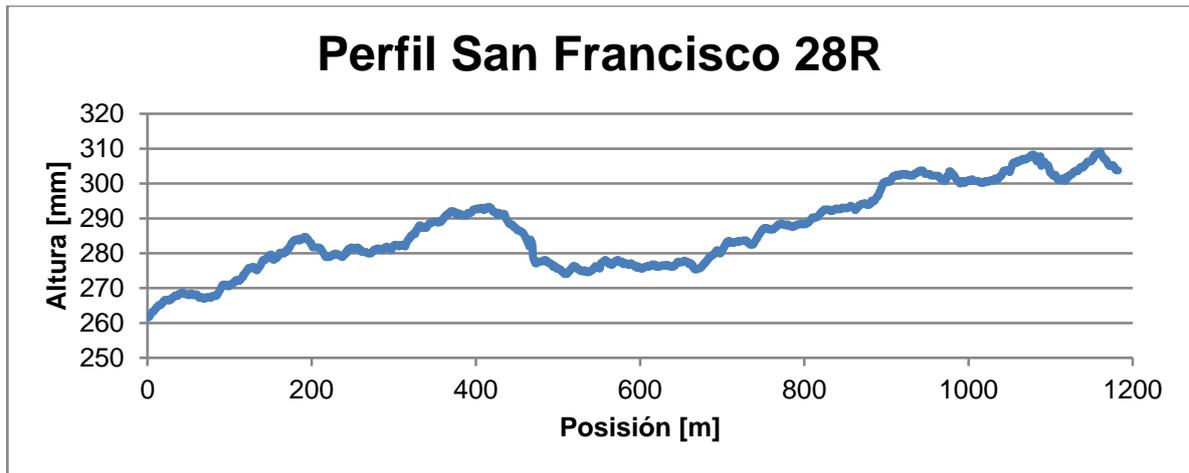


Fig. 5.7 Perfil San Francisco 28R

## 5.5 Aterrizaje

Sin duda el aterrizaje es el momento donde el tren de aterrizaje sufre el mayor requerimiento estructural. La energía de deformación alcanzará su nivel máximo.

Aterrizar un aeroplano, consiste en permitir que éste contacte con el terreno a la velocidad vertical más baja posible, y en circunstancias normales, también a la velocidad horizontal más baja posible (velocidad = velocidad de sustentación), consistentes ambas con un control adecuado, sin que la distancia recorrida en la maniobra exceda la longitud de terreno disponible.

Debido a las condiciones climatológicas (dirección e intensidad del viento, visibilidad, lluvia, nieve, etc...), de cada pista (tipo de pavimento, longitud y estado de la pista, obstáculos cercanos, etc...) y de cada aeronave (velocidades de descenso y sustentación recomendadas por cada fabricante) las magnitudes que definen el triángulo formado por la trayectoria de la aeronave con el suelo son muy variadas.

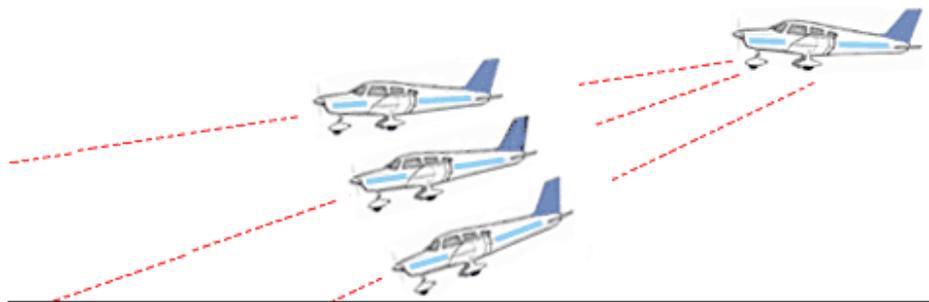


Fig. 5.8 Ángulos de descenso (25)

Como es lógico en el análisis, se debe escoger el peor de los casos. La FAA regula este caso de la siguiente manera (como ya se vio en el capítulo 3):

La velocidad de descenso será de 10 pies/s para una aeronave cargada con el peso máximo de la aeronave menos el 25% del combustible total.

La energía cinética del avión será:

$$E_C = \frac{1}{2} m * v^2 = 0,5 * 1947,5 \text{ Kg} * (3 \text{ m/s})^2 = 8767,75 \text{ J}$$

Ésta deberá ser absorbida por la deformación del tren de aterrizaje trasero, al existir dos amortiguadores, la energía cinética a absorber es la mitad.

$$E_D = - \int_0^x F(x) dx = - \int_0^x -k * x dx = \frac{1}{2} k * x^2$$

$$4381,875 \text{ J} = \frac{1}{2} * 40188 \frac{\text{N}}{\text{m}} * x^2 \quad \rightarrow \quad x^2 = \frac{8767,75 \text{ N} * \text{m}}{40188 \frac{\text{N}}{\text{m}}} = 0,218 \text{ m}^2$$

$$x = 0,47 \text{ m}$$

Esta longitud será la altura del escalón a modelizar

# CAPÍTULO 6: MODELOS DE DINAMICA VERTICAL

## 6.1 Modelo de 2 Grados de Libertad

### 6.1.1 Descripción del modelo.

El modelo de cuarto de vehículo (Quarter Car Model –QCM) o modelo de De Carbon se centra en el análisis de solamente un cuarto del total del vehículo Fig. 6.1. Este modelo ha sido tradicionalmente muy utilizado para el estudio de la dinámica vertical de los vehículos, ya que permite el estudio de los factores más importantes que afectan al comportamiento de los vehículos, así como el análisis del confort en la marcha. En nuestro caso y al tratarse el “vehículo” en cuestión de un triciclo se podría denominar como modelo de medio avión en el caso de analizar el tren delantero. Para ello calcularemos la fuerza resultante debida a la masa suspendida de la aeronave en el tren delantero con ayuda de la posición del centro de gravedad.

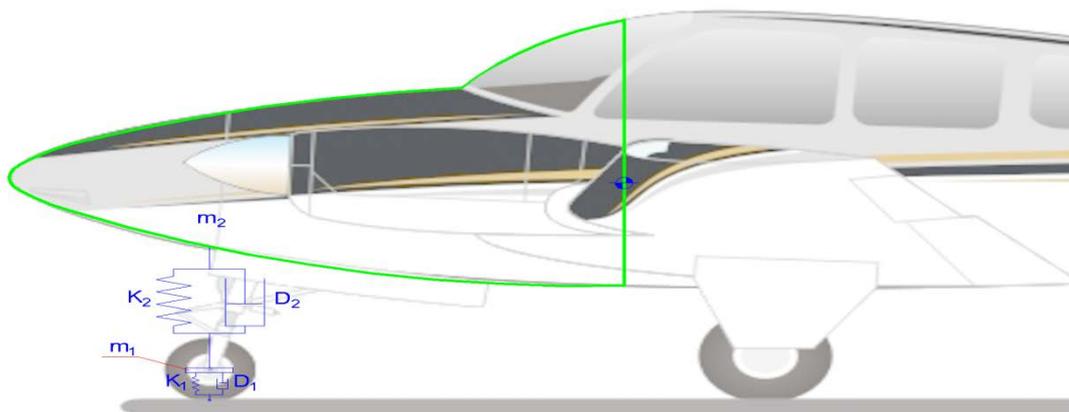


Fig. 6.1 Principales elementos del modelo de cuarto de vehículo.

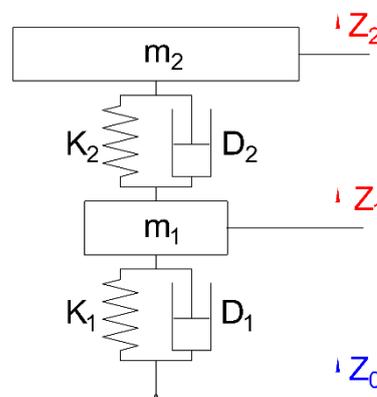


Fig. 6.2 Representación del modelo de cuarto de vehículo.

Dónde:

$M_1 =$  masa no suspendida (masa de la rueda + eje + barras de soporte de rueda y eje)

$M_2 =$  masa suspendida (masa de la aeronave).

$K_2 =$  rigidez de la suspensión.

$D_2 =$  coeficiente de amortiguamiento de la suspensión.

$K_1 =$  rigidez vertical neumático.

$D_1 =$  coeficiente de amortiguamiento del neumático.

Este sistema puede interpretarse de la forma siguiente:

ENTRADAS:

$z_0(t) =$  perfil de la carretera

SALIDAS:

$z_1(t) =$  movimiento vertical de la rueda

$z_2(t) =$  movimiento vertical de la aeronave

Las ecuaciones dinámicas que gobiernan este sistema son:

$$m_1 \ddot{z}_1 = K_1 (z_0 - z_1) + K_2(z_2 - z_1) + D_1 (\dot{z}_0 - \dot{z}_1) + D_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1)$$

$$m_2 \ddot{z}_2 = K_2 (z_1 - z_2) + D_2 (\dot{z}_1 - \dot{z}_2)$$

(Usualmente se desprecia el efecto de amortiguamiento del neumático:  $D_1 \ll$ )

Operando para lograr esta forma:

$$[M] * \{\ddot{z}\} = [K]\{z\} + [D] * \{\dot{z}\} + [E]$$

Se obtiene:

$$m_1 \ddot{z}_1 = (-K_1 - K_2) z_1 + K_2 z_2 + (-D_1 - D_2)\dot{z}_1 + D_2 \dot{z}_2 + K_1 z_0 + D_1 \dot{z}_0$$

$$m_2 \ddot{z}_2 = K_2 z_1 - K_2 z_2 + D_2 \dot{z}_1 - D_2 \dot{z}_2$$

Por lo que:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}; \quad \{z\} = \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} -K_1 - K_2 & K_2 \\ K_2 & -K_2 \end{bmatrix} \quad [D] = \begin{bmatrix} -D_1 - D_2 & D_2 \\ D_2 & -D_2 \end{bmatrix}$$

$$[E] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_1 z_0 + D_1 \dot{z}_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

### 6.1.2 Representación Estado-Espacio del modelo de 2 GDL

Las ecuaciones dinámicas del sistema pueden ser expresadas en la forma Estado-Espacio para una rápida y cómoda resolución a través de cualquier software matemático, Matlab® en este caso.

Tal y como se explica en (5):

El concepto estado-espacio se basa en lo que se conoce como variables de estado. Las variables de estado de un sistema son el mínimo número de variables que describen completamente el estado de este sistema.

Conocidas estas variables en un tiempo dado ( $t = t_0$ ) y conocidas las entradas del sistema para todo ( $t \geq t_0$ ), el análisis de la evolución de estas variables proporcionará una descripción completa del comportamiento del sistema en cualquier instante.

A continuación se muestra la forma estado-espacio

$$\begin{cases} \dot{\bar{\alpha}} = A\bar{\alpha} + B\bar{u} \\ \bar{y} = C\bar{\alpha} + D\bar{u} \end{cases} \quad (V.1-7)$$

Para el modelo de dinámica vertical tratado aquí, se asignará los siguientes vectores de estado  $\bar{\alpha}$  y de entradas  $\bar{u}$ :

$$\bar{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix}; \quad \dot{\bar{\alpha}} = \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_1 \\ \dot{\alpha}_2 \\ \dot{\alpha}_3 \\ \dot{\alpha}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \end{bmatrix}; \quad \bar{u} = \begin{bmatrix} z_0 \\ \dot{z}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

Cabe destacar la forma en que se definen las variables de estado para la comprensión de este método. Como las ecuaciones dinámicas del sistema son ecuaciones diferenciales de segundo orden, se necesitan dos condiciones iniciales por ecuación, por esto se hace uso de la relación entre posición, velocidad y aceleración, la derivada de la primera es la segunda y así sucesivamente. Eligiendo las variables de estado como las posiciones y velocidades de nuestras masas oscilantes, el sistema quedará totalmente definido.

Una vez aclarados estos conceptos se procede a escribir las ecuaciones del sistema (V.2-1) como:

$$\begin{aligned} m_1 \dot{\alpha}_3 &= (-K_1 - K_2)\alpha_1 + K_2\alpha_2 + (-D_1 - D_2)\alpha_3 + D_2\alpha_4 + K_1u_1 + D_1u_2 \\ m_2 \dot{\alpha}_4 &= K_2\alpha_1 - K_2\alpha_2 + C_2\alpha_3 - C_2\alpha_4 \end{aligned} \quad (V.2-18)$$

Agrupando los coeficientes, las matrices A, B, C y D se definen como:

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-K_2 - K_1}{m_1} & \frac{K_2}{m_1} & \frac{-D_1 - D_2}{m_1} & \frac{D_2}{m_1} \\ \frac{K_2}{m_2} & \frac{-K_2}{m_2} & \frac{D_2}{m_2} & \frac{-D_2}{m_2} \end{bmatrix}; \quad [B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K_1}{m_1} & \frac{D_1}{m_1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad [C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad [D] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### 6.1.3 Relación Estado-Espacio – ecuaciones dinámicas del sistema

Las matrices de estado se pueden obtener a partir de las matrices  $[M]$ ,  $[K]$ ,  $[D]$  y  $[E]$ , útil sobre todo cuando las variables de estado aumentan en número y por lo tanto aumentan los tamaños de las matrices. A continuación se muestra este método de cálculo

La matriz  $[A]$  o matriz de estado siempre será una unión de cuatro matrices con tantas columnas y filas como la mitad de las variables de estado del sistema, y por lo tanto su tamaño será de  $n^o$  Variables Estado  $\times$   $n^o$  Variables Estado

$$[A] = \begin{bmatrix} [NULA] & [I] \\ [K'] & [D'] \end{bmatrix}$$

Siendo:

$$[NULA] \equiv \text{matriz nula, en este caso } \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[I] \equiv \text{matriz identidad, en este caso } \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[K'] \equiv \text{inv}([M]) * [K], \text{ en este caso } \begin{bmatrix} \frac{K_1}{m_1} & \frac{K_2}{m_1} \\ \frac{K_2}{m_2} & \frac{-K_2}{m_2} \end{bmatrix}$$

$$[D'] \equiv \text{inv}([M]) * [D], \text{ en este caso } \begin{bmatrix} \frac{-D_1 - D_2}{m_1} & \frac{D_2}{m_1} \\ \frac{D_2}{m_2} & \frac{-D_2}{m_2} \end{bmatrix}$$

La razón de las submatrices  $[NULA]$  e  $[I]$ , como se ha explicado antes viene dada a consecuencia de la definición de las variables de estado:

$$\bar{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix}; \quad \dot{\bar{\alpha}} = \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_1 \\ \dot{\alpha}_2 \\ \dot{\alpha}_3 \\ \dot{\alpha}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

Siempre tendremos que:

$$\dot{\alpha}_1 = \alpha_3 \quad y \quad \dot{\alpha}_2 = \alpha_4$$

La matriz  $[B]$  o matriz de entrada como su nombre indica relaciona las variables de estado con las entradas del sistema, es muy sencilla de componer examinando las ecuaciones dinámicas del sistema o más concretamente la matriz  $[E]$  donde se agrupan estas condiciones y recordando que:

$$[E] \approx [B] * \bar{u}$$

$$[E] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_1 z_0 + D_1 \dot{z}_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \bar{u} = \begin{bmatrix} z_0 \\ \dot{z}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K_1}{m_1} & \frac{D_1}{m_1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La matriz  $[C]$  o matriz de salida siempre será una matriz identidad con el mismo número de columnas y filas como variables de estado.

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matriz  $[D]$  o matriz de transmisión directa en este caso, siempre será una matriz nula, ya que no existen transmisiones directas en el modelo, con tantas columnas como entradas tenga el sistema y con tantas filas como variables de estado.

$$[D] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

## **6.2 Simulaciones del modelo 2 GDL utilizando la representación Estado-Espacio.**

A partir de los datos de nuestro avión ligero calcularemos dos casos. El cuarto de vehículo correspondiente a la parte trasera y el medio vehículo correspondiente a la parte delantera.

Las condiciones de carga normales serán estas:

- Peso en vacío de la aeronave: 1490,7 Kg.
- Peso piloto y copiloto: 160 Kg.
- Peso equipaje compartimiento nariz: 20 Kg.
- Peso equipaje compartimiento trasero: 9,3 Kg.
- Peso combustible en tanques principales: 201 Kg.
- Peso combustible en tanques auxiliares: 169 Kg.

A continuación se muestran las definiciones de los modelos a simular.

Masa total		Masa no suspendida		Masa suspendida
		rueda delantera	rueda trasera	Delantera / Trasera
2050 Kg		45 Kg	45 Kg	259 / 828 Kg

Rigidez Neumático		Rigidez Suspensión	
Delantero	Trasero	Delantera	Trasera
163200 N/m	285755 N/m	18341 N/m	40188 N/m

Coeficiente Amortiguación			
Neumático		Suspensión	
Delantero	Trasero	Delantera	Trasera
0 N*s/m	0 N*s/m	3000 N*s/m	6000 N*s/m

Tabla 6.1 Definiciones del modelo 2GDL.

Los modelos de SIMULINK utilizados se muestran en la Fig.6.3 y Fig.6.4.

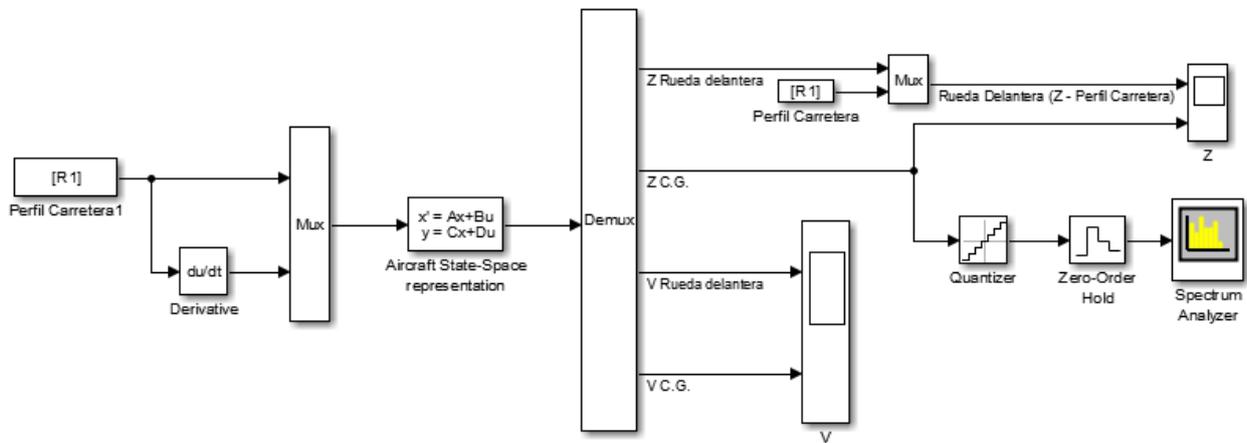


Fig. 6.3 Modelo Simulink (2GDL delantero)

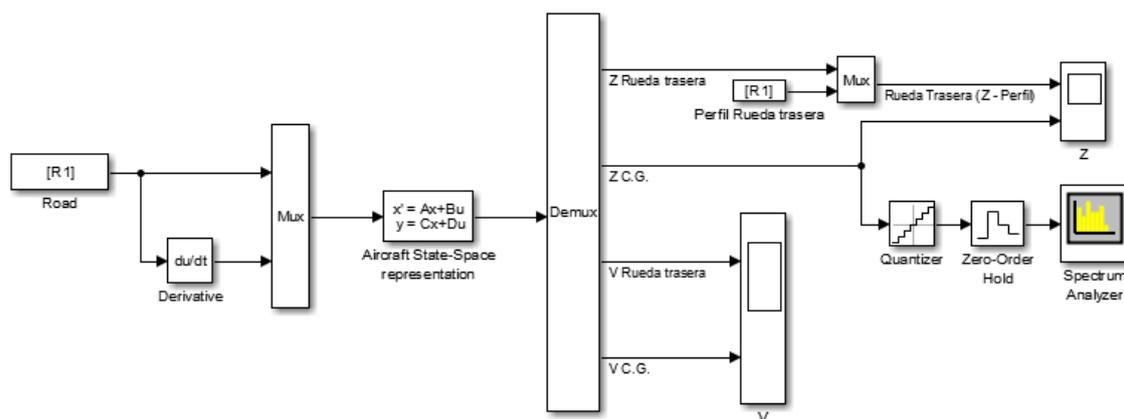


Fig. 6.4 Modelo Simulink (2GDL trasero)

### 6.2.1 Bache en pista

En la Fig. 6.5 se muestran dos gráficas. A la izquierda, el perfil de la carretera y el movimiento vertical de la rueda trasera, y a la derecha, el movimiento vertical del centro de gravedad.

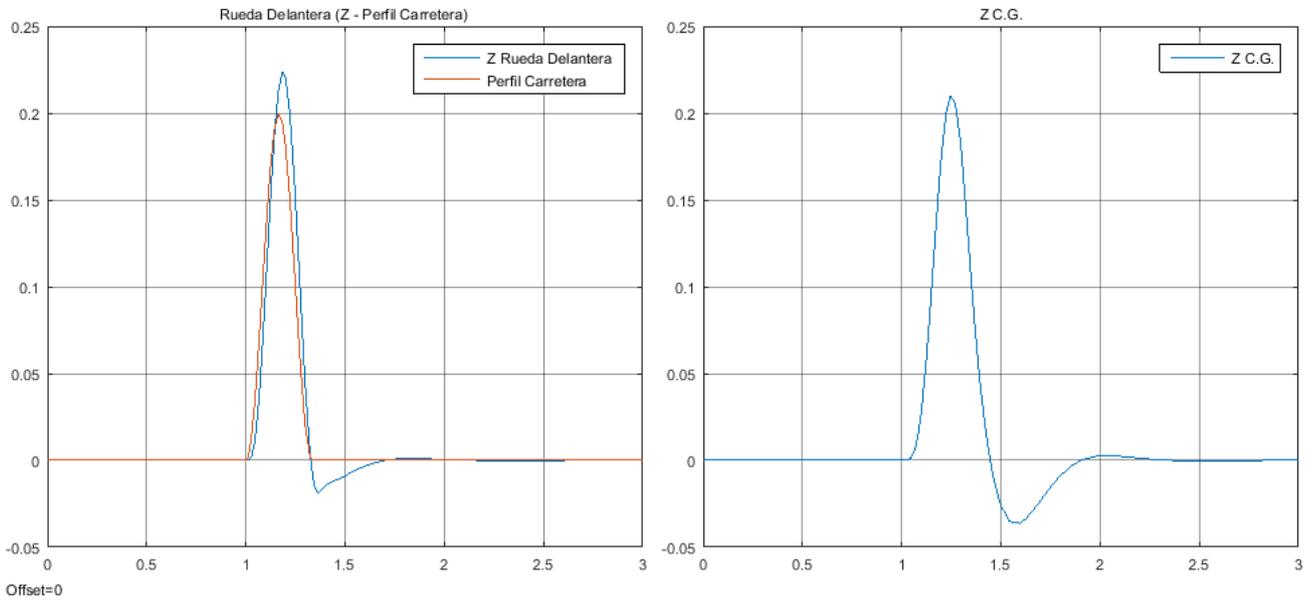


Fig. 6.5 Movimientos para un bache (2GDL delantero)

Análogamente con el modelo trasero:

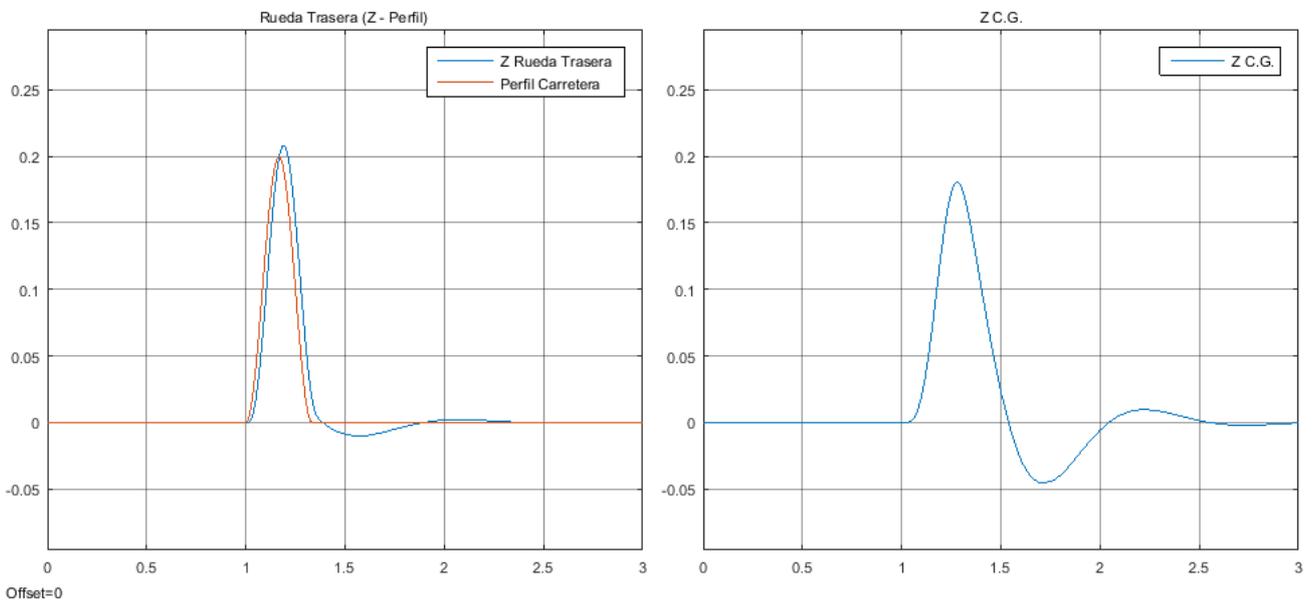


Fig. 6.6 Movimientos para un bache (2GDL trasero)

En las Fig. 6.7 y 6.8 se muestran las velocidades de la rueda y del centro de gravedad para el modelo delantero y trasero respectivamente.

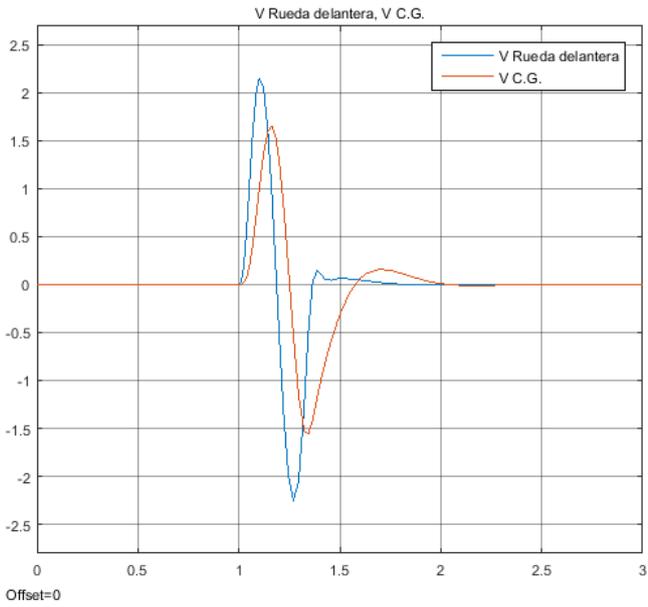


Fig. 6.7 Velocidades para un bache (2GDL delantero)

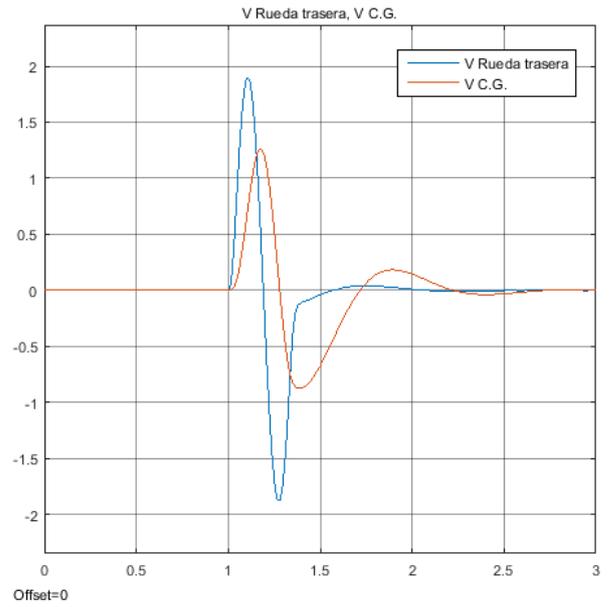


Fig. 6.8 Velocidades para un bache (2GDL trasero)

**6.2.2 Escalón en pista**

Procediendo de la misma manera se presentan los resultados en las siguientes figuras.

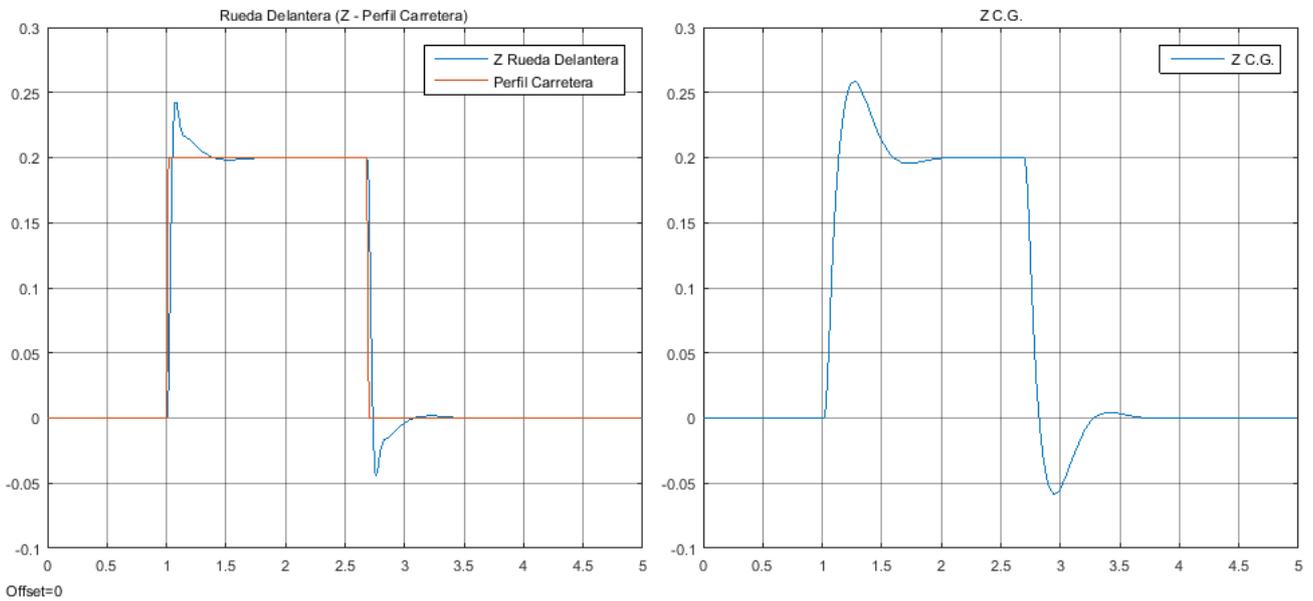


Fig. 6.9 Movimientos para un escalón (2GDL delantero)

Análogamente con el modelo trasero:

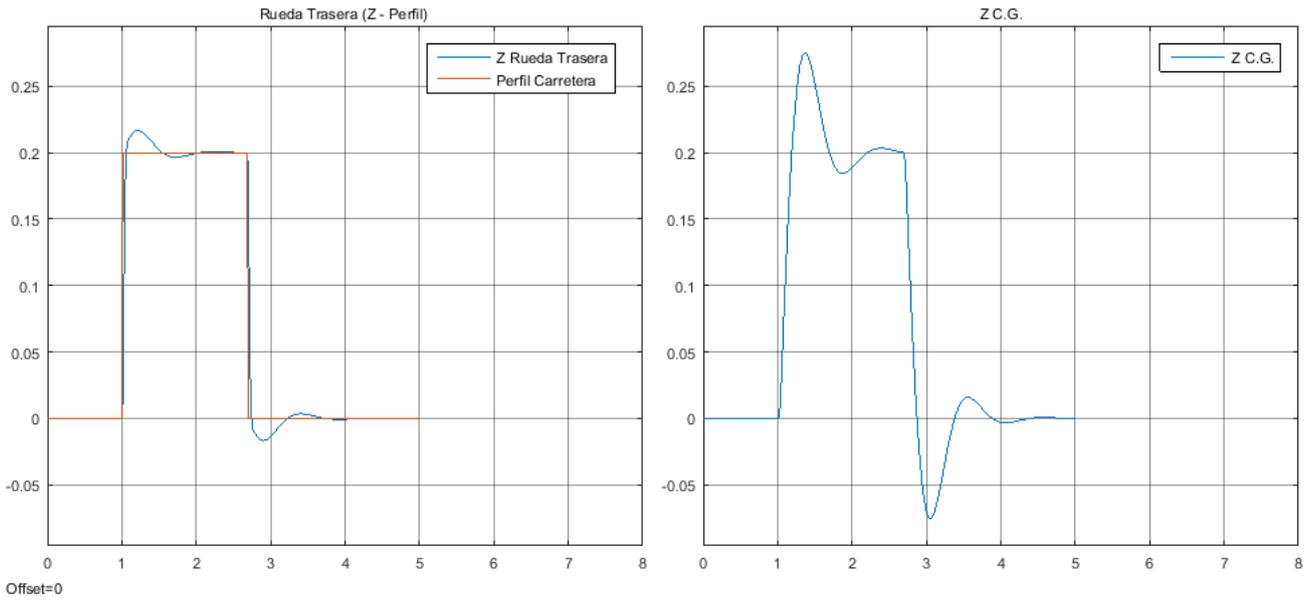


Fig. 6.10 Movimientos para un escalón (2GDL trasero)

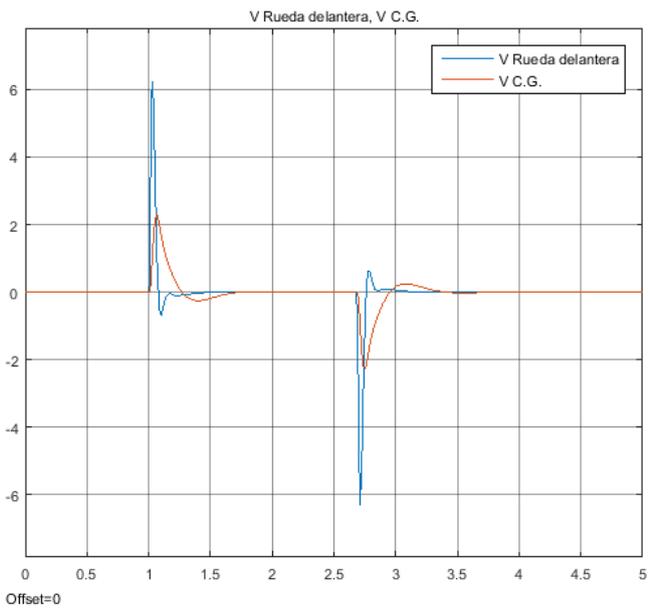


Fig. 6.11 Velocidades para un escalón (2GDL delantero)

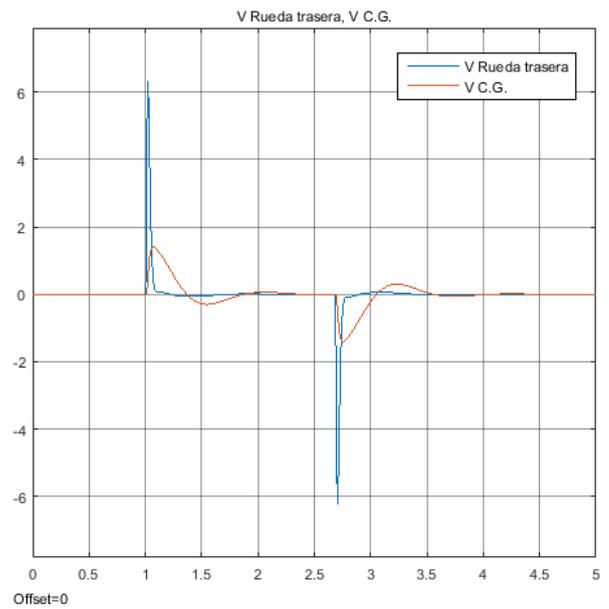


Fig. 6.12 Velocidades para un escalón (2GDL trasero)

### 6.2.3 Barrido Senoidal

Excitando el sistema con este tipo de entrada podremos detectar la frecuencia natural del sistema.

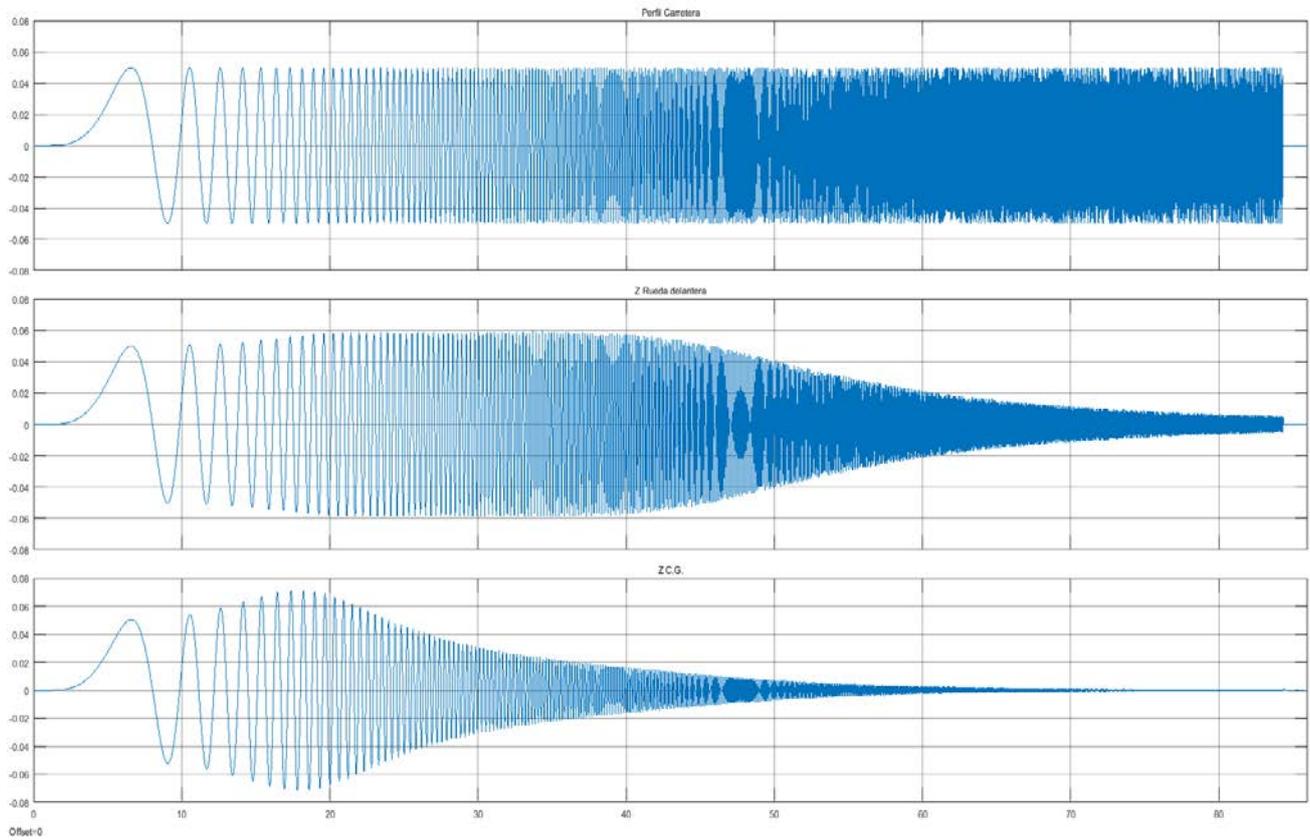


Fig. 6.13 Movimientos para un barrido senoidal (2GDL delantero)

Como se puede observar en la última figura, tanto la rueda como el centro de gravedad entran en resonancia en nuestro barrido senoidal. Mediante el analizador de espectro de Simulink Matlab se detectarán estas frecuencias de una manera más adecuada. Como se puede ver en la siguiente figura la frecuencia natural del sistema es 1,238 Hz.

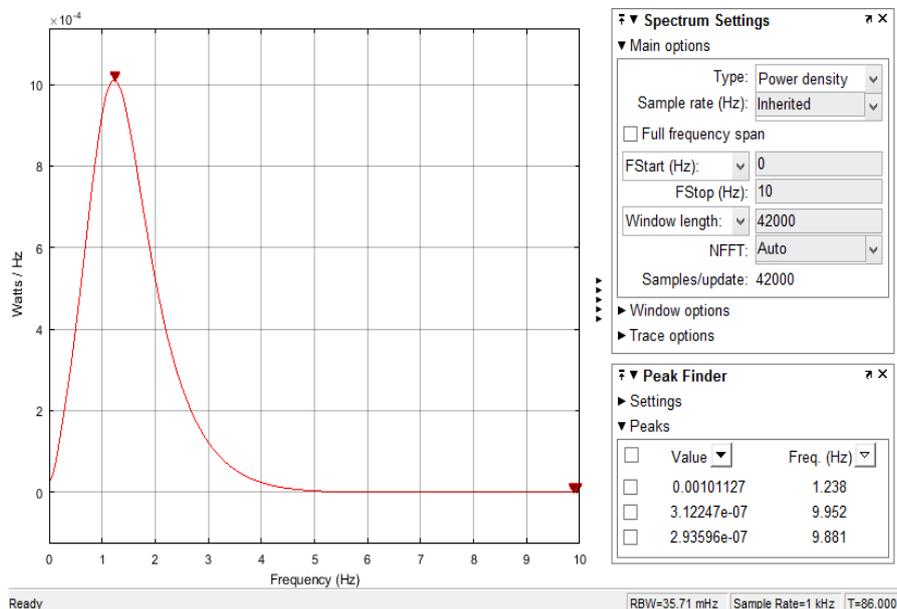


Fig. 6.14 Frecuencia natural del sistema (2GDL delantero)

Procediendo de la misma manera con el modelo trasero:

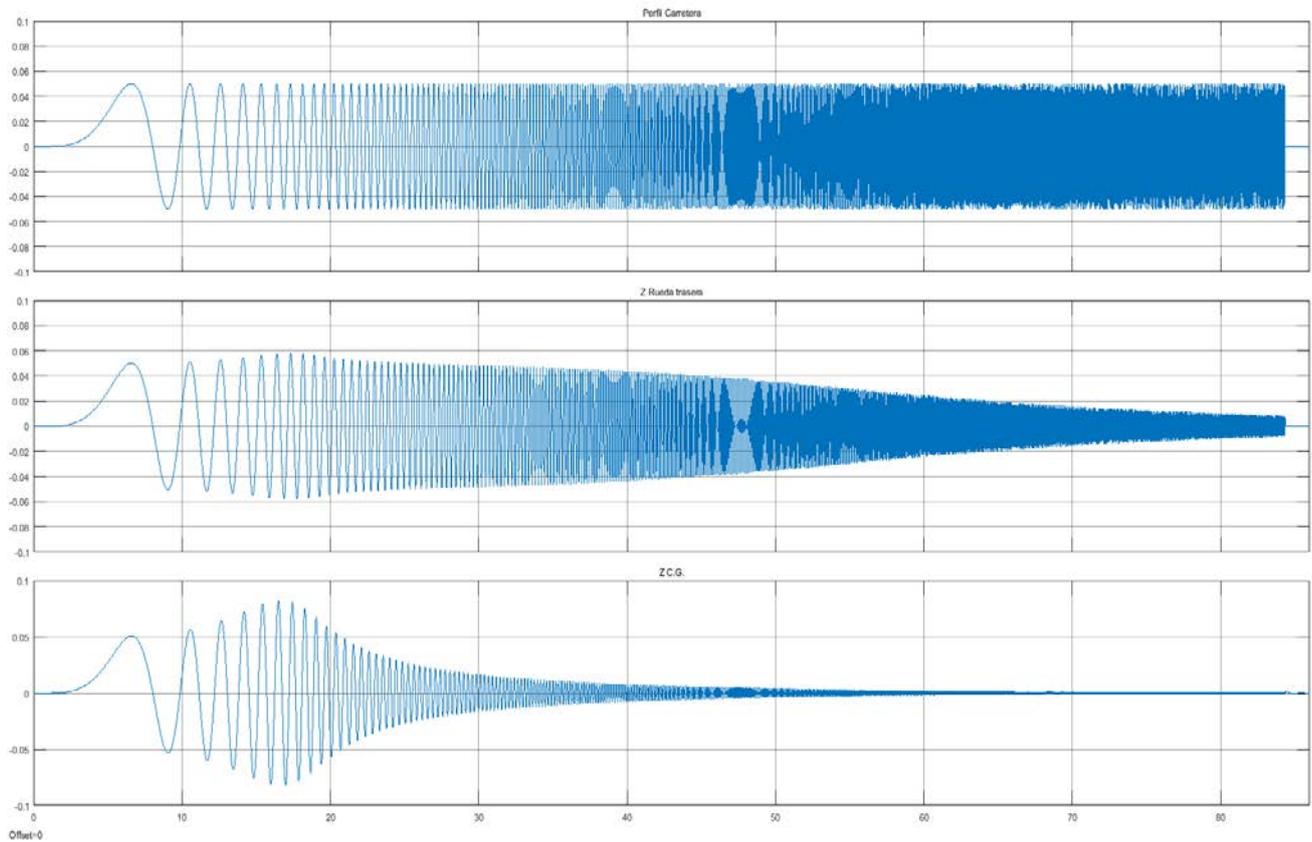


Fig. 6.15 Movimientos para un barrido senoidal (2GDL trasero)

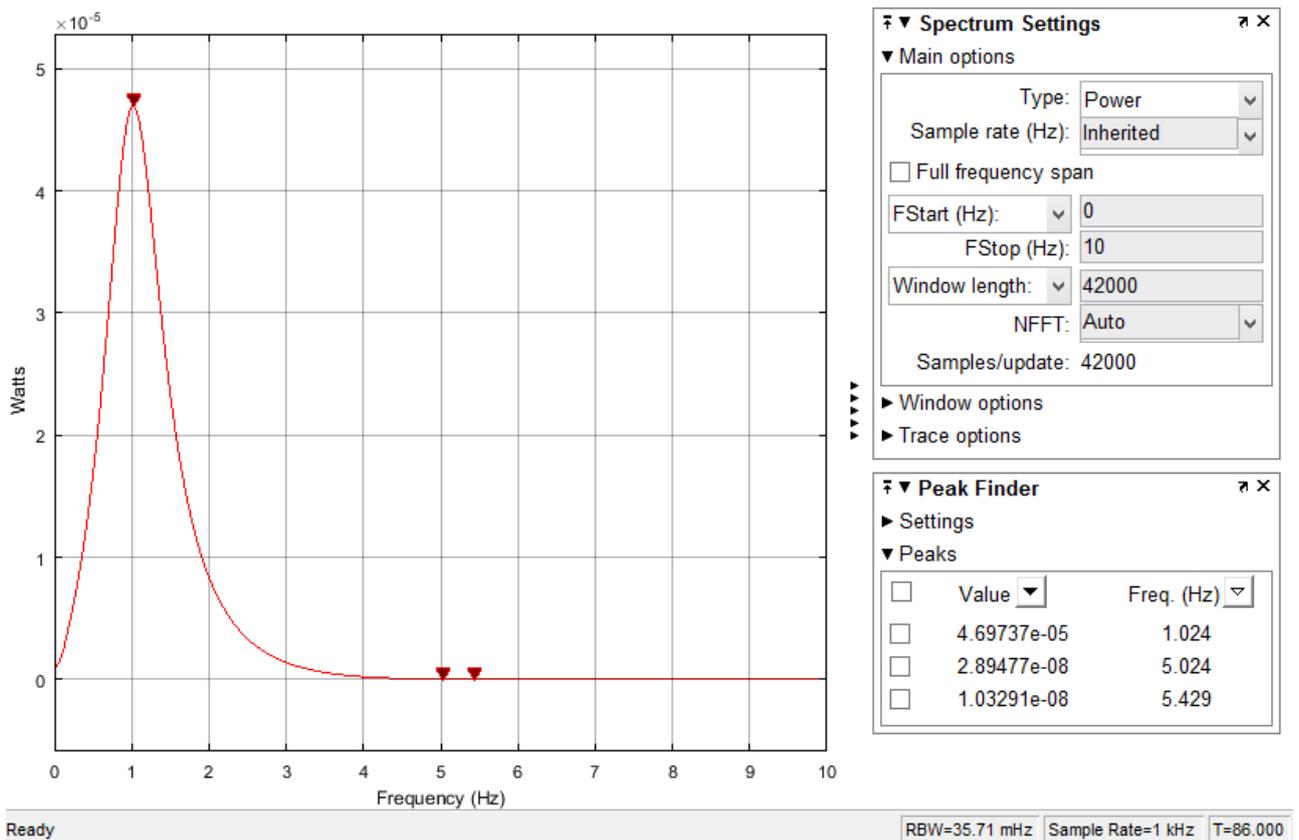


Fig. 6.16 Frecuencia natural del sistema (2GDL trasero)

### 6.2.4 San Francisco 28R

En este caso y al tratarse de un perfil real y bastante largo (1200 m) como se verá a continuación la gráfica de movimiento vertical no aporta mucha información. Tanto la rueda como el C.G. siguen la tendencia del perfil y como es lógico el movimiento del C.G. es mucho más uniforme.

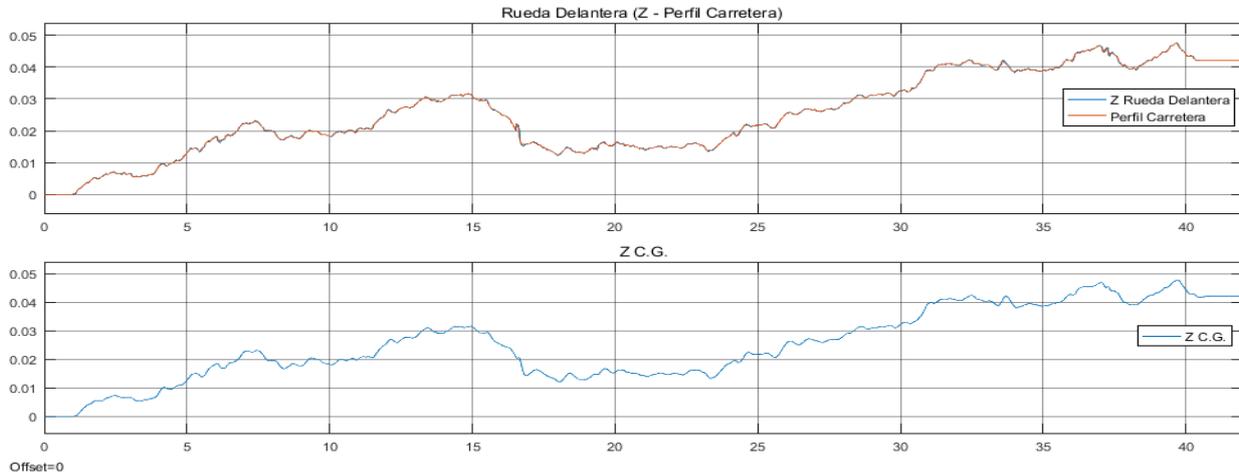


Fig. 6.17 Movimientos para San Francisco 28R (2GDL delantero)

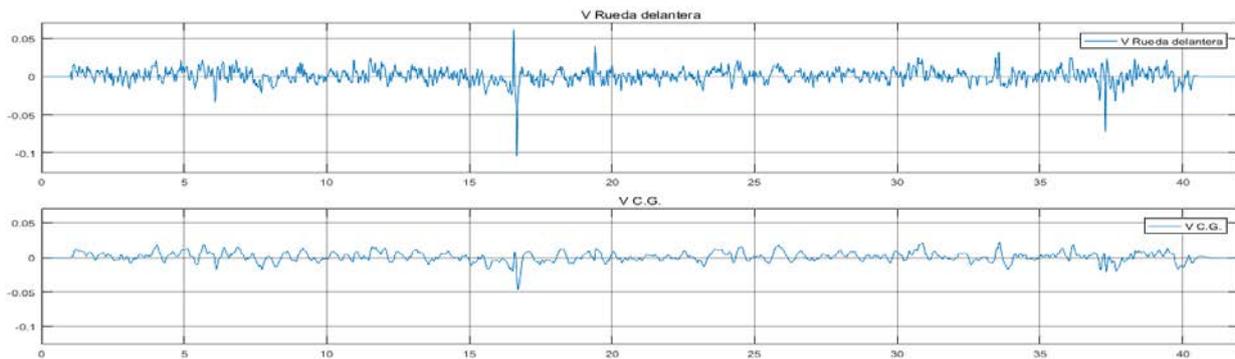


Fig. 6.18 Velocidades para San Francisco 28R (2GDL delantero)

En cambio la gráfica de velocidad nos ayuda a detectar los grandes baches y ver como la velocidad del C.G. en esos baches es mucho menor. Nótese que la escala de las dos gráficas es la misma.

Dado que este perfil es un perfil real y pseudo aleatorio, si se visualiza la densidad espectral de potencia, debería de existir un pico en esta gráfica, coincidiendo con la frecuencia natural del sistema. En este caso, la magnitud de este pico dependerá del perfil y no tiene por qué ser el mayor.

En las primeras pruebas realizadas con este perfil, el pico de mayor amplitud se da en 0 Hz. En este perfil real, los baches de muy baja frecuencia son los predominantes, por lo que para la mejor visualización de la frecuencia natural del sistema, se ha procedido a representar la densidad espectral de potencia en el intervalo de 0,5 Hz a 10 Hz y así filtrar los baches predominantes.

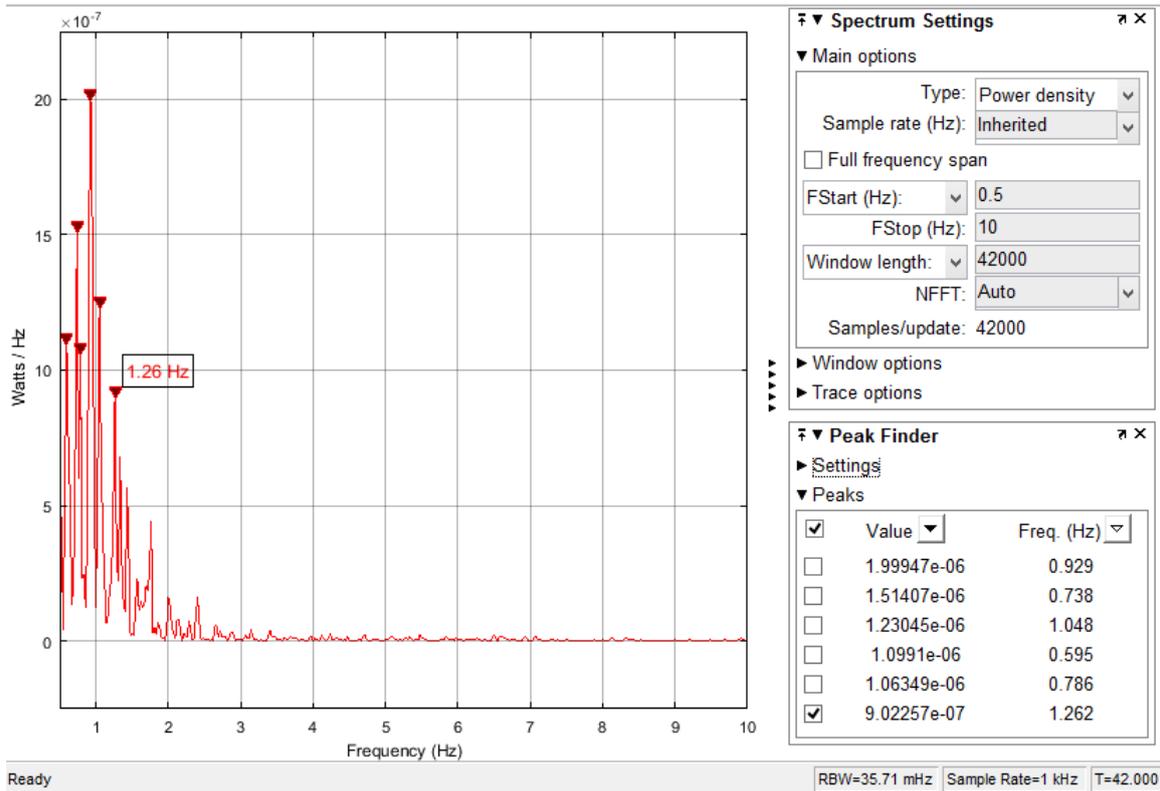


Fig. 6.19 Densidad espectral de San Francisco 28R (2GDL delantero)

Aunque de muy baja magnitud, la frecuencia natural del sistema aparece en el gráfico con un valor muy cercano (1,238 Hz) al visto en la Fig. 6.12.

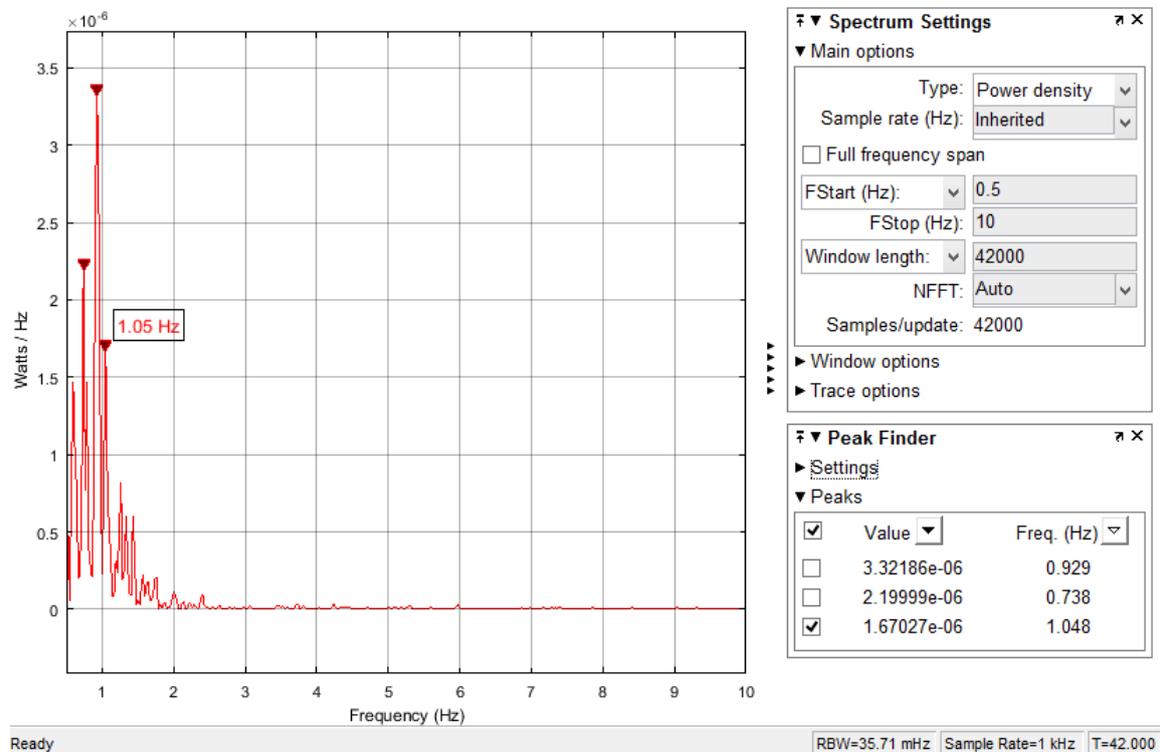


Fig. 6.20 Densidad espectral de San Francisco 28R (2GDL trasero)

Al igual que antes, la frecuencia natural del sistema (1,024 Hz) vista en la Fig. 6.16 también aparece en este caso, esta vez de mayor amplitud, ya que debe coincidir con algún bache mayor. Nótese que este pico también aparece en la figura 6.19 pero de menor amplitud.

### 6.2.5 Aterrizaje crítico

En este caso las condiciones de carga vienen impuestas por el reglamento de la FAA citado en el capítulo 5.

Procediendo de la misma manera se presentan los resultados en las siguientes figuras.

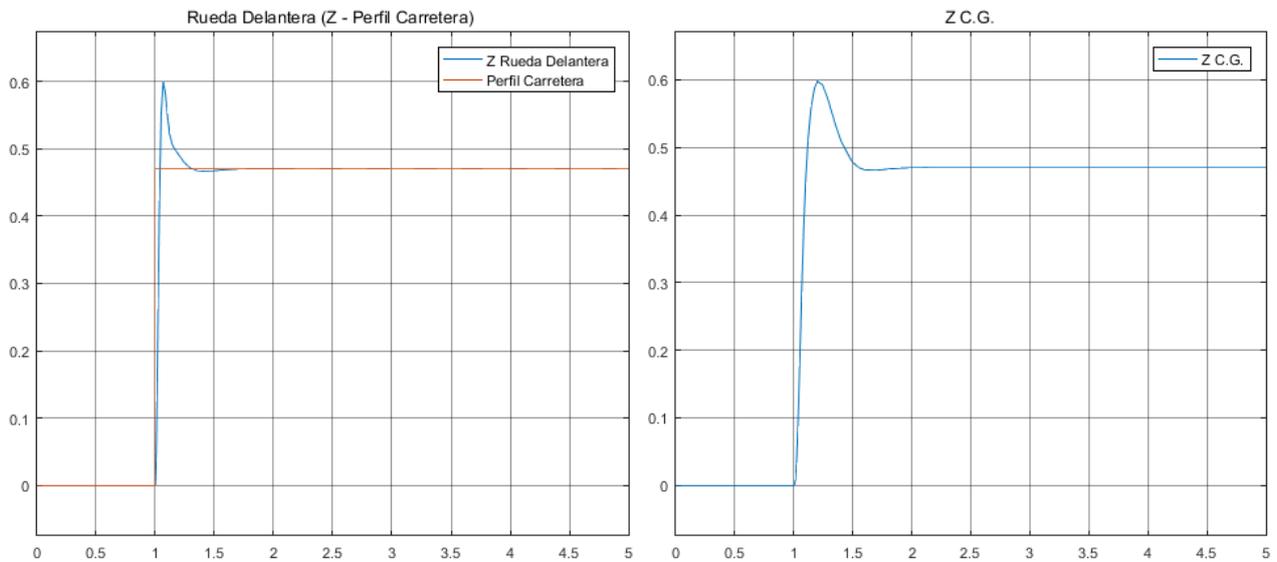


Fig. 6.21 Movimientos para Aterrizaje crítico (2GDL delantero)

Análogamente con el modelo trasero:

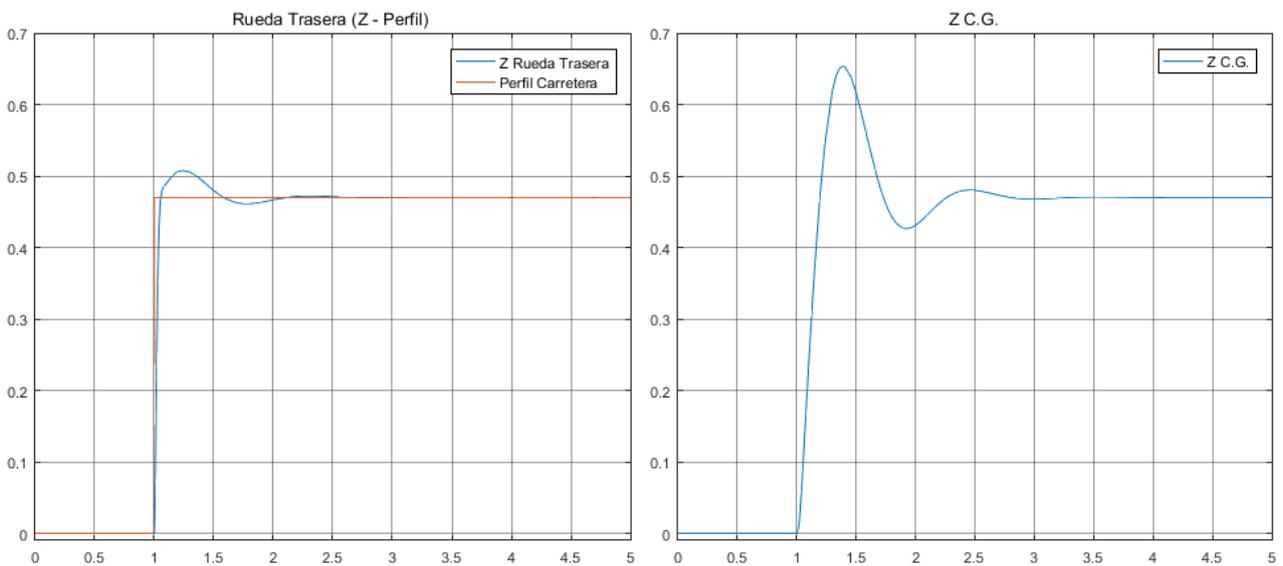


Fig. 6.22 Movimientos para Aterrizaje crítico (2GDL trasero)

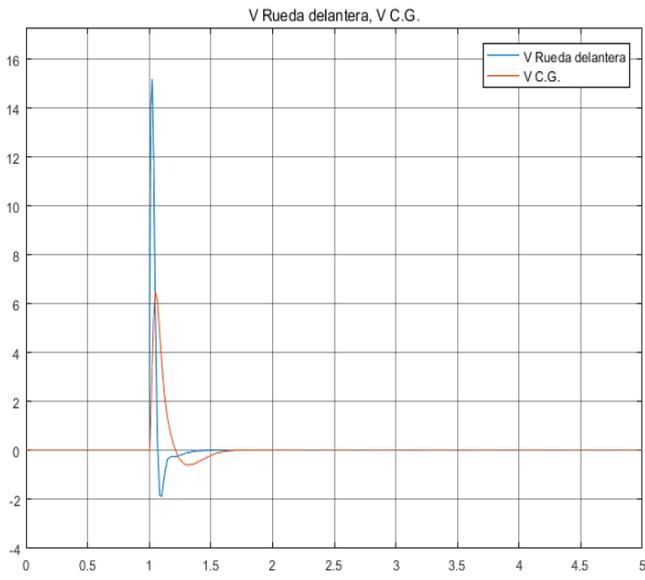


Fig. 6.23 Velocidades para Aterrizaje crítico (2GDL delantero)

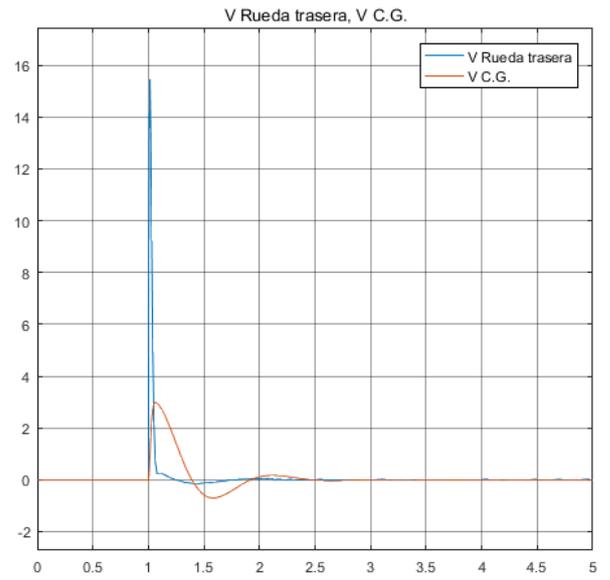


Fig. 6.24 Velocidades para Aterrizaje crítico (2GDL trasero)

### 6.3 Modelo de 4 Grados de Libertad

#### 6.3.1 Descripción del modelo

Este modelo es apropiado para el estudio de la dinámica vertical /longitudinal o vertical/lateral de los vehículos. Aunque todavía simple, este modelo es capaz de proporcionar una información bastante completa sobre la respuesta de los vehículos ante diferentes perfiles de carretera. El modelo se representa en las Fig. 6.25, 6.26

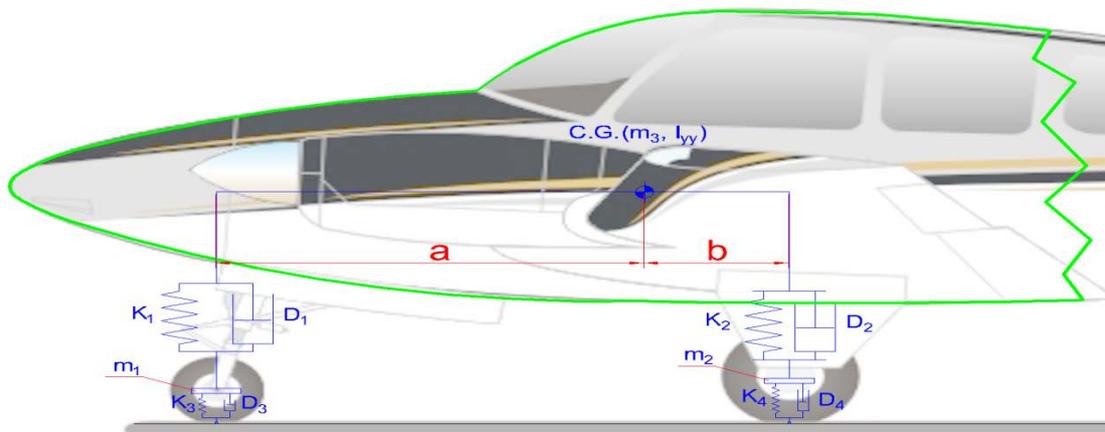


Fig. 6.25 El modelo de 4-GDL.

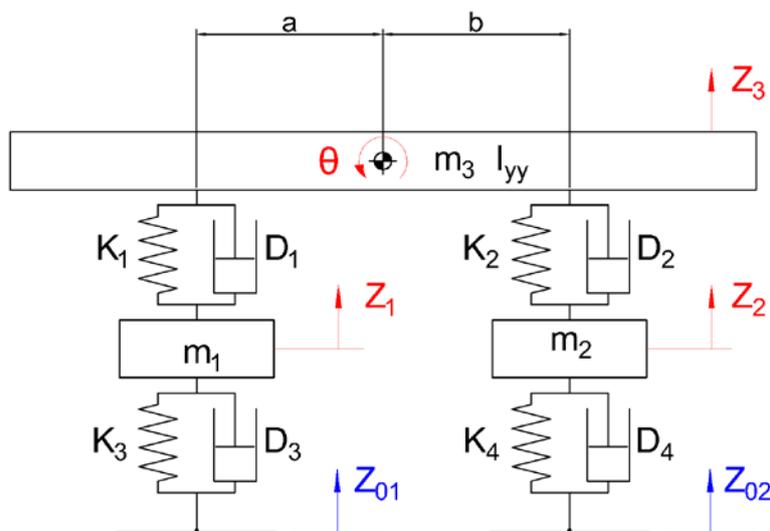


Fig. 6.26 Representación del modelo de 4GDL

Donde:

$m_1, m_2 =$  masa no suspendida del tren delantero/trasero

$m_3 =$  masa suspendida (masa de la aeronave)

$K_1, K_2 =$  rigidez de la suspensión delantera/trasera

$D_1, D_2 =$  coeficiente de amortiguamiento de la suspensión delantera/trasera

$K_3, K_4 =$  rigidez vertical del neumático delantero/trasero

$D_3, D_4 =$  coeficiente de amortiguamiento del neumáticos delantero/trasero

$a, b =$  distancia del centro de gravedad a la rueda delantera/trasera

Este sistema puede interpretarse de la siguiente manera:

### Entradas

$Z_{01}(t), Z_{02}(t) =$  perfil de carretera bajo la rueda delantera/trasera

### Salidas

$z_1(t), z_2(t) =$  movimiento vertical de la rueda delantera/trasera

$z_3(t) =$  movimiento vertical del centro de gravedad de la aeronave

$\theta(t) =$  rotación o cabeceo de la aeronave

Las ecuaciones dinámicas que gobiernan el movimiento de este sistema son:

$$m_1 \ddot{Z}_1 = K_1(Z_3 - Z_1 - a\theta) + K_3(Z_{01} - Z_1) + D_1(\dot{Z}_3 - \dot{Z}_1 - a\dot{\theta}) + D_3(\dot{Z}_{01} - \dot{Z}_1)$$

$$m_2 \ddot{Z}_2 = K_2(Z_3 - Z_2 + b\theta) + K_4(Z_{02} - Z_2) + D_2(\dot{Z}_3 - \dot{Z}_2 + b\dot{\theta}) + D_4(\dot{Z}_{02} - \dot{Z}_2)$$

$$m_3 \ddot{Z}_3 = K_1(Z_1 - Z_3 + a\theta) + K_2(Z_2 - Z_3 - b\theta) + D_1(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_3 + a\dot{\theta}) + D_2(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_3 - b\dot{\theta})$$

$$I_{yy} \ddot{\theta} = aK_1(Z_3 - Z_1 - a\theta) + bK_2(Z_2 - Z_3 - b\theta) + aD_1(\dot{Z}_3 - \dot{Z}_1 - a\dot{\theta}) + bD_2(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_3 - b\dot{\theta})$$

Operando para lograr esta forma:

$$[M] * \{\ddot{z}\} = [K]\{z\} + [D] * \{\dot{z}\} + \{e\}$$

Se obtiene:

$$m_1 \ddot{Z}_1 = (-K_1 - K_3)Z_1 + K_1Z_3 - aK_1\theta + (-D_1 - D_3)\dot{Z}_1 + D_1\dot{Z}_3 - aD_1\dot{\theta} + K_3Z_{01} + D_3\dot{Z}_{01}$$

$$m_2 \ddot{Z}_2 = (-K_2 - K_4)Z_2 + K_2Z_3 + bK_2\theta + (-D_2 - D_4)\dot{Z}_2 + D_2\dot{Z}_3 + bD_2\dot{\theta} + K_4Z_{02} + D_4\dot{Z}_{02}$$

$$m_3 \ddot{Z}_3 = K_1Z_1 + K_2Z_2 + (-K_1 - K_2)Z_3 + (aK_1 - bK_2)\theta + D_1\dot{Z}_1 + D_2\dot{Z}_2 + (-D_1 - D_2)\dot{Z}_3 + (aD_1 - bD_2)\dot{\theta}$$

$$I_{yy} \ddot{\theta} = -aK_1Z_1 + bK_2Z_2 + (aK_1 - bK_2)Z_3 + (-a^2K_1 - b^2K_2)\theta - aD_1\dot{Z}_1 + bD_2\dot{Z}_2 + (aD_1 - bD_2)\dot{Z}_3 + (-a^2D_1 - b^2D_2)\dot{\theta}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{yy} \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} -K_1 - K_3 & 0 & K_1 & -aK_1 \\ 0 & -K_2 - K_4 & K_2 & bK_2 \\ K_1 & K_2 & -K_1 - K_2 & aK_1 - bK_2 \\ -aK_1 & bK_2 & aK_1 - bK_2 & -a^2K_1 - b^2K_2 \end{bmatrix}$$

$$[D] = \begin{bmatrix} -D_1 - D_3 & 0 & D_1 & -aD_1 \\ 0 & -D_2 - D_4 & D_2 & bD_2 \\ D_1 & D_2 & -D_1 - D_2 & aD_1 - bD_2 \\ -aD_1 & bD_2 & aD_1 - bD_2 & -a^2D_1 - b^2D_2 \end{bmatrix}$$

$$\{e\} = \begin{bmatrix} K_3 Z_{01} + D_3 \dot{Z}_{01} \\ K_4 Z_{02} + D_4 \dot{Z}_{02} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \{z\} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ \theta \end{bmatrix}$$

### 6.3.2 Representación de Estado-Espacio del modelo de 4 GDL

Las ecuaciones del sistema, pueden ser expresadas en la forma dada por las ecuaciones:

$$\begin{cases} \dot{\vec{\alpha}} = A\vec{\alpha} + B\vec{u} \\ \vec{y} = C\vec{\alpha} + D\vec{u} \end{cases}$$

En consecuencia, asignamos:

$$\vec{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_7 \\ \alpha_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ \theta \\ \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}; \quad \vec{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{01} \\ Z_{02} \\ \dot{Z}_{01} \\ \dot{Z}_{02} \end{bmatrix}$$

Operando, obtenemos las matrices A, B, C y D:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-K_1 - K_3}{m_1} & 0 & \frac{K_1}{m_1} & \frac{-aK_1}{m_1} & \frac{-D_1 - D_3}{m_1} & 0 & \frac{D_1}{m_1} & \frac{-aD_1}{m_1} \\ 0 & \frac{-K_2 - K_4}{m_2} & \frac{K_2}{m_2} & \frac{bK_4}{m_2} & 0 & \frac{-D_2 - D_4}{m_2} & \frac{D_2}{m_2} & \frac{bD_4}{m_2} \\ \frac{K_1}{m_3} & \frac{K_2}{m_3} & \frac{-K_1 - K_2}{m_3} & \frac{aK_1 - bK_2}{m_3} & \frac{D_1}{m_3} & \frac{D_2}{m_3} & \frac{-D_1 - D_2}{m_3} & \frac{aD_1 - bD_2}{m_3} \\ \frac{-aK_1}{I_{yy}} & \frac{bK_2}{I_{yy}} & \frac{aK_1 - bK_2}{I_{yy}} & \frac{-a^2K_1 - b^2K_2}{I_{yy}} & \frac{-aD_1}{I_{yy}} & \frac{bD_2}{I_{yy}} & \frac{aD_1 - bD_2}{I_{yy}} & \frac{-a^2D_1 - b^2D_2}{I_{yy}} \end{bmatrix}$$



### 6.4 Simulaciones del modelo 4 GDL utilizando la representación Estado-Espacio.

Para este caso y considerando las particularidades de este modelo se utilizaran los datos mostrados a continuación. Cabe destacar que el tren trasero está compuesto en realidad por dos suspensiones, por lo que se ha calculado el equivalente y que hay que tener en cuenta que el perfil de la carretera en este tren estará siempre desfasado con respecto al delantero un  $t = Batalla/V_{aeroplano}$  de esta manera se podrá obtener el ángulo de cabeceo y su velocidad

Las condiciones de carga normales serán las mismas que en el anterior modelo.

A continuación se muestran las constantes necesarias para simular el modelo.

Masa total	Masa no suspendida		Masa suspendida
	rueda delantera	rueda trasera	Delantera / Trasera
<b>2050 KG</b>	<b>45 KG</b>	<b>2 * 45 KG</b>	<b>259 / 1656 KG</b>
<b>Rigidez Neumático</b>		<b>Rigidez Suspensión</b>	
<b>Delantero</b>	<b>Trasero</b>	<b>Delantera</b>	<b>Trasera</b>
<b>163200 N/m</b>	<b>2 * 285755 N/m</b>	<b>18341 N/m</b>	<b>2 * 40188 N/m</b>
<b>Coefficiente Amortiguación</b>			
<b>Neumático</b>		<b>Suspensión</b>	
<b>Delantero</b>	<b>Trasero</b>	<b>Delantera</b>	<b>Trasera</b>
<b>0 N*s/m</b>	<b>0 N*s/m</b>	<b>3000 N*s/m</b>	<b>2 * 6000 N*s/m</b>

Tabla 6.2 Definiciones del modelo 4GDL.

El modelo de Simulink utilizado se muestra en la Fig.6.27.

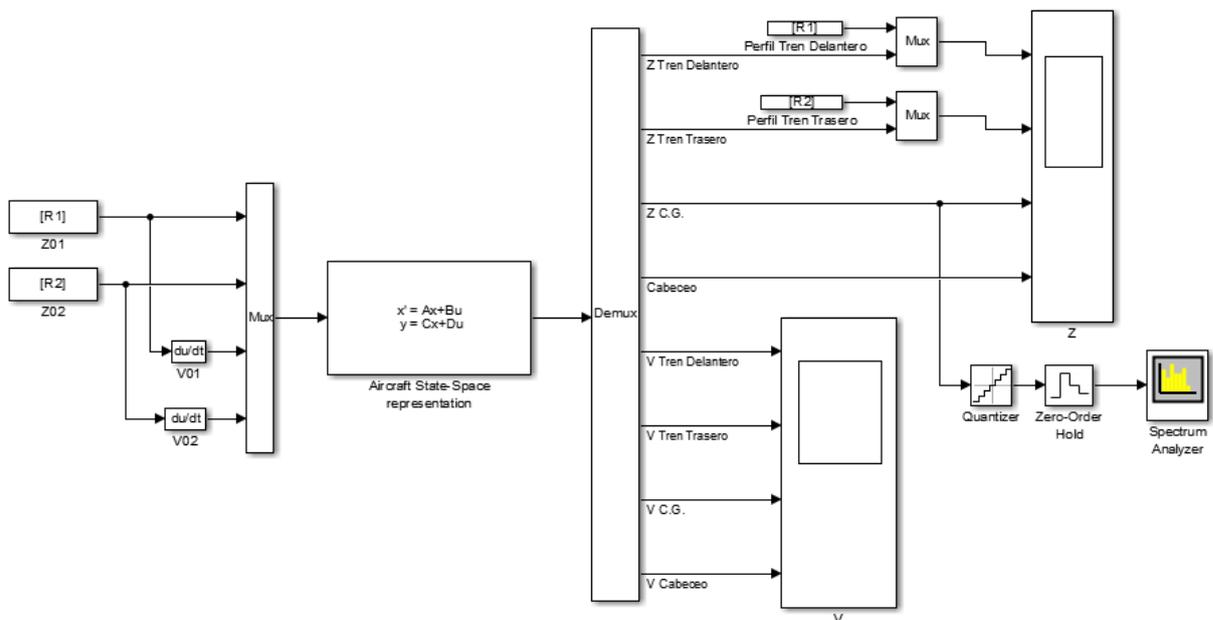
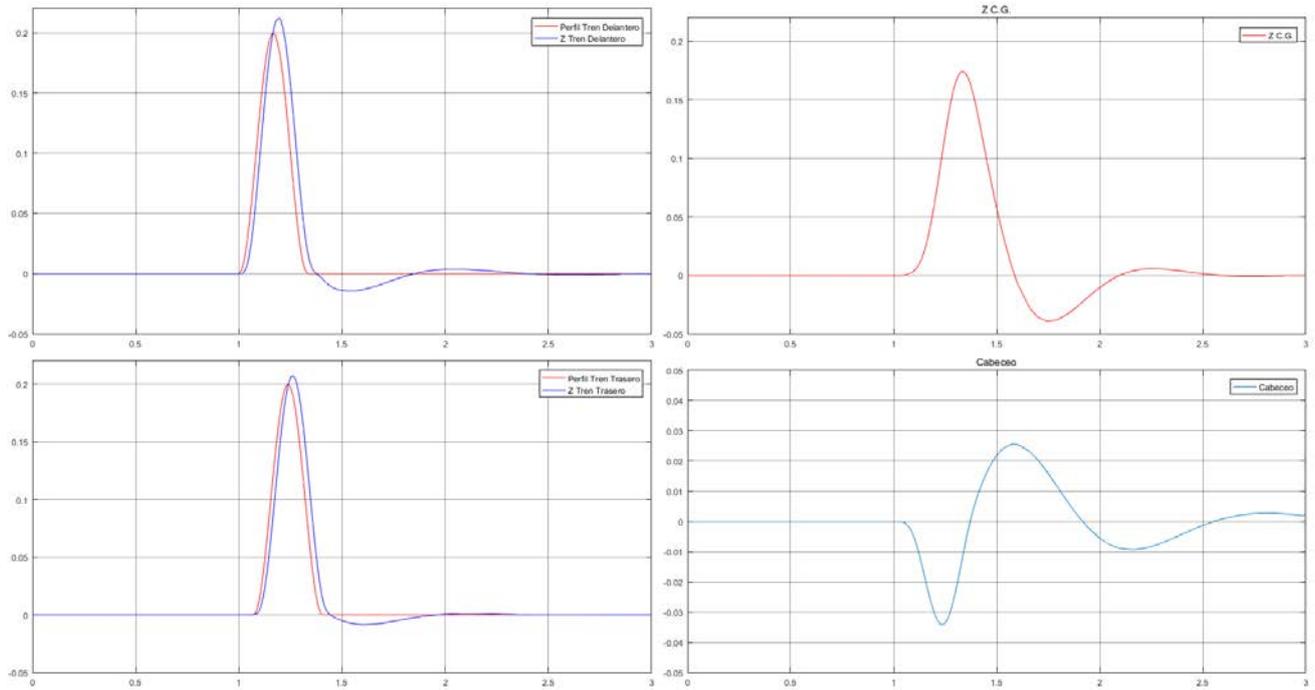
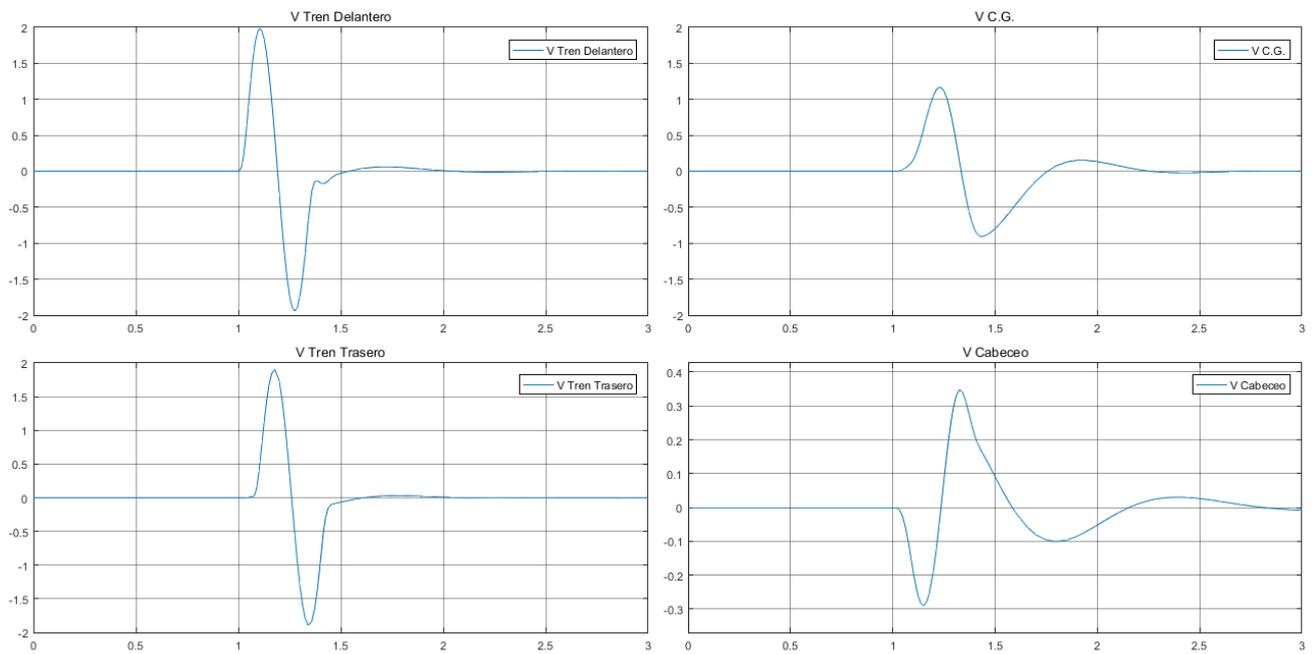


Fig. 6.27 Modelo Simulink (4GDL)

**6.4.1 Bache en pista**

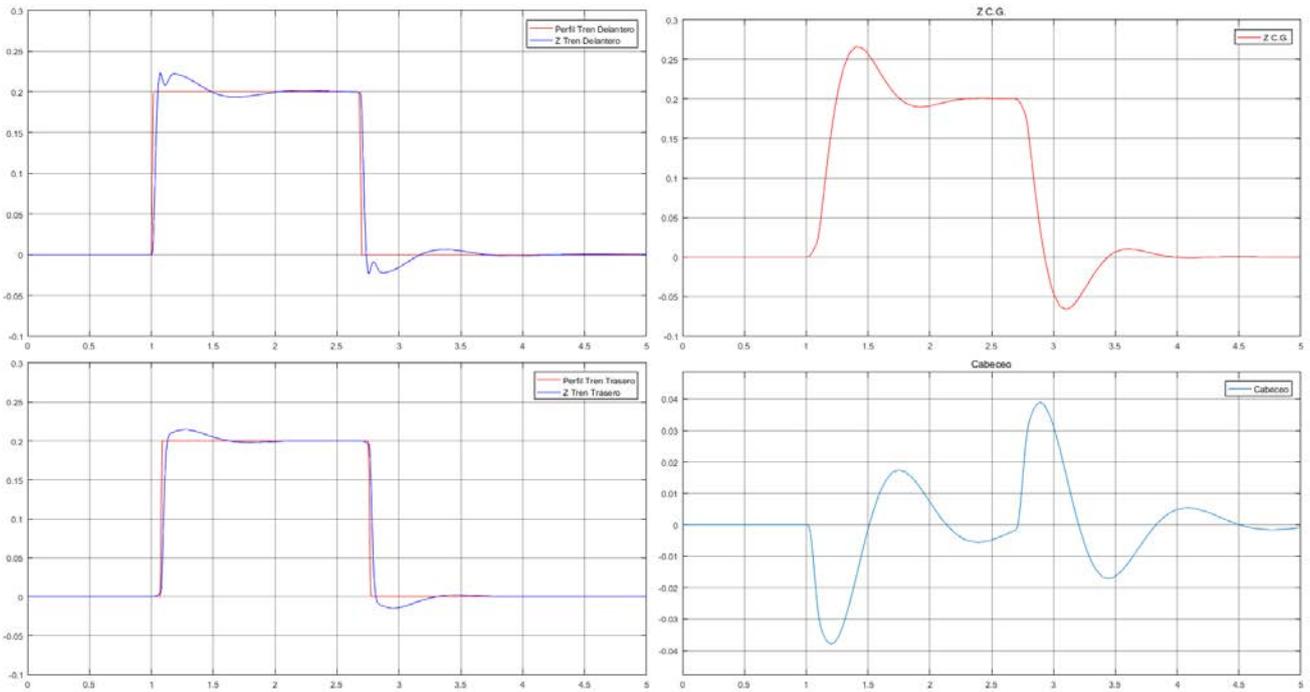


*Fig. 6.28 Movimientos para un bache (4GDL)*

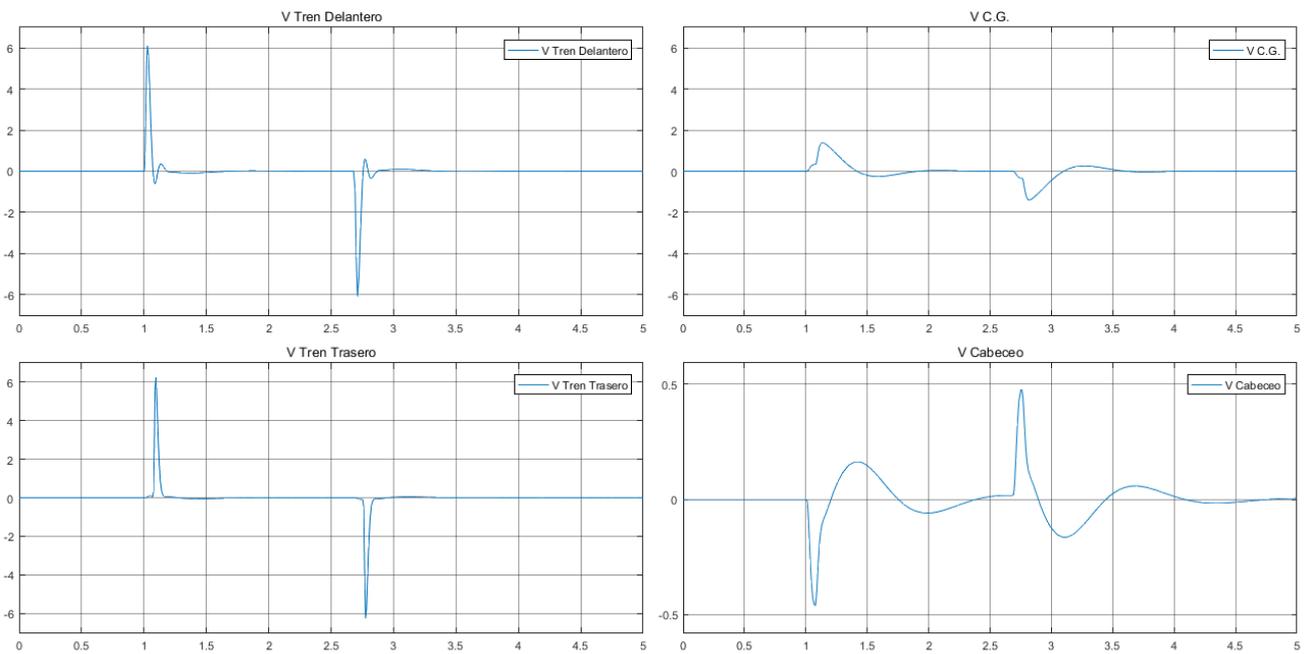


*Fig. 6.29 Velocidades para un bache (4GDL)*

**6.4.2 Escalón en pista**



*Fig. 6.30 Movimientos para un escalón (4GDL)*



*Fig. 6.31 Velocidades para un escalón (4GDL)*

### 6.4.3 Barrido senoidal

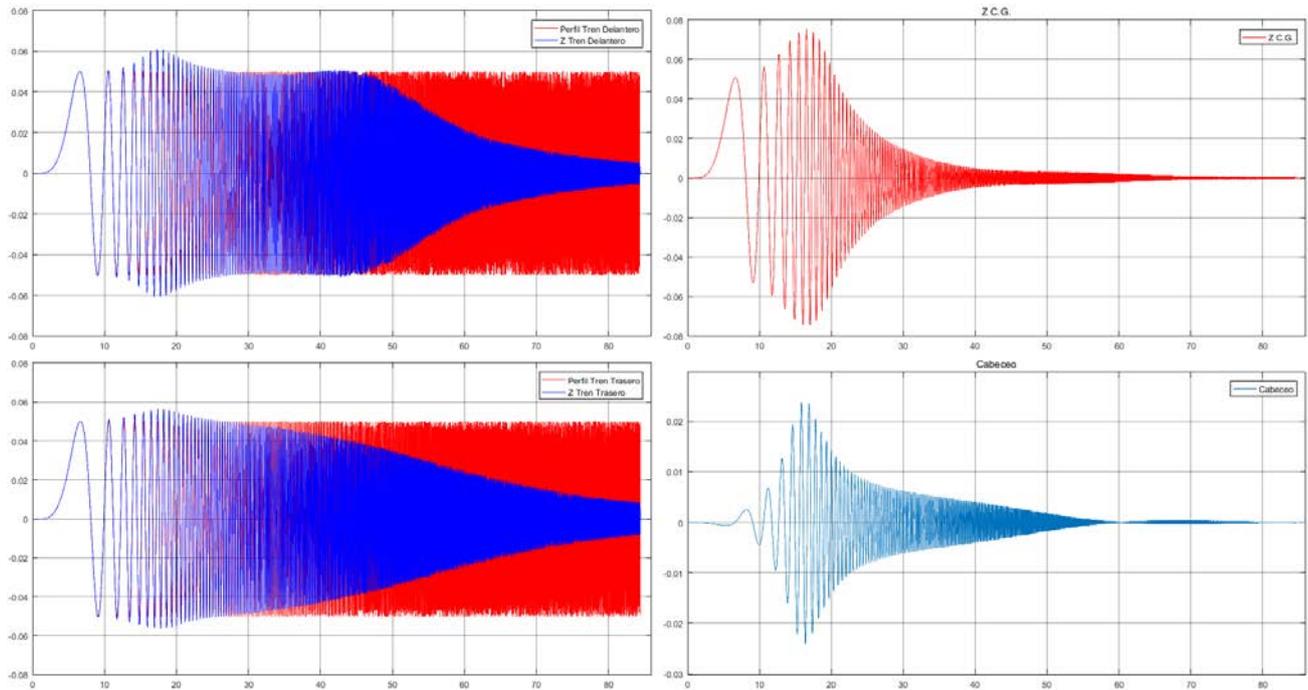


Fig. 6.32 Movimientos para un barrido senoidal (4GDL)

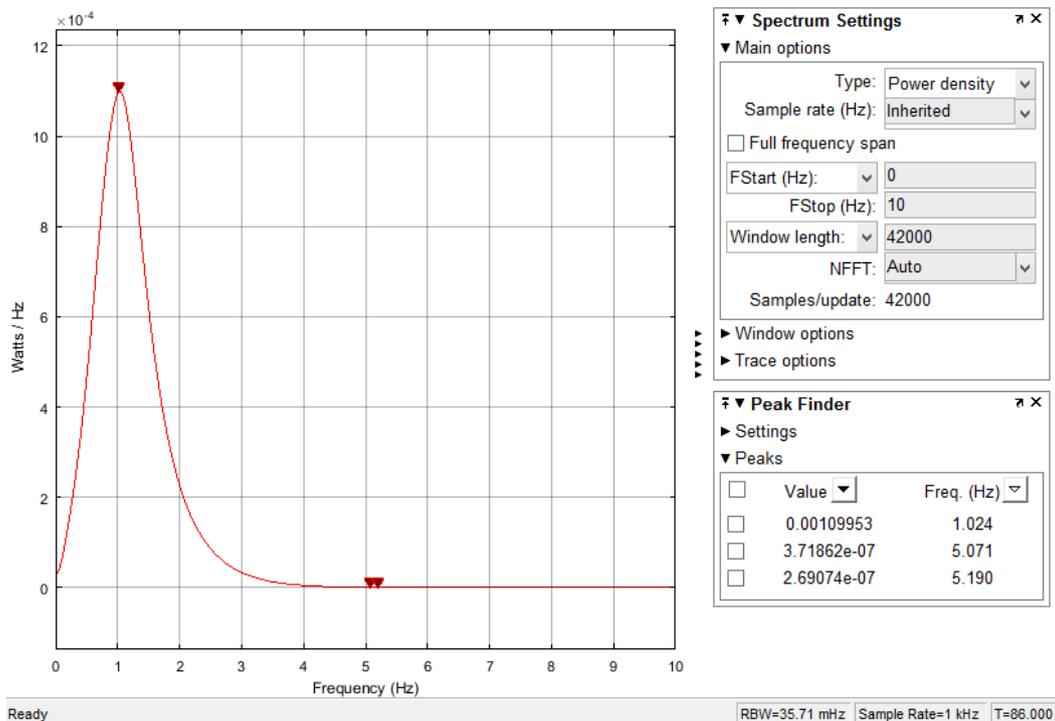
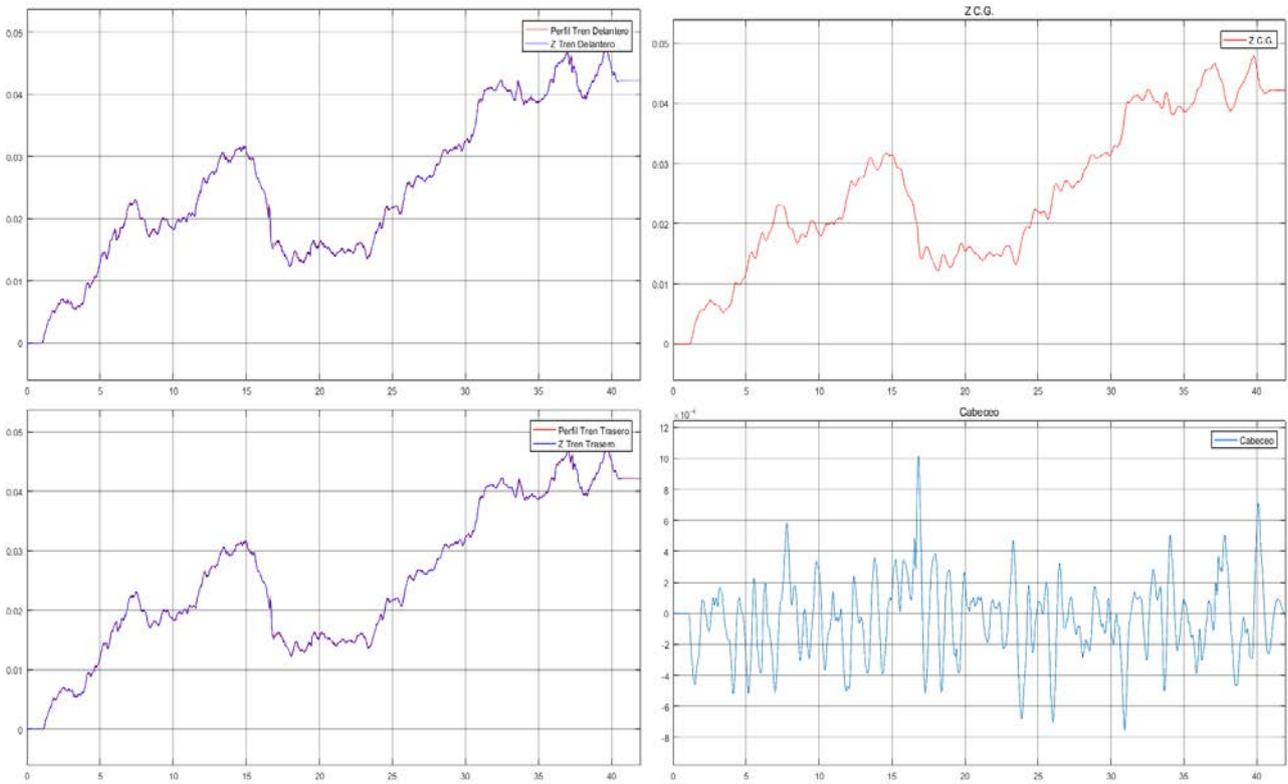


Fig. 6.33 Frecuencia natural del modelo (4GDL)

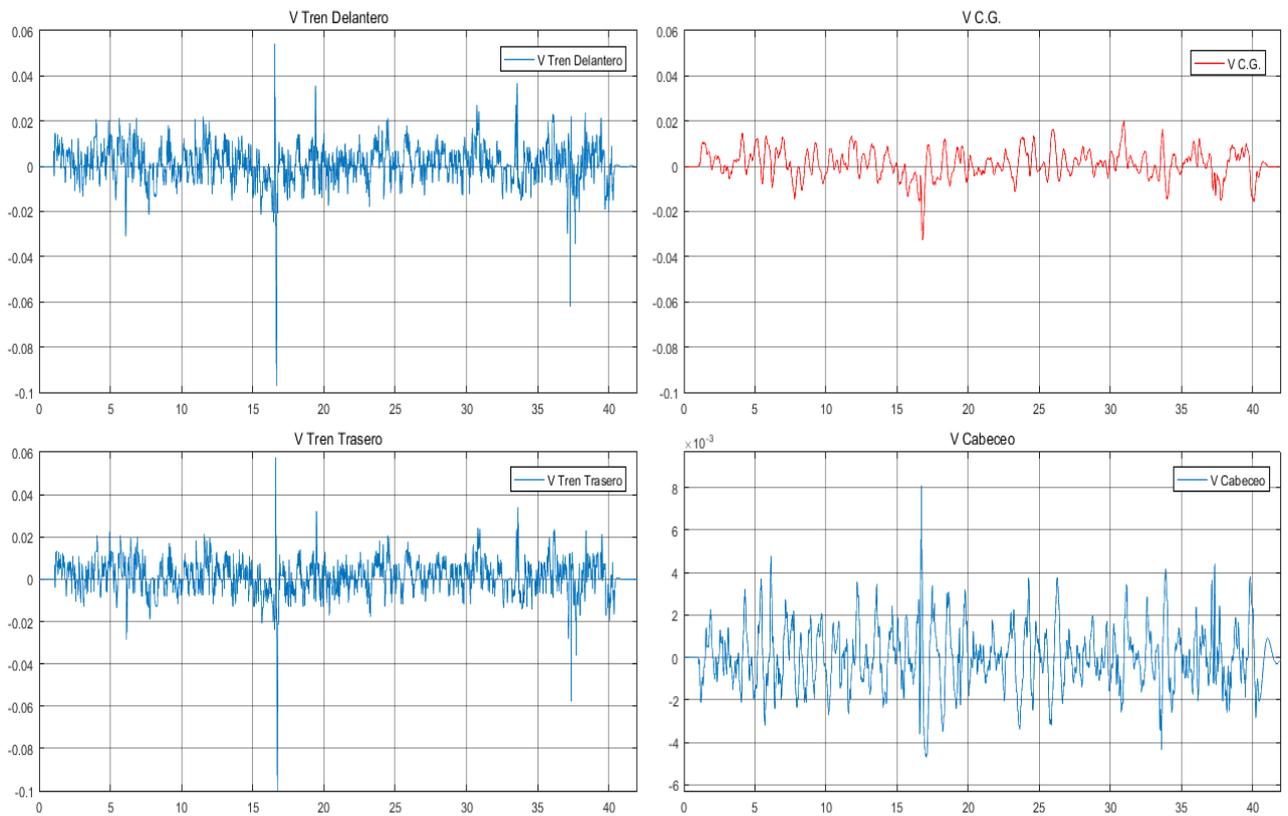
Cabe esperar que este modelo tenga una frecuencia natural muy parecida a los dos modelos de 2 GDL antes estudiados, además esta frecuencia debería de estar más cerca del modelo trasero ya que es casi el 90 % de la masa total de la aeronave.

A la vista de la última figura se puede ver como la frecuencia natural del sistema es prácticamente igual a la del modelo 2GDL trasero.

**6.4.4 San Francisco 28R**



*Fig. 6.34 Movimientos para pista San Francisco 28R (4GDL)*



*Fig. 6.35 Velocidades para pista San Francisco 28R (4GDL)*

Del mismo modo que en el modelo de 2GDL la densidad espectral de potencia de este caso es la que se muestra a continuación, en consecuencia con la Fig. 6.31

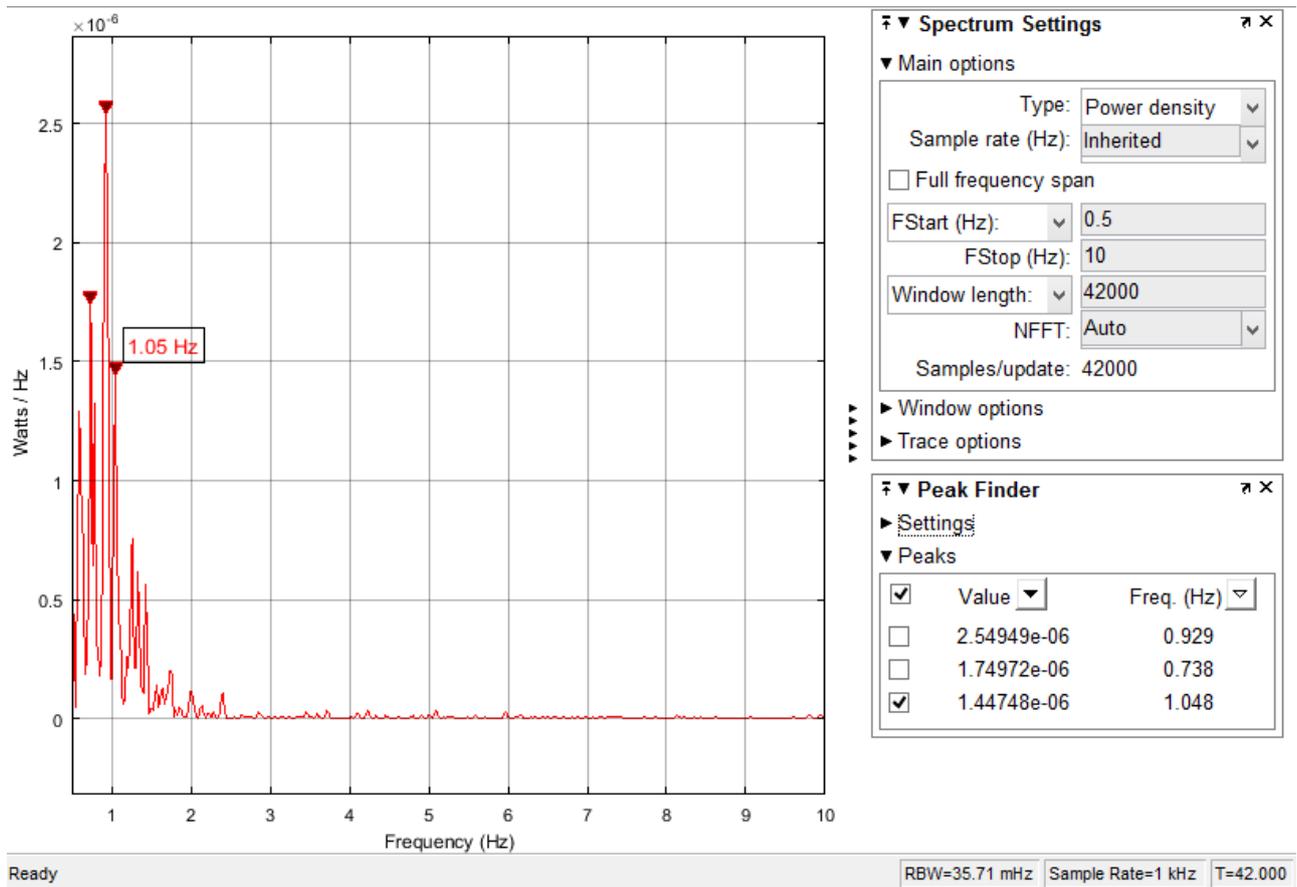
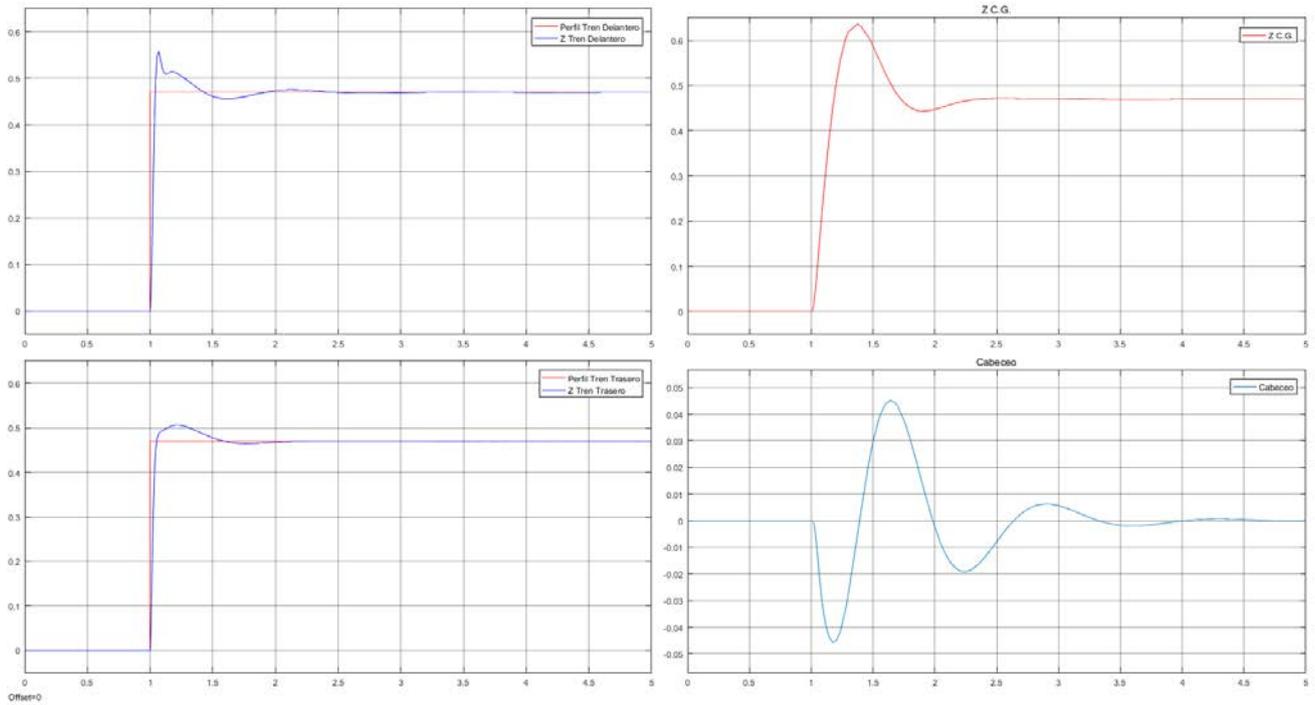
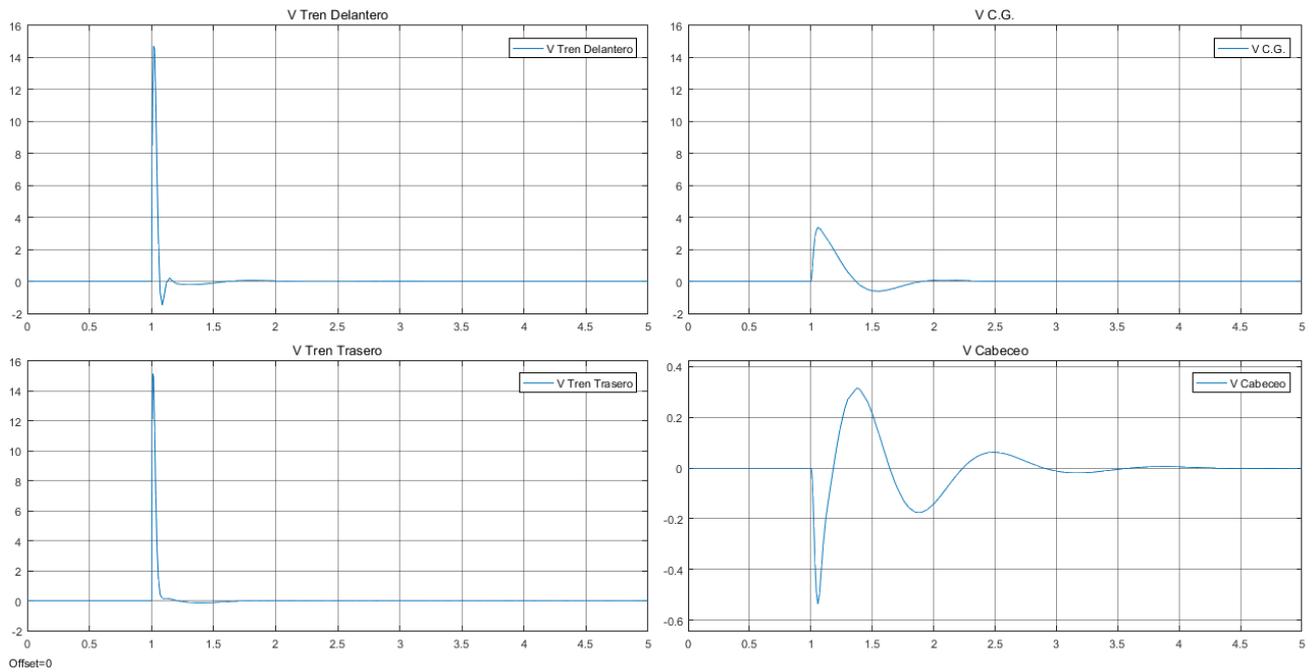


Fig. 6.36 Densidad espectral de San Francisco 28R (4GDL)

**6.4.5 Aterrizaje crítico**



*Fig. 6.37 Movimientos para Aterrizaje crítico (4GDL)*



*Fig. 6.38 Velocidades para Aterrizaje crítico (4GDL)*

## 6.5 Modelo de 6 Grados de Libertad

### 6.5.1 Descripción del Modelo

En este modelo simularemos el comportamiento de los tres sistemas de suspensión; tren delantero, trasero izquierdo y trasero derecho; de la aeronave en conjunto. Este modelo permite simular un perfil de terreno distinto para cada rueda.

Los grados de libertad corresponden a los desplazamientos verticales de las masas suspendidas, es decir el movimiento vertical del eje de cada rueda, el movimiento vertical del centro de gravedad de la aeronave y los ángulos de cabeceo y balanceo de ésta.

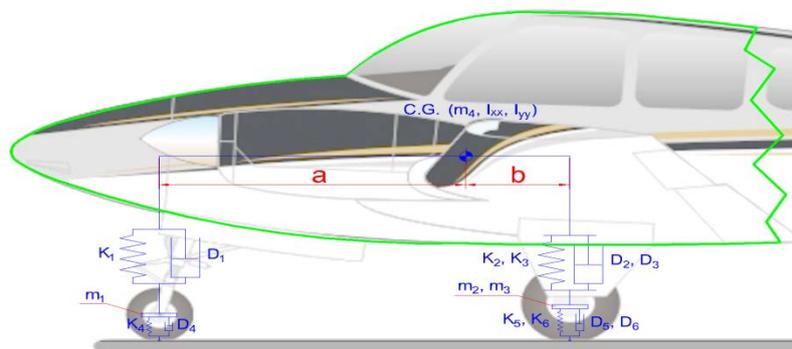


Fig. 6.39 El modelo de 6GDL

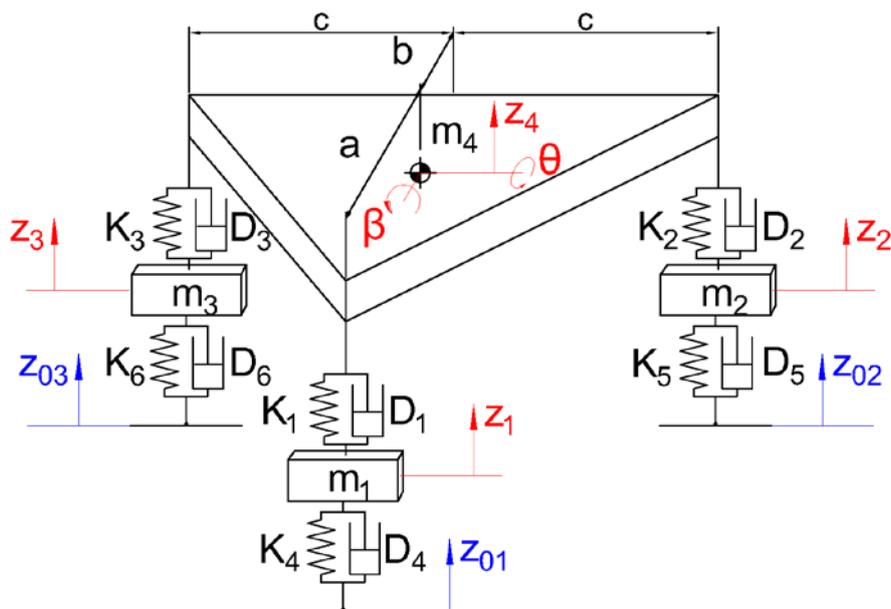


Fig. 6.40 Representación del modelo de 6GDL

Donde:

$M_1$  = masa no suspendida del tren delantero

$M_2, M_3$  = masa no suspendida del tren trasero izquierdo/derecho

$M_4$  = masa suspendida (masa de la aeronave)

$K_1$  = rigidez de la suspensión delantera

$K_2, K_3$  = rigidez e la suspensión trasera izquierda/derecha

$D_1$  = coeficiente de amortiguamiento de la suspensión delantera

$D_2, D_3$  = coeficiente de amortiguamiento de la suspensión trasera izquierda/derecha

$K_4$  = rigidez vertical del neumático delantero

$K_5, K_6$  = rigidez vertical de los neumáticos traseros

$D_4$  = coeficiente de amortiguamiento del neumáticos delantero

$D_5, D_6$  = coeficiente de amortiguamiento de los neumáticos traseros izquierdo/derecho

$a$  = distancia longitudinal del centro de gravedad al eje delantero

$b$  = distancia longitudinal del centro de gravedad al eje trasero

$c$  = distancia lateral del centro de gravedad a la rueda trasera izquierda/derecha

Este sistema puede interpretarse de la siguiente manera:

#### Entradas

$Z_{01}(t), Z_{02}(t), Z_{03}(t)$  = perfil de carretera bajo las ruedas delantera, trasera izquierda/derecha

#### Salidas

$z_1(t), z_2(t), z_3(t)$  = movimiento vertical de la rueda delantera, trasera izquierda/derecha

$z_4(t)$  = movimiento vertical del centro de gravedad de la aeronave

$\theta(t)$  = cabeceo de la aeronave

$\beta(t)$  = balanceo de la aeronave

Las ecuaciones dinámicas que gobiernan el movimiento de este sistema son:

$$m_1 \ddot{Z}_1 = K_1(Z_4 - Z_1 - a\theta) - K_4(Z_1 - Z_{01}) + D_1(\dot{Z}_4 - \dot{Z}_1 - a\dot{\theta}) - D_4(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_{01})$$

$$m_2 \ddot{Z}_2 = K_2(Z_4 - Z_2 + b\theta + c\beta) - K_5(Z_2 - Z_{02}) + D_2(\dot{Z}_4 - \dot{Z}_2 + b\dot{\theta} + c\dot{\beta}) - D_5(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_{02})$$

$$m_3 \ddot{Z}_3 = K_3(Z_4 - Z_3 + b\theta - c\beta) - K_6(Z_3 - Z_{03}) + D_3(\dot{Z}_4 - \dot{Z}_3 + b\dot{\theta} - c\dot{\beta}) - D_6(\dot{Z}_3 - \dot{Z}_{03})$$

$$m_4 \ddot{Z}_4 = K_1(Z_1 - Z_4 - a\theta) + K_2(Z_2 - Z_4 + b\theta + c\beta) + K_3(Z_3 - Z_4 + b\theta - c\beta) \\ + D_1(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_4 - a\dot{\theta}) + D_2(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_4 + b\dot{\theta} + c\dot{\beta}) + D_3(\dot{Z}_3 - \dot{Z}_4 + b\dot{\theta} - c\dot{\beta})$$

$$I_{yy}\ddot{\theta} = K_1a(Z_4 - Z_1 - a\theta) + K_2b(Z_2 - Z_4 - b\theta - c\beta) + K_3b(Z_3 - Z_4 - b\theta + c\beta) \\ + D_1a(\dot{Z}_4 - \dot{Z}_1 - a\dot{\theta}) + D_2b(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_4 - b\dot{\theta} - c\dot{\beta}) + D_3b(\dot{Z}_3 - \dot{Z}_4 - b\dot{\theta} + c\dot{\beta})$$

$$I_{xx}\ddot{\beta} = K_2c(Z_2 - Z_4 - b\theta - c\beta) + K_3c(Z_4 - Z_3 + b\theta - c\beta) \\ + D_2c(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_4 - b\dot{\theta} - c\dot{\beta}) + D_3c(\dot{Z}_4 - \dot{Z}_3 + b\dot{\theta} - c\dot{\beta})$$

Operando para lograr esta forma:

$$[M] * \{\ddot{z}\} = [K]\{z\} + [D] * \{\dot{z}\} + \{e\}$$

Se obtiene:

$$m_1\ddot{Z}_1 = -(K_1 + K_4)Z_1 + K_1Z_4 - aK_1\theta - (D_1 + D_4)\dot{Z}_1 + D_1\dot{Z}_4 - aD_1\dot{\theta} + K_4Z_{01} + D_4\dot{Z}_{01}$$

$$m_2\ddot{Z}_2 = -(K_2 + K_5)Z_2 + K_2Z_4 + bK_2\theta + cK_2\beta - (D_2 + D_5)\dot{Z}_2 + D_2\dot{Z}_4 + bD_2\dot{\theta} + cD_2\dot{\beta} + K_5Z_{02} + D_5\dot{Z}_{02}$$

$$m_3\ddot{Z}_3 = -(K_3 + K_6)Z_3 + K_3Z_4 + bK_3\theta - cK_3\beta - (D_3 + D_6)\dot{Z}_3 + D_3\dot{Z}_4 + bD_3\dot{\theta} - cD_3\dot{\beta} + K_6Z_{03} + D_6\dot{Z}_{03}$$

$$m_4\ddot{Z}_4 = K_1Z_1 + K_2Z_2 + K_3Z_3 - (K_1 + K_2 + K_3)Z_4 - (aK_1 - bK_2 - bK_3)\theta + (cK_2 - cK_3)\beta \\ + D_1\dot{Z}_1 + D_2\dot{Z}_2 + D_3\dot{Z}_3 - (D_1 + D_2 + D_3)\dot{Z}_4 - (aD_1 - bD_2 - bD_3)\dot{\theta} + (cD_2 - cD_3)\dot{\beta}$$

$$I_{yy}\ddot{\theta} = -aK_1Z_1 + bK_2Z_2 + bK_3Z_3 + (aK_1 - bK_2 - bK_3)Z_4 - (a^2K_1 + b^2K_2 + b^2K_3)\theta - (bcK_2 - bcK_3)\beta \\ - aD_1\dot{Z}_1 + bD_2\dot{Z}_2 + bD_3\dot{Z}_3 + (aD_1 - bD_2 - bD_3)\dot{Z}_4 - (a^2D_1 + b^2D_2 + b^2D_3)\dot{\theta} \\ - (bcD_2 - bcD_3)\dot{\beta}$$

$$I_{xx}\ddot{\beta} = cK_2Z_2 - cK_3Z_3 - (cK_2 - cK_3)Z_4 - (bcK_2 - bcK_3)\theta - (c^2K_2 + c^2K_3)\beta + cD_2\dot{Z}_2 \\ - cD_3\dot{Z}_3 - (cD_2 - cD_3)\dot{Z}_4 - (bcD_2 - bcD_3)\dot{\theta} - (c^2D_2 + c^2D_3)\dot{\beta}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{xx} \end{bmatrix}; \quad \{z\} = \begin{Bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \\ \theta \\ \beta \end{Bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} -K_1 - K_4 & 0 & 0 & K_1 & -aK_1 & 0 \\ 0 & -K_2 - K_5 & 0 & K_2 & bK_2 & cK_2 \\ 0 & 0 & -K_3 - K_6 & K_3 & bK_3 & -cK_3 \\ K_1 & K_2 & K_3 & -K_1 - K_2 - K_3 & -aK_1 + bK_2 + bK_3 & cK_2 - cK_3 \\ -aK_1 & bK_2 & K_3b & aK_1 - bK_2 - bK_3 & -a^2K_1 - b^2K_2 - b^2K_3 & -bcK_2 + bcK_3 \\ 0 & cK_2 & -cK_3 & -cK_2 + cK_3 & -bcK_2 + bcK_3 & -c^2K_2 - c^2K_3 \end{bmatrix}$$

$$[D] = \begin{bmatrix} -D_1 - D_4 & 0 & 0 & D_1 & -aD_1 & 0 \\ 0 & -D_2 - D_5 & 0 & D_2 & bD_2 & cD_2 \\ 0 & 0 & -D_3 - D_6 & D_3 & bD_3 & -cD_3 \\ D_1 & D_2 & D_3 & -D_1 - D_2 - D_3 & -aD_1 + bD_2 + bD_3 & cD_2 - cD_3 \\ -aD_1 & bD_2 & bD_3 & aD_1 - bD_2 - bD_3 & -a^2D_1 - b^2D_2 - b^2D_3 & -bcD_2 + bcD_3 \\ 0 & cD_2 & -cD_3 & -cD_2 + cD_3 & -bcD_2 + bcD_3 & -c^2D_2 - c^2D_3 \end{bmatrix}$$

$$\{e\} = \begin{bmatrix} K_4 Z_{01} + D_4 \dot{Z}_{01} \\ K_5 Z_{02} + D_5 \dot{Z}_{02} \\ K_6 Z_{03} + D_6 \dot{Z}_{03} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

### 6.5.2 Representación de Estado-Espacio del modelo de 6 GDL

Las ecuaciones del sistema pueden ser expresadas en la forma dada por las ecuaciones:

$$\begin{cases} \dot{\vec{\alpha}} = A\vec{\alpha} + B\vec{u} \\ \vec{y} = C\vec{\alpha} + D\vec{u} \end{cases}$$

En consecuencia, se asigna:

$$\vec{\alpha} = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \\ \beta \\ \gamma \\ \dot{Z}_1 \\ \dot{Z}_2 \\ \dot{Z}_3 \\ \dot{Z}_4 \\ \ddot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_7 \\ \alpha_8 \\ \alpha_9 \\ \alpha_{10} \\ \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \end{bmatrix}; \quad \dot{\vec{\alpha}} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_1 \\ \dot{Z}_2 \\ \dot{Z}_3 \\ \dot{Z}_4 \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \\ \ddot{Z}_1 \\ \ddot{Z}_2 \\ \ddot{Z}_3 \\ \ddot{Z}_4 \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_1 \\ \dot{\alpha}_2 \\ \dot{\alpha}_3 \\ \dot{\alpha}_4 \\ \dot{\alpha}_5 \\ \dot{\alpha}_6 \\ \dot{\alpha}_7 \\ \dot{\alpha}_8 \\ \dot{\alpha}_9 \\ \dot{\alpha}_{10} \\ \dot{\alpha}_{11} \\ \dot{\alpha}_{12} \end{bmatrix}; \quad \vec{u} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix}$$

Sustituyendo se obtiene:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{Z}_1 &= -(K_1 + K_4)Z_1 + K_1 Z_4 - K_1 a \theta - (D_1 + D_4)\dot{Z}_1 + D_1 \dot{Z}_4 - D_1 a \dot{\theta} + K_4 Z_{01} + D_4 \dot{Z}_{01} \\ m_2 \ddot{Z}_2 &= -(K_2 + K_5)Z_2 + K_2 Z_4 + K_2 b \theta + K_2 c \beta - (D_2 + D_5)\dot{Z}_2 + D_2 \dot{Z}_4 + D_2 b \dot{\theta} + D_2 c \dot{\beta} + K_5 Z_{02} + D_5 \dot{Z}_{02} \\ m_3 \ddot{Z}_3 &= -(K_3 + K_6)Z_3 + K_3 Z_4 + K_3 b \theta - K_3 c \beta - (D_3 + D_6)\dot{Z}_3 + D_3 \dot{Z}_4 + D_3 b \dot{\theta} - D_3 c \dot{\beta} + K_6 Z_{03} + D_6 \dot{Z}_{03} \\ m_4 \ddot{Z}_4 &= K_1 Z_1 + K_2 Z_2 + K_3 Z_3 - (K_1 + K_2 + K_3)Z_4 - (K_1 a - K_2 b - K_3 b)\theta + (K_2 c - K_3 c)\beta \\ &\quad + D_1 \dot{Z}_1 + D_2 \dot{Z}_2 + D_3 \dot{Z}_3 - (D_1 + D_2 + D_3)\dot{Z}_4 - (D_1 a - D_2 b - D_3 b)\dot{\theta} + (D_2 c - D_3 c)\dot{\beta} \\ I_{yy} \ddot{\theta} &= -K_1 a Z_1 + K_2 b Z_2 + K_3 b Z_3 + (K_1 a - K_2 b - K_3 b)Z_4 - (K_1 a^2 + K_2 b^2 + K_3 b^2)\theta - (K_2 b c - K_3 b c)\beta \\ &\quad - D_1 a \dot{Z}_1 + D_2 b \dot{Z}_2 + D_3 b \dot{Z}_3 + (D_1 a - D_2 b - D_3 b)\dot{Z}_4 - (D_1 a^2 + D_2 b^2 + D_3 b^2)\dot{\theta} \\ &\quad - (D_2 b c - D_3 b c)\dot{\beta} \\ I_{xx} \ddot{\beta} &= K_2 c Z_2 - K_3 c Z_3 - (K_2 c - K_3 c)Z_4 - (K_2 b c - K_3 b c)\theta - (K_2 c^2 + K_3 c^2)\beta + D_2 c \dot{Z}_2 \\ &\quad - D_3 c \dot{Z}_3 - (D_2 c - D_3 c)\dot{Z}_4 - (D_2 b c - D_3 b c)\dot{\theta} - (D_2 c^2 + D_3 c^2)\dot{\beta} \end{aligned}$$

Operando, obtenemos las matrices A, B, C y D:

Para visualizar la matriz A se descompondrá en 4 submatrices de 6 x 6 como se vio en capítulo 6.1.3



## 6.6 Simulaciones del modelo 6 GDL utilizando la representación Estado-Espacio.

En este último caso podremos obtener los movimientos de cada rueda, el del C.G. y los ángulos de cabeceo y balanceo así como sus respectivas velocidades. Las condiciones de carga normales serán las mismas que en casos anteriores

A continuación se muestran las constantes necesarias para simular el modelo.

Masa total	Masa no suspendida		Masa suspendida
	rueda delantera	ruedas traseras	Delantera / Trasera
<b>2050 KG</b>	<b>45 KG</b>	<b>45 KG</b>	<b>259 / 1656 KG</b>
<b>Rigidez Neumáticos</b>		<b>Rigidez Suspensiones</b>	
<b>Delantero</b>	<b>Traseros</b>	<b>Delantera</b>	<b>Traseras</b>
<b>163200 N/m</b>	<b>285755 N/m</b>	<b>18341 N/m</b>	<b>40188 N/m</b>
<b>Coefficiente Amortiguación</b>			
<b>Neumáticos</b>		<b>Suspensiones</b>	
<b>Delantero</b>	<b>Traseros</b>	<b>Delantera</b>	<b>Traseras</b>
<b>0 N*s/m</b>	<b>0 N*s/m</b>	<b>3000 N*s/m</b>	<b>6000 N*s/m</b>

Tabla 6.3 Definiciones del modelo 6GDL.

El modelo de Simulink utilizado se muestra en la Fig.6.41.

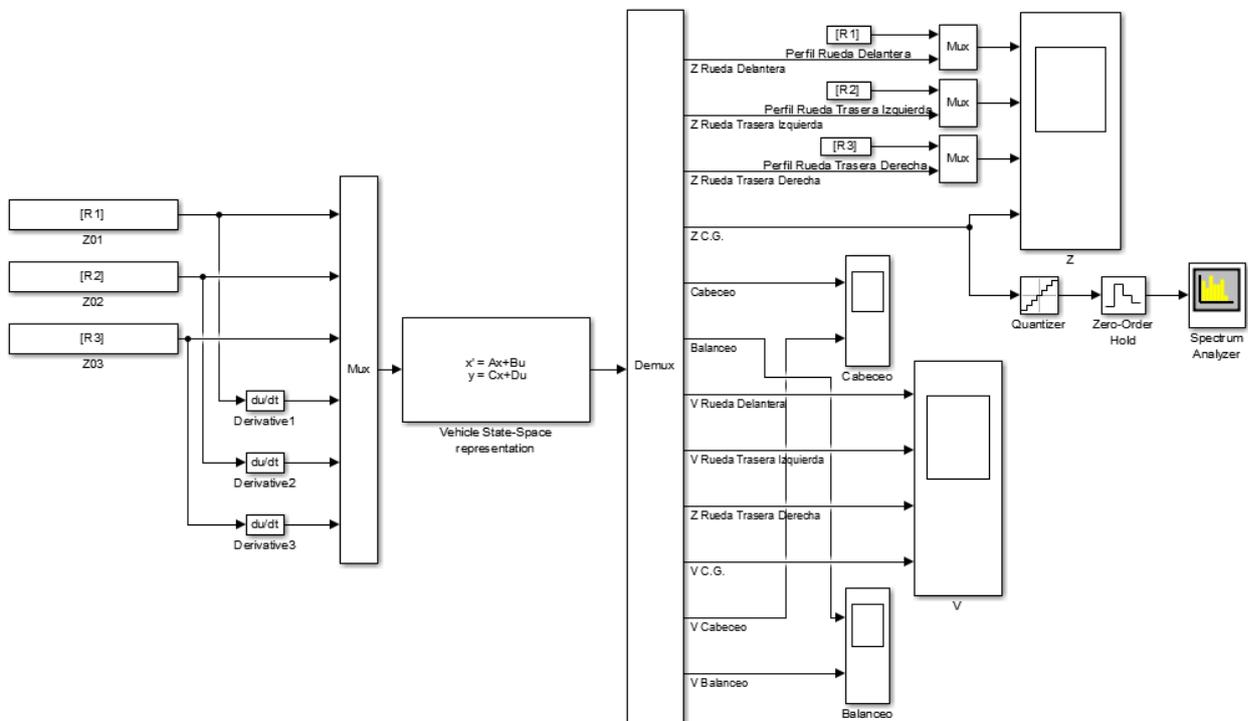


Fig. 6.41 Modelo Simulink (6GDL)

### 6.6.1 Bache en pista

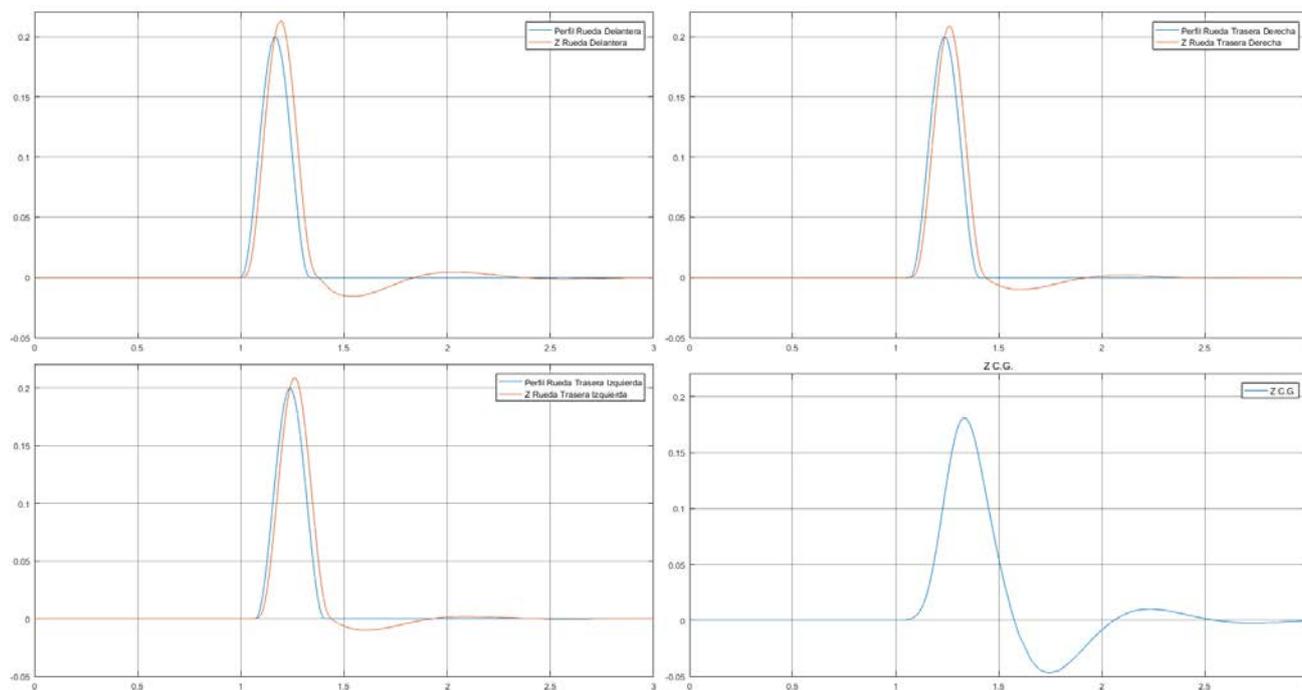


Fig. 6.42 Movimientos para un bache (6GDL)

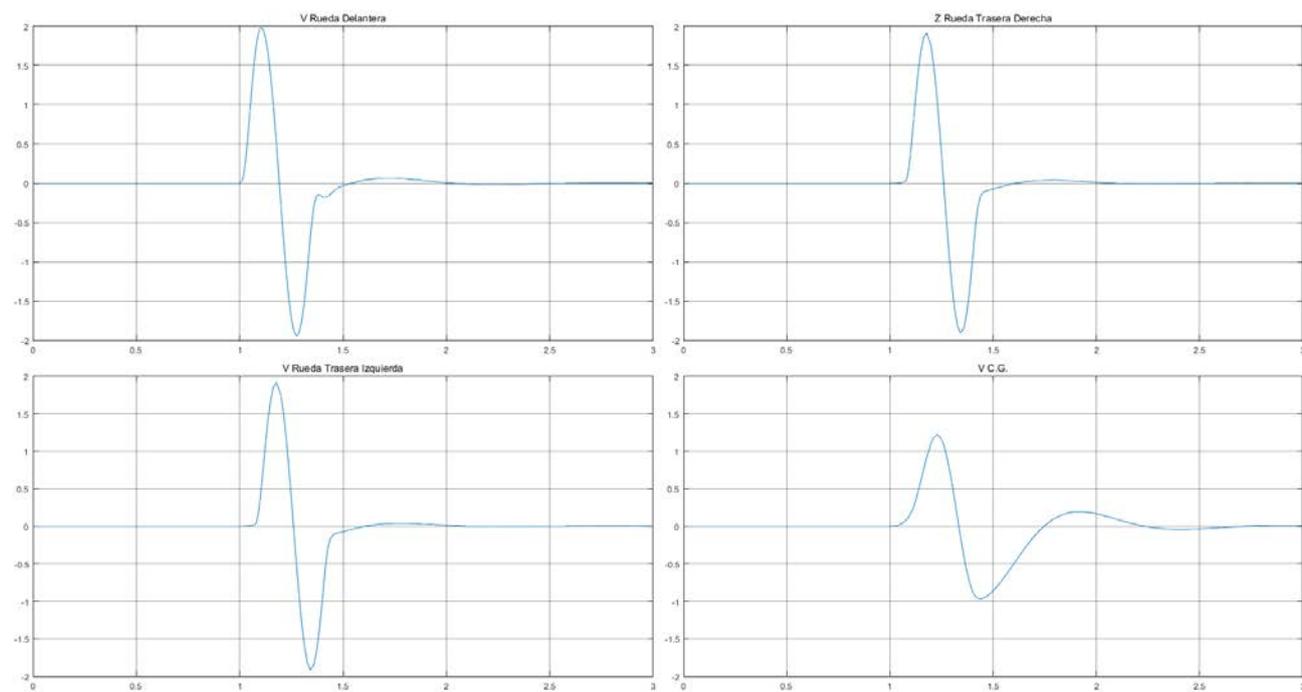


Fig. 6.43 Velocidades para un bache (6GDL)

### 6.6.2 Escalón en pista

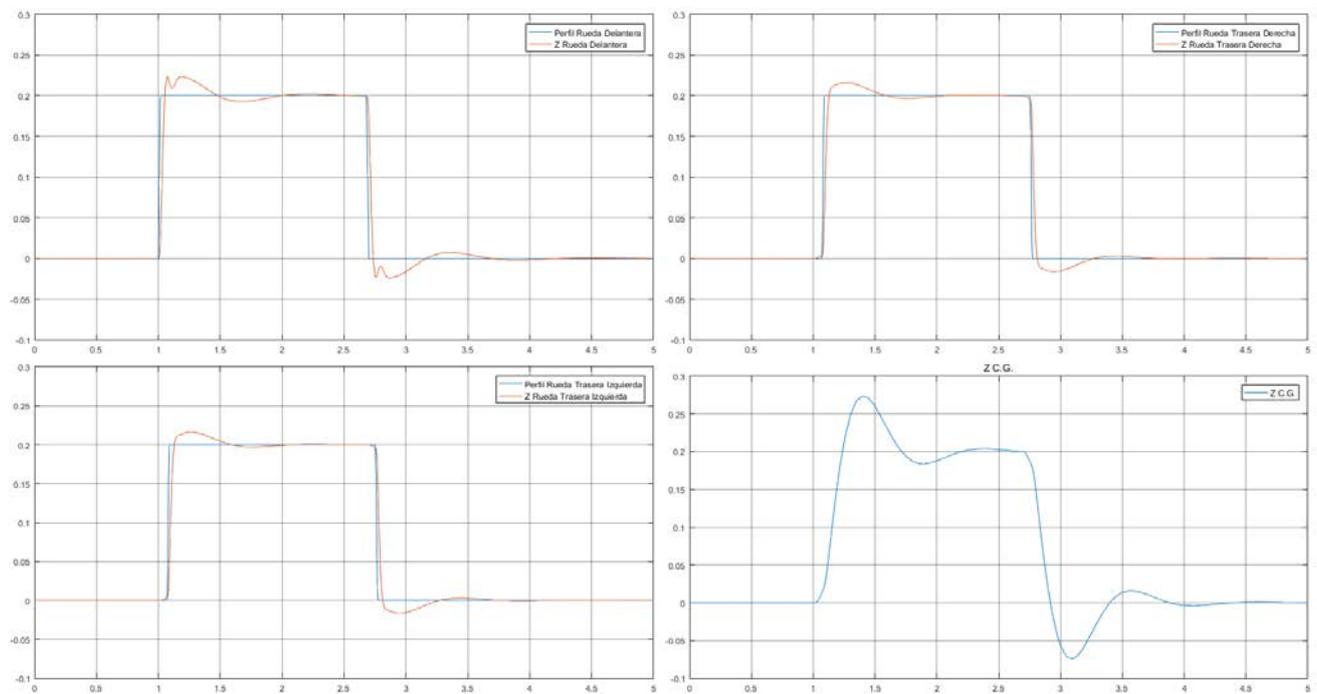


Fig. 6.44 Movimientos para un escalón (6GDL)

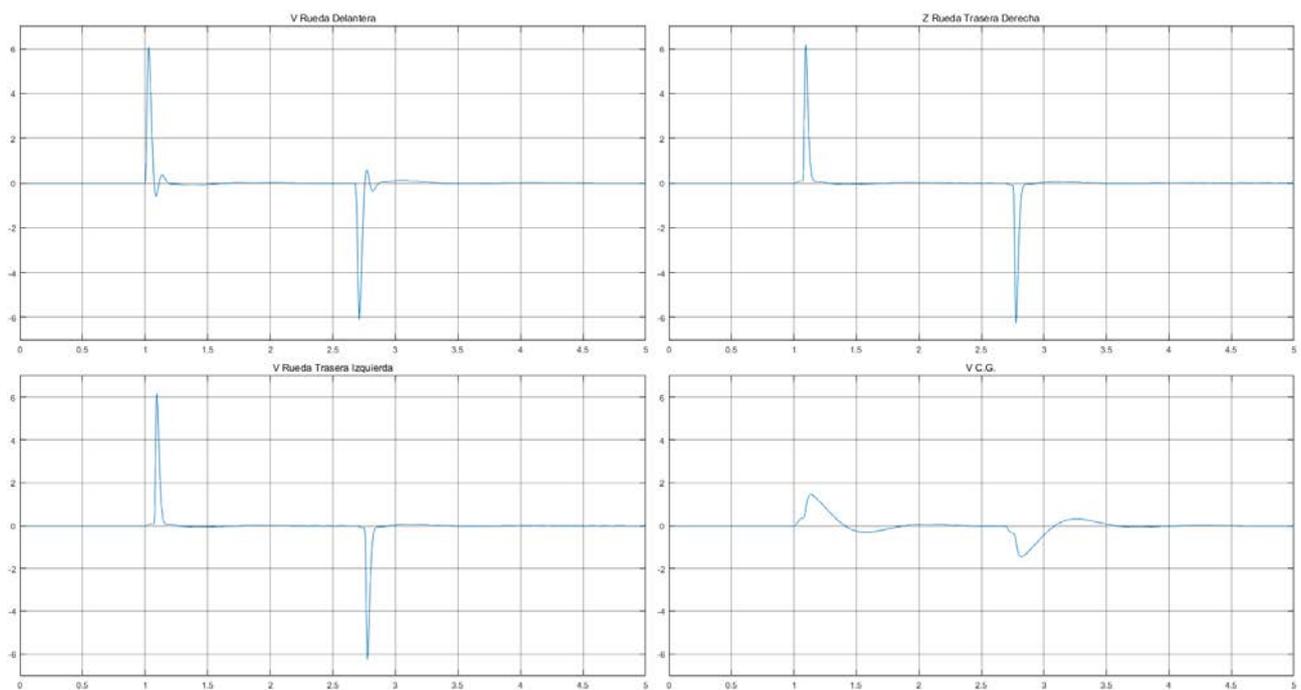


Fig. 6.45 Velocidades para un escalón (6GDL)

### 6.6.3 Barrido senoidal

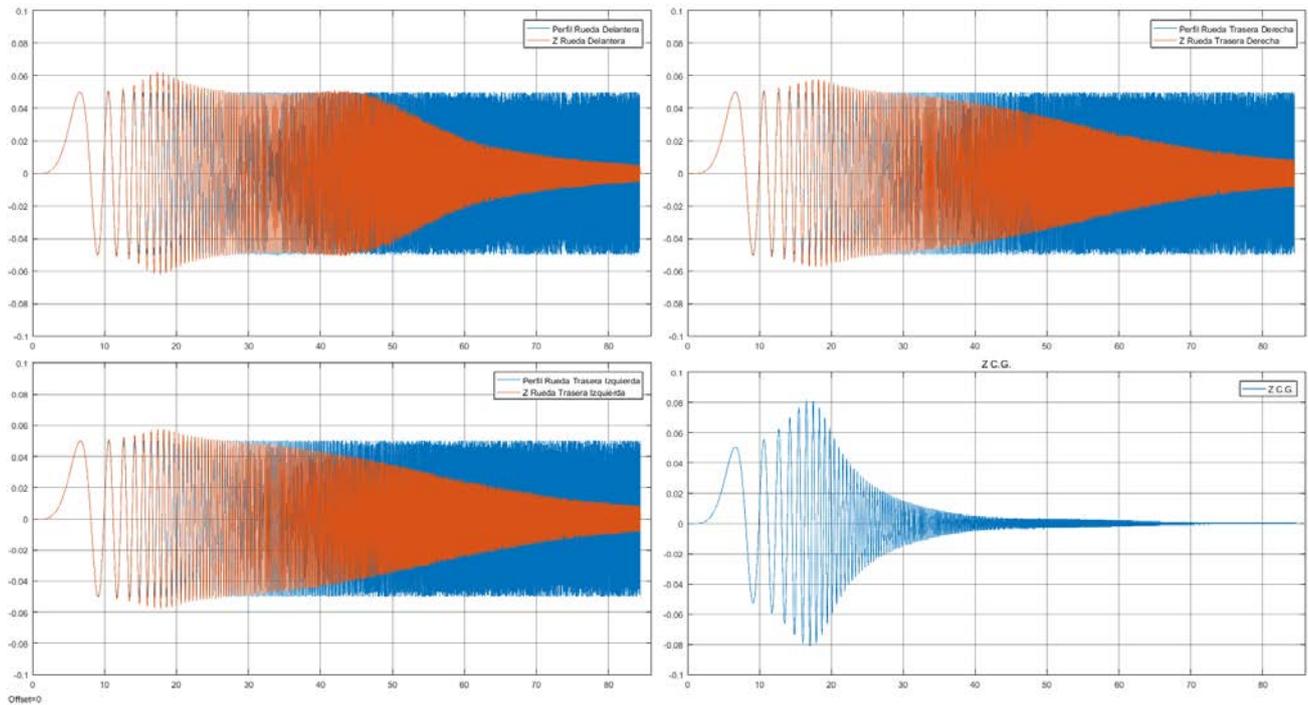


Fig. 6.46 Movimientos para un barrido senoidal (6GDL)

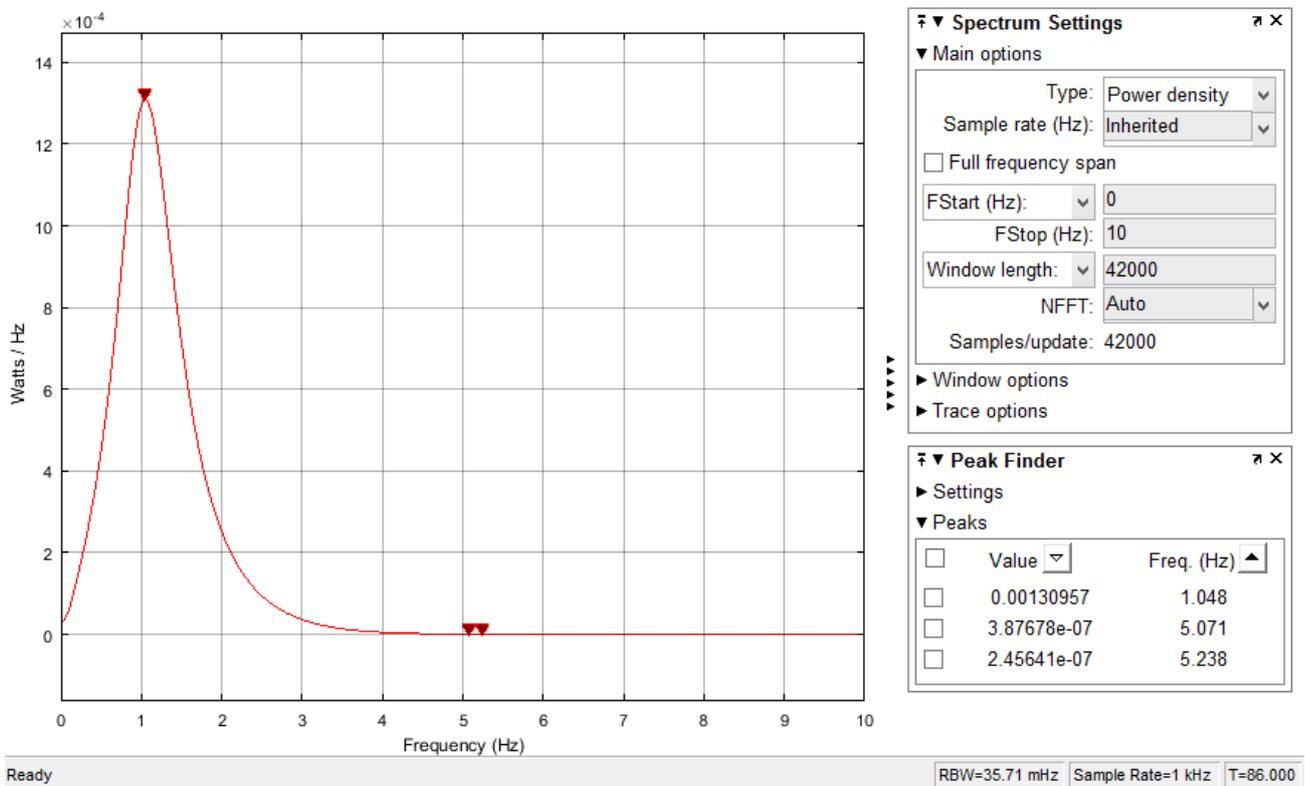
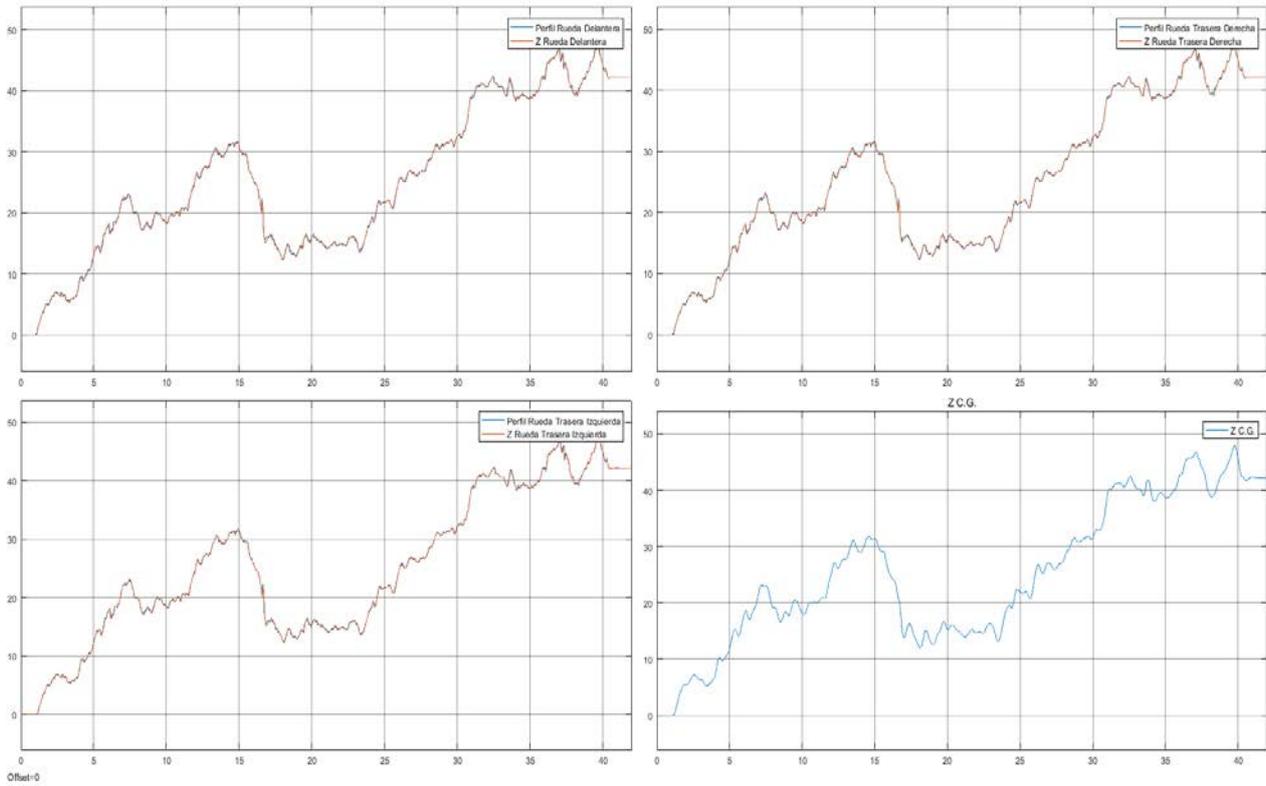


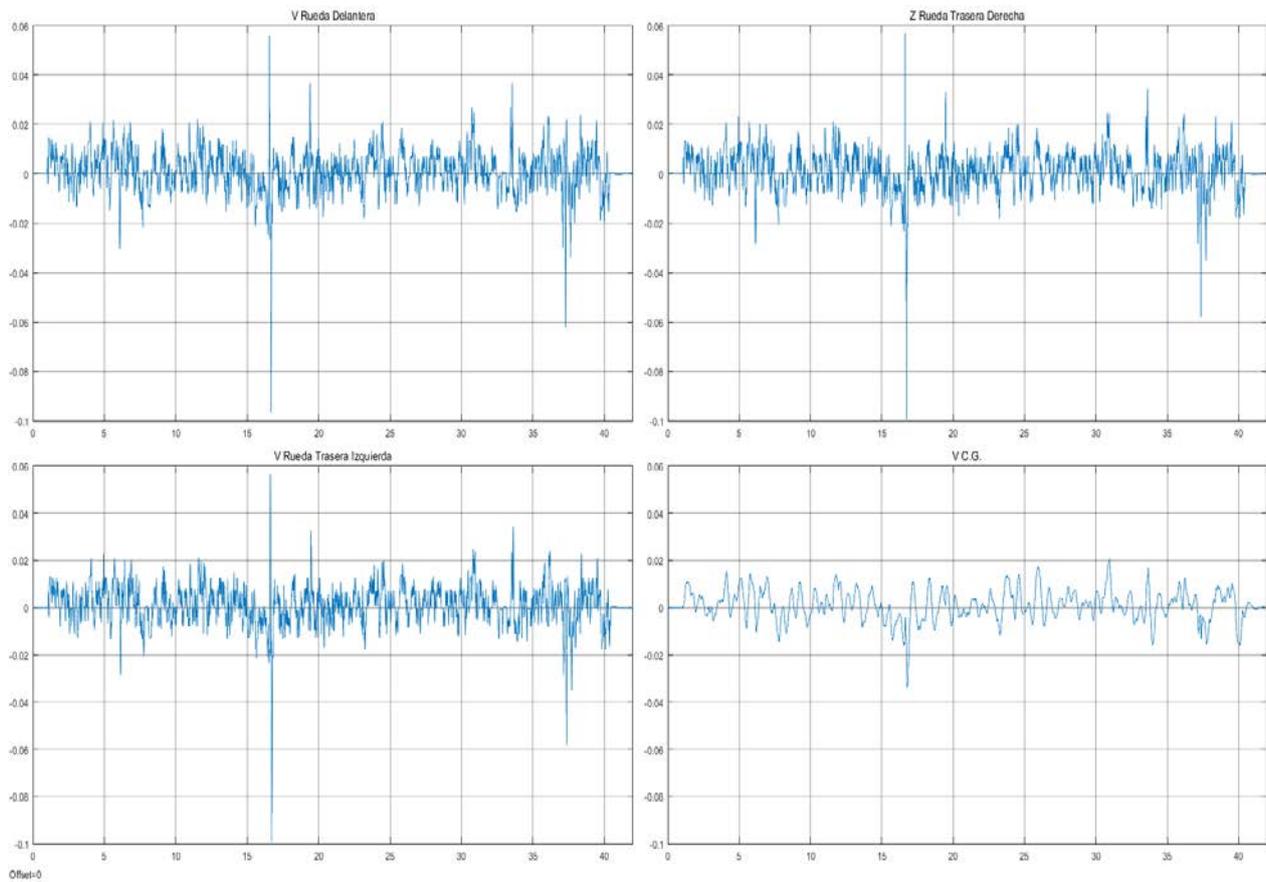
Fig. 6.47 Frecuencia natural del modelo (6GDL)

A igual que en casos anteriores la frecuencia natural del modelo de 6GDL coincide con las de los modelos más simples.

**6.6.4 San Francisco 28R**



*Fig. 6.48 Movimientos para pista San Francisco 28R (6GDL)*



*Fig. 6.49 Velocidades para pista San Francisco 28R (6GDL)*

Del mismo modo que en el modelo de 2GDL la densidad espectral de potencia de este caso es la que se muestra a continuación, en consecuencia con la Fig. 6.45

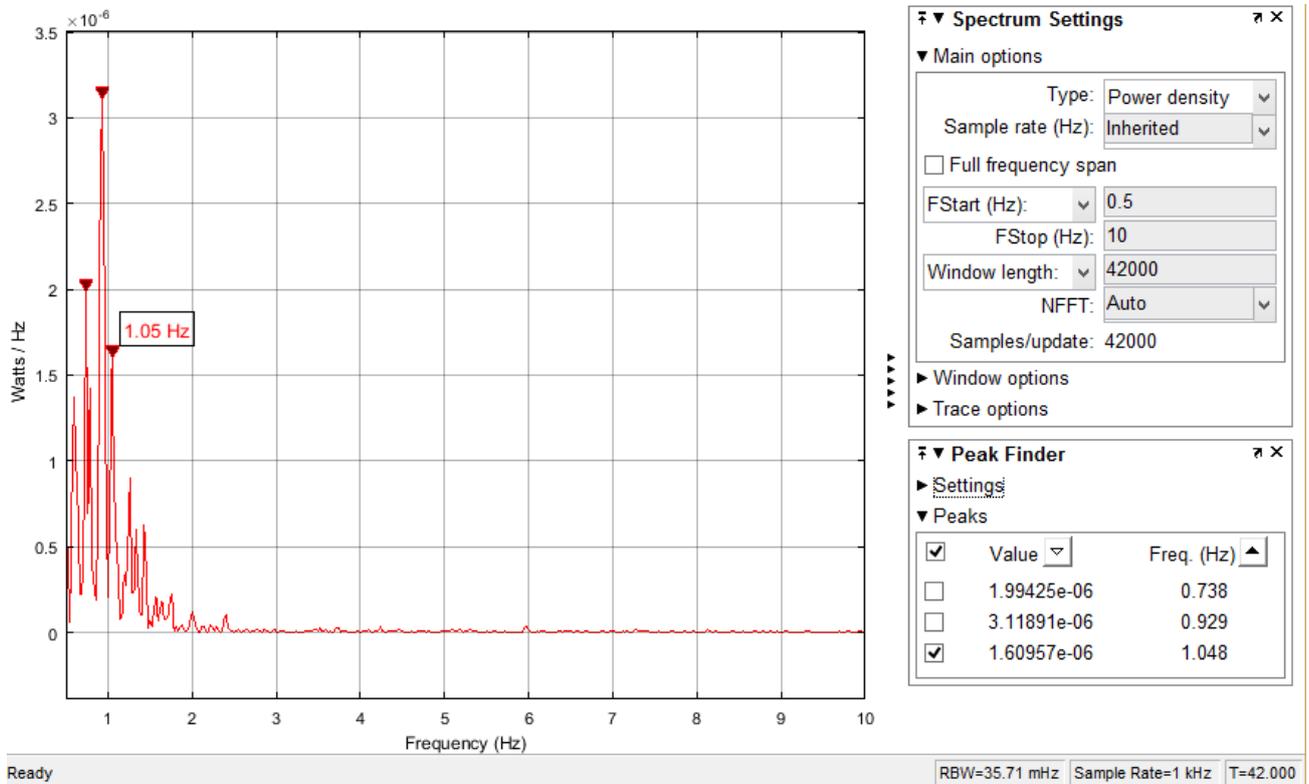
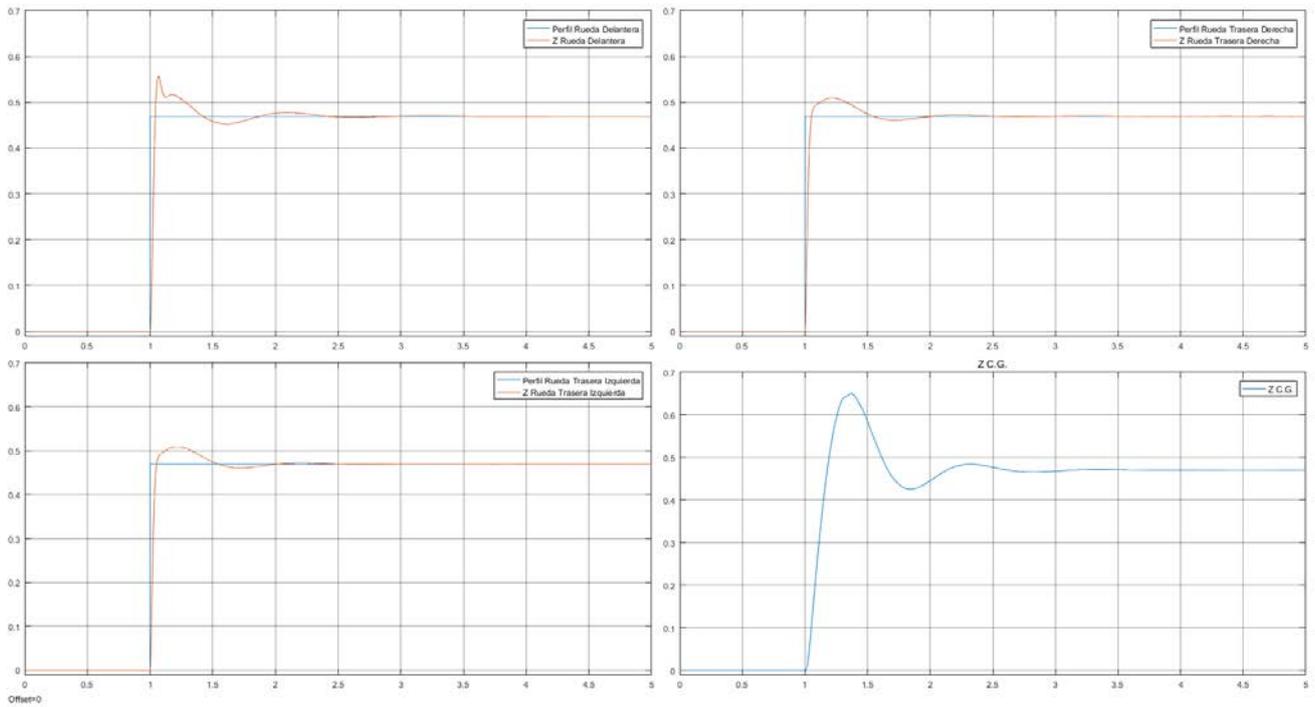
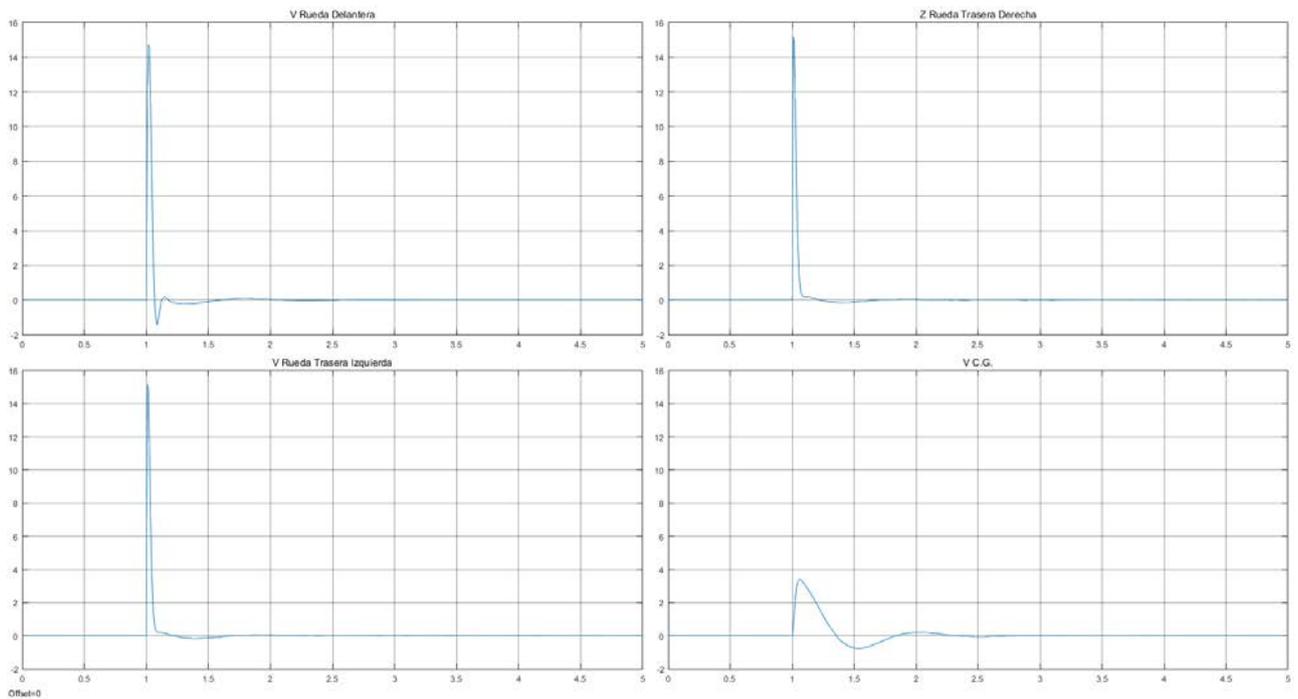


Fig. 6.50 Densidad espectral de San Francisco 28R (6GDL)

**6.6.5 Aterrizaje crítico**



*Fig. 6.51 Movimientos para Aterrizaje crítico (6GDL)*



*Fig. 6.52 Velocidades para Aterrizaje crítico (6GDL)*

### 6.6.6 Escalón 3D

En todos los casos anteriores no se han presentado gráficas del balanceo del avión, ya que el perfil de las ruedas traseras izquierda y derecha es el mismo, esto provoca lógicamente que el balanceo sea nulo. Para presentar un caso que provoque el balanceo se ha modificado el código de Matlab del escalón, añadiendo un desfase correspondiente a la batalla del avión en la rueda trasera derecha con respecto a la trasera izquierda.

A continuación se muestran los resultados

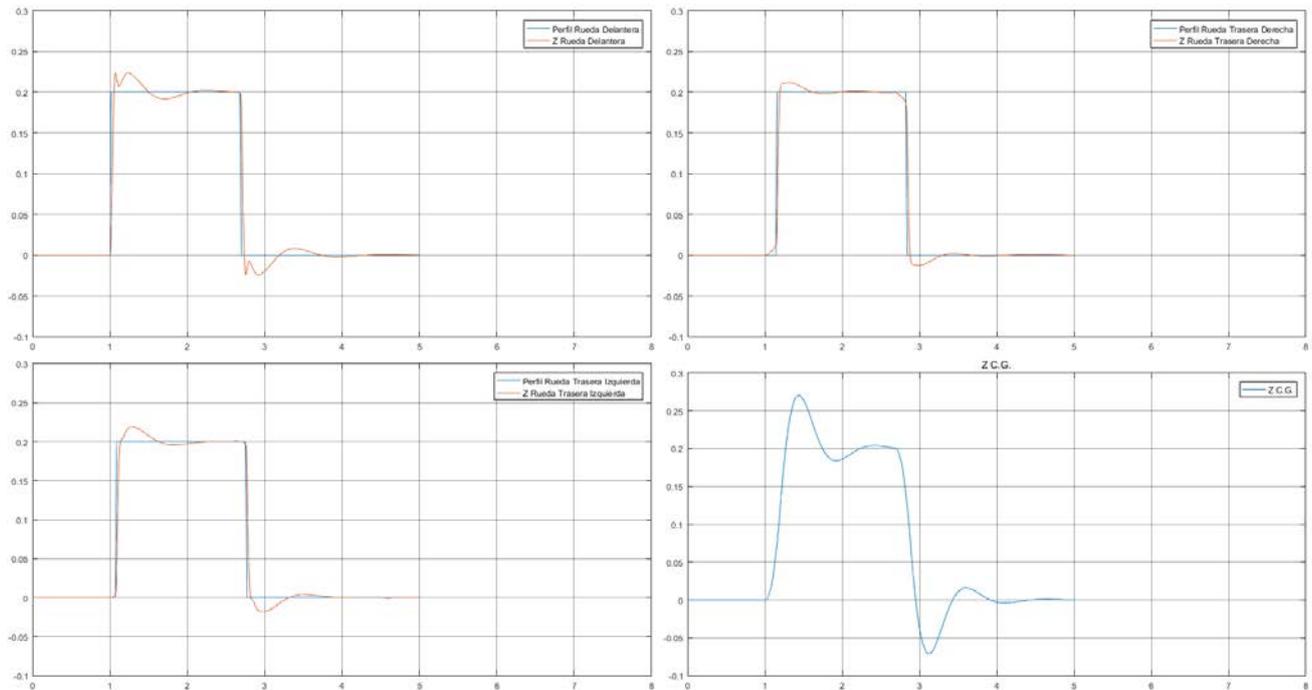


Fig. 6.53 Movimientos para un escalón 3D (6GDL)

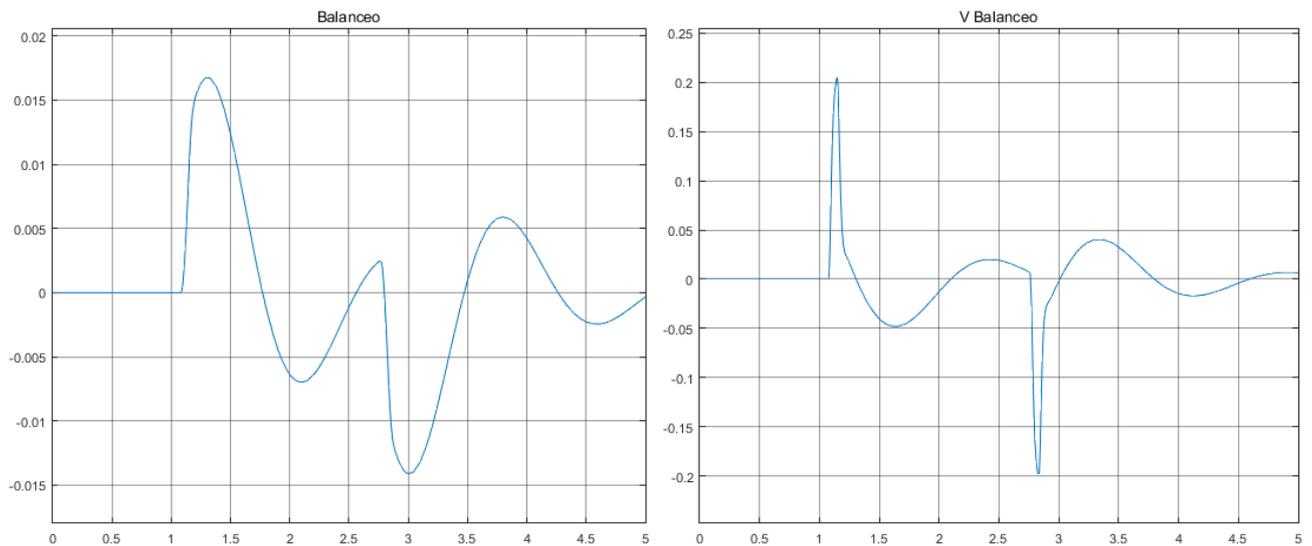
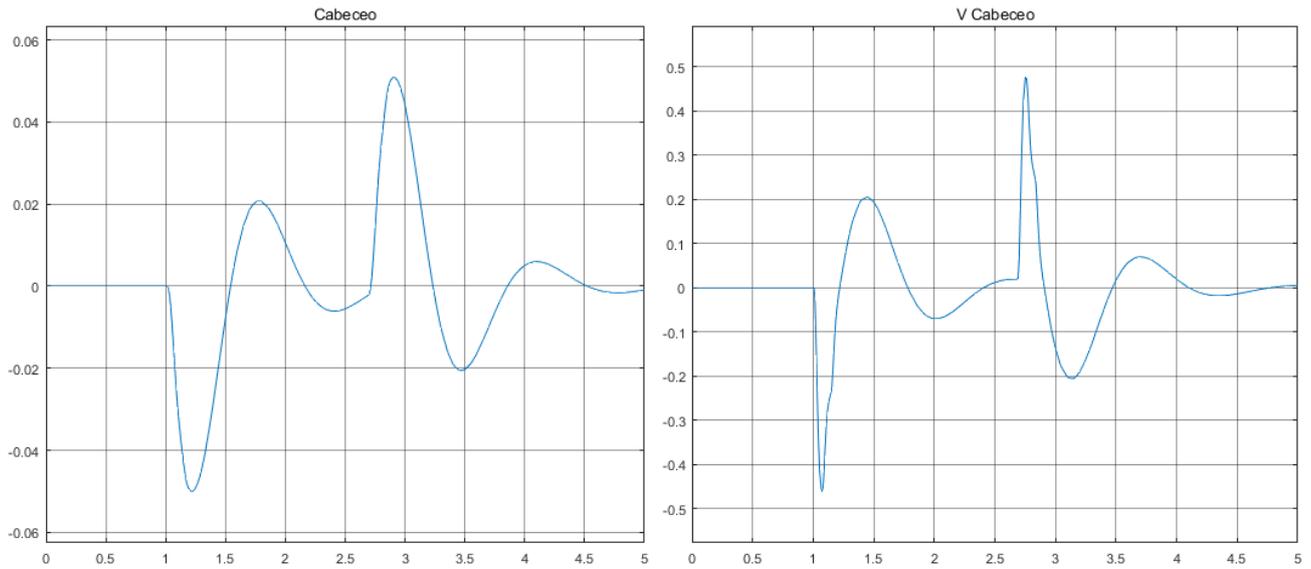
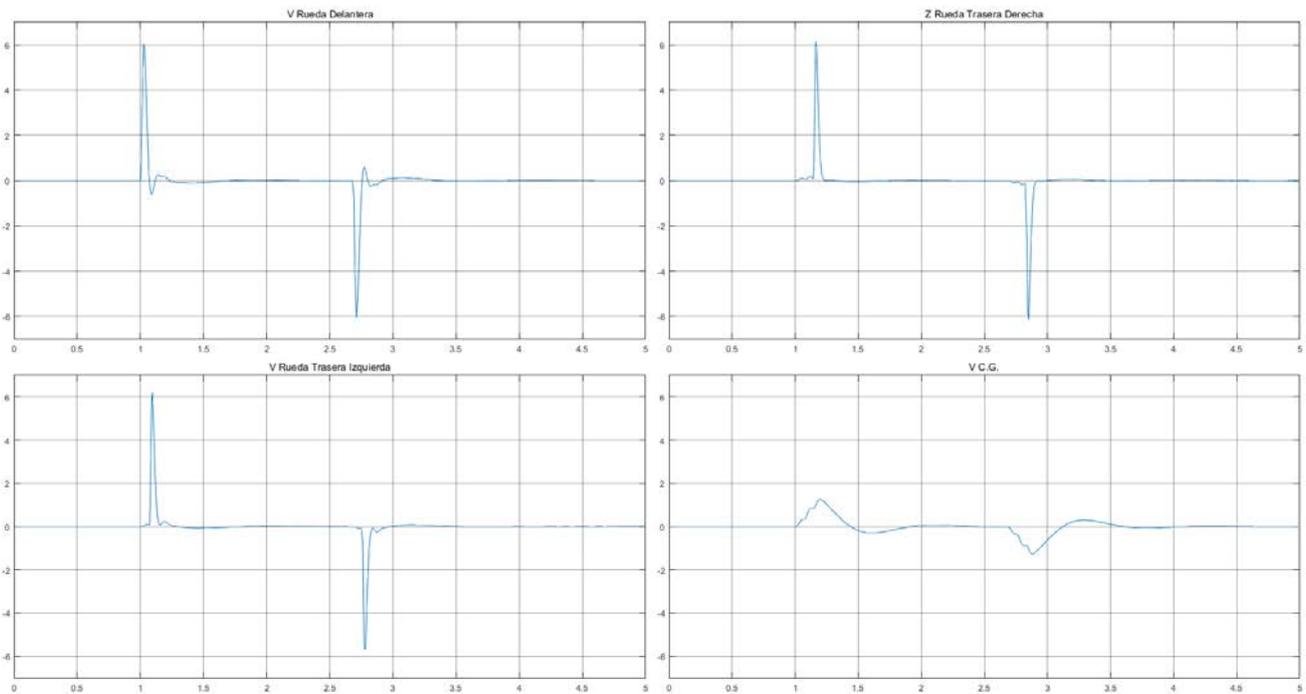


Fig. 6.54 Balanceo para un escalón 3D (6GDL)



*Fig. 6.55 Cabeceo para un escalón 3D (6GDL)*



*Fig. 6.56 Velocidades para un escalón 3D (6GDL)*

## CAPÍTULO 7: CONCLUSIONES

---

Finalizado el desarrollo del presente proyecto, se pueden destacar las siguientes conclusiones finales:

- Para la consecución del objetivo principal del proyecto: determinación de los esfuerzos dinámicos verticales en el eje de una rueda del tren de aterrizaje, los modelos de simulación típicos en la dinámica vertical de vehículos se han adaptado con éxito al caso de un avión ligero.
- Los modelos de 4 y 6 grados de libertad presentan un comportamiento acorde con su hermano pequeño, el modelo de cuarto de vehículo, como se ha visto gracias al análisis de las frecuencias naturales de los modelos. Además, éstos se han validado mediante el análisis de la densidad espectral de potencia en una pista real.
- Tal y como apunta la circular de asesoramiento de la Agencia Federal de Aviación Estadounidense, la pista de aterrizaje de San Francisco 28R es usada por fabricantes y diseñadores para la determinación de esfuerzos producidos en el aterrizaje. En este proyecto se ha analizado este caso y los resultados han sido satisfactorios.
- Los modelos desarrollados son relativamente fáciles de aplicar gracias a Matlab y Simulink, los parámetros necesarios para el cálculo de las matrices de estado no son difíciles de obtener o estimar en el peor de los casos, y dependiendo de la cantidad de datos que hayan sido estimados se obtendrá una mayor o menor precisión. Por todo esto, se considera que los modelos tienen un importante campo de aplicación.

## CAPÍTULO 8: ALCANCE Y LINEAS FUTURAS DE ESTE PROYECTO

---

Se debe tener en cuenta que este proyecto se basa en numerosas suposiciones y estimaciones, y que está basado íntegramente en modelos teóricos.

Puede ser considerado el punto de partida para modelos más especializados en los que se contemplen los comportamientos reales de los elementos que forman el tren de aterrizaje, y sobre todo requeriría de una exhaustiva validación experimental.

El modelo de cuarto de vehículo es un modelo muy usado y por los resultados de otros proyectos y estudios similares se sabe que muchas de las suposiciones usadas en este proyecto conllevan errores muy pequeños, aunque siempre tendría que ser validado experimentalmente.

Para una mejor validación de las ecuaciones lineales empleadas en la simulación del comportamiento del amortiguador, hubiera sido de gran ayuda conocer las características geométricas de éste, implicadas en la formulación vista en el apartado 3.2.4, para su posterior análisis y modelización más detallada.

Otro estudio interesante puede ser la ampliación de este modelo matemático a trenes con varias ruedas, ya que en todos los aviones comerciales actuales es la configuración predominante. En la documentación consultada simplifican este hecho a una disminución del factor de carga dinámico ya que se supone una flexión en los componentes del boogie.

También, el modelo de un cuadríciclo, es decir, un tren en nariz, dos en las alas y uno en la panza de la aeronave. Esta configuración se está normalizando en los aviones comerciales de gran tamaño, ya que este último tren transmite gran parte del peso del avión al suelo, descargando así los trenes dispuestos debajo de las alas y por lo tanto, haciendo que estas últimas puedan ser más ligeras.

Teniendo en cuenta que se han aplicado los modelos de cuarto de vehículo y derivados, hay que tener en cuenta que estos, provienen de la industria automovilística, y se considera al vehículo o masa suspendida como un sólido rígido. En la ingeniería aeronáutica esta consideración es demasiado arriesgada, ya que la relación entre peso y rigidez estructural es mucho más estrecha. Por todo lo anteriormente expuesto la consideración de un modelo flexible de aeroplano en vez de rígido tiene su lógica e interés.

## CAPÍTULO 9: BIBLIOGRAFÍA

---

1. **Wikipedia.** Landing Gear. [En línea] [Último acceso: 20 de Mayo de 2017.] [https://en.wikipedia.org/wiki/Landing\\_gear](https://en.wikipedia.org/wiki/Landing_gear).
2. **seminarsonly.com.** Landing Gear Arrangement. [En línea] 10 de Enero de 2016. [Último acceso: 20 de Mayo de 2017.] <http://www.seminarsonly.com/mech%20&%20auto/landing-gear.php>.
3. **GATOVOLANTE.** Diseño de Aeromodelos. [En línea] 26 de Noviembre de 2014. [Último acceso: 20 de Mayo de 2017.] <https://gatovolante.wordpress.com/2014/11/26/el-tren-de-aterrizaje/>.
4. **Fernandez Ramón, Santiago.** Asociación Amigos del Museo del Aire. [En línea] Los neumáticos del avión, 27 de Noviembre de 2013. [Último acceso: 2017 de Mayo de 20.] <http://www.aama.es/aama/los-neumaticos-del-avion-2/>.
5. **Maza Frechín, Mario y Baselga Ariño, Santiago.** *Simulación del Comportamiento Vertical de Vehículos.* s.l. : Copy Center, 2001. ISBN 84-95475-22-7.
6. **Encyclopædia Britannica.** [En línea] 2009. [Último acceso: 20 de Mayo de 2017.] <http://kids.britannica.com/students/assembly/view/145701>.
7. **Cutler, Colin.** boldmethod. [En línea] 26 de Mayo de 2016. [Último acceso: 20 de Mayo de 2017.] <http://www.boldmethod.com/learn-to-fly/systems/how-the-4-types-of-landing-gear-struts-work/>.
8. **Ramón, Santiago Fernández.** Asociación Amigos del Museo del Aire. [En línea] Los amortiguadores de los aviones, 2 de Diciembre de 2013. [Último acceso: 20 de Mayo de 2017.] <http://www.aama.es/aama/los-amortiguadores-de-los-aviones/>.
9. **Milwitzky, Benjamin y Cook, Francis E.** NASA Technical Reports Server. [En línea] 1952. [Último acceso: 20 de Mayo de 2017.] <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19930083518.pdf>.
10. **Currey, Norman S.** *Aircraft Landing Gear Design: Principles and Practices.* s.l. : AIAA Education Series, 1988.
11. **Sim-Outhouse.** Milviz Beechcraft B-55 Baron. [En línea] [Último acceso: 20 de Mayo de 2017.] <http://www.sim-outhouse.com/sohforums/showthread.php/66601-Milviz-Beechcraft-B-55-Baron-Coming-Soon>.
12. **Beechcraft Corporation.** B55 Pilot's Operating Handbook. [En línea] [Último acceso: 20 de Mayo de 2017.] <http://www.csobeech.com/files/B55-POH.pdf>.
13. **CSOBeech.** B55 Weight & Balance spreadsheet. [En línea] [Último acceso: 20 de Mayo de 2017.] <http://www.csobeech.com/files/W&B-B55.xls>.
14. **Goodyear Aviation.** Aircraft Tire DataBook. [En línea] 2016. [Último acceso: 20 de Mayo de 2017.] [https://www.goodyearaviation.com/resources/pdf/databook\\_7\\_2016.pdf](https://www.goodyearaviation.com/resources/pdf/databook_7_2016.pdf).

15. **Air Michelin.** Aircraft tire Engineering Data. [En línea] 2016. [Último acceso: 20 de Mayo de 2017.] [https://www.airmichelin.com/uploadedFiles/MichelinAirDev/StandardContent/Resource/data\\_book.pdf](https://www.airmichelin.com/uploadedFiles/MichelinAirDev/StandardContent/Resource/data_book.pdf).
16. **Wright, Jan R.** *Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads*. s.l. : John Wiley & Sons, 2007.
17. **FAR.** Regulatory and Guidance Library. [En línea] [Último acceso: 20 de Mayo de 2017.] [http://rgl.faa.gov/Regulatory\\_and\\_Guidance\\_Library/rgFAR.nsf/MainFrame?OpenFrameSet](http://rgl.faa.gov/Regulatory_and_Guidance_Library/rgFAR.nsf/MainFrame?OpenFrameSet).
18. **Carmona, Aníbal Isidoro.** *Aerodinámica y actuaciones del avión*. s.l. : Ediciones Paraninfo, 2015.
19. **Scott, P. W.** *Conceptual Estimation of Moments of Inertia*. Biloxi, Mississippi : s.n., 1993.
20. **Boeing.** Statistical Summary of Commercial Jet Airplane Accidents. [En línea] [Último acceso: 20 de Mayo de 2017.] [http://www.boeing.com/resources/boeingdotcom/company/about\\_bca/pdf/statsum.pdf](http://www.boeing.com/resources/boeingdotcom/company/about_bca/pdf/statsum.pdf).
21. **3 Ingenieros.** Arquitectura, Ingeniería y Construcción. [En línea] 21 de Enero de 2016. [Último acceso: 20 de Mayo de 2017.] <http://www.tresingenieros.com/planificacion-y-gestion-de-la-infraestructura-vial-23-evaluacion-tecnica-de-pavimentos-3-evaluacion-de-la-micro-y-macrotextura-de-un-pavimento/>.
22. **PIARC.** [En línea] [Último acceso: 20 de Mayo de 2017.] <https://www.piarc.org/es/terminologia/busqueda-tema/?sd=15&s=es&t1=es&node=271>.
23. **Organización de Aviación Civil Internacional.** *Aeródromos Volumen 1 Diseño y operaciones de aeródromos, Anexo 14*. 2009.
24. **FAA.** Advisory Circular 25.491-1. [En línea] [Último acceso: 20 de Mayo de 2017.] [https://www.faa.gov/documentLibrary/media/Advisory\\_Circular/AC\\_25.491-1.pdf](https://www.faa.gov/documentLibrary/media/Advisory_Circular/AC_25.491-1.pdf).
25. **Muñoz, Miguel Angel.** Manual de Vuelo. [En línea] [Último acceso: 20 de Mayo de 2017.] <http://www.manualvuelo.com>.

## Anexo A: Ficheros de Matlab

---

### Contenido

Modelo de 2 grados de libertad .....	97
Modelo de 4 grados de libertad .....	99
Modelo de 6 grados de libertad .....	101
Función "seleccionarterreno()"	103
Función "repartomasas(varargin)"	104
Función "Bache(Batalla)"	105
Función "escalon(Batalla)"	106
Función "senoide(Batalla)"	107
Función "SanFrancisco(Batalla, Libro, Hoja)"	108
Función "Aterrizaje()"	109
Función "escalon3D(Batalla)"	110

### Modelo de 2 grados de libertad

Aunque puede ejecutarse por separado es más conveniente llamar a este archivo desde el modelo de simulink 4GDL utilizando el callback "model initialization function" ya que se ajusta el tiempo de simulación dependiendo del terreno elegido.

```
clear
% Llamada a la función "seleccionarterreno"
R = seleccionarterreno();
% En este caso sólo se necesita un perfil de terreno
R1 = R.Z01;

% Fijar tiempo de simulación para simulink
StopTime = num2str(ceil(R1.time(size(R1.time,1))));
if bdIsLoaded('StateSpace2GDLDelantero')
    set_param('StateSpace2GDLDelantero', 'StopTime', StopTime);
end
if bdIsLoaded('StateSpace2GDLTrasero')
    set_param('StateSpace2GDLTrasero', 'StopTime', StopTime);
end

% Llamada a la función "repartomasas"
if R.type == 5
    tmp = repartomasas('aterrizaje');
else
    tmp = repartomasas();
end
clear R;

% Constantes necesarias para la generación de las matrices del modelo
m1_D = 45;           %[Kg]           Masa no suspendida Estimada del anterior
```

```

m2_D = tmp.m_a - m1_D;           %[ Kg]           Masa suspendida del antera
m1_T = 45;                       %[ Kg]           Masa no suspendida Estimada trasera
m2_T = tmp.m_b/2 - m1_T;         %[ Kg]           Masa suspendida trasera
K1_D = 163200;                   %[ N/m]         Rigidez Estimada Neumático del antero
K1_T = 285755;                   %[ N/m]         Rigidez Estimada Neumático trasero
K2_D = 18341;                   %[ N/m]         Rigidez Estimada Suspensión del antera
K2_T = 40188;                   %[ N/m]         Rigidez Estimada Suspensión trasera
C1_D = 0;                       %[ N*s/m]       Coef. Amort. Estimado Neumático del antero
C1_T = 0;                       %[ N*s/m]       Coef. Amort. Estimado Neumático trasero
C2_D = 3000;                    %[ N*s/m]       Coef. Amort. Estimado Suspensión del antera
C2_T = 6000;                    %[ N*s/m]       Coef. Amort. Estimado Suspensión trasera
clear tmp

```

#### % Matrices de estado-tiempo Del antero

```

Ad = zeros(4, 4);
Ad(1,:) = [0, 0, 1, 0];
Ad(2,:) = [0, 0, 0, 1];
Ad(3,:) = [(-K1_D - K2_D)/m1_D, K2_D/m1_D, (-C1_D - C2_D)/m1_D, C2_D/m1_D];
Ad(4,:) = [K2_D/m2_D, -K2_D/m2_D, C2_D/m2_D, -C2_D/m2_D];
Bd = zeros(4, 2);
Bd(3,:) = [K1_D/m1_D, C1_D/m1_D];
Cd = eye(4);
Dd = zeros(4, 2);
clear m1_D m2_D K1_D K2_D C1_D C2_D;

```

#### % Matrices de estado-tiempo Trasero

```

At = zeros(4, 4);
At(1,:) = [0, 0, 1, 0];
At(2,:) = [0, 0, 0, 1];
At(3,:) = [(-K1_T - K2_T)/m1_T, K2_T/m1_T, (-C1_T - C2_T)/m1_T, C2_T/m1_T];
At(4,:) = [K2_T/m2_T, -K2_T/m2_T, C2_T/m2_T, -C2_T/m2_T];
Bt = zeros(4, 2);
Bt(3,:) = [K1_T/m1_T, C1_T/m1_T];
Ct = eye(4);
Dt = zeros(4, 2);
clear m1_T m2_T K1_T K2_T C1_T C2_T;

```

## Modelo de 4 grados de libertad

Aunque puede ejecutarse por separado es más conveniente llamar a este archivo desde el modelo de simulink 4GDL utilizando el callback "model initialization function" ya que se ajusta el tiempo de simulación dependiendo del terreno elegido.

```

clear
% Llamada a la función "seleccionarterreno"
R = seleccionarterreno();
% En este caso sólo se necesita dos perfiles de terreno
R1 = R.Z01;
R2 = R.Z02;

% Fijar tiempo de simulación para simulink
StopTime = num2str(ceil(R.Z01.time(size(R.Z01.time,1))));
if bdIsLoaded('StateSpace4GDL')
    set_param('StateSpace4GDL', 'StopTime', StopTime);
end

% Llamada a la función "repartomasas"
if R.type == 5
    tmp = repartomasas('aterrizaje');
else
    tmp = repartomasas();
end
clear R;

% Constantes necesarias para la generación de las matrices del modelo
m1 = 45;           % [Kg]           Masa no suspendida Estimada delantera
m2 = 45 * 2;      % [Kg]           Masa no suspendida Estimada trasera
m3 = tmp.m - m2 - m1; % [Kg]           Masa suspendida
K1 = 18341;       % [N/m]           Rigidez Estimada Suspensión delantera
K2 = 2 * 40188;   % [N/m]           Rigidez Estimada Suspensión trasera
K3 = 163200;      % [N/m]           Rigidez Estimada Neumático delantero
K4 = 2 * 285755;  % [N/m]           Rigidez Estimada Neumáticos traseros
C1 = 3000;        % [N*s/m]          Coef. Amort. Estimado Suspensión delantera
C2 = 2* 6000;     % [N*s/m]          Coef. Amort. Estimado Suspensión trasera
C3 = 0;           % [N*s/m]          Coef. Amort. Estimado Neumático delantero
C4 = 0;           % [N*s/m]          Coef. Amort. Estimado Neumático trasero
I = 2701;         % [Kg*m^2]         Inercia Estimada al cabeceo
a = tmp.a;        % [m]             Distancia Eje Delantero a C. G.
b = tmp.b;        % [m]             Distancia Eje Trasero a C. G.

% Matrices de estado-tiempo
A = zeros(8,8);
A(1,:) = [0,0,0,0,1,0,0,0];
A(2,:) = [0,0,0,0,0,1,0,0];
A(3,:) = [0,0,0,0,0,0,1,0];
A(4,:) = [0,0,0,0,0,0,0,1];
A(5,:) = [-(K1 + K3)/m1, 0, K1/m1, -a*K1/m1, ...
          -(C1 + C3)/m1, 0, C1/m1, -a*C1/m1];
A(6,:) = [0, -(K2 + K4)/m2, K2/m2, b*K2/m2, ...
          0, -(C2 + C4)/m2, C2/m2, b*C2/m2];
A(7,:) = [K1/m3, K2/m3, -(K1 + K2)/m3, (a*K1 - b*K2)/m3, ...
          C1/m3, C2/m3, -(C1 + C2)/m3, (a*C1 - b*C2)/m3];
A(8,:) = [-a*K1/I, b*K2/I, (a*K1 - b*K2)/I, -(a^2*K1 + b^2*K2)/I, ...
          -a*C1/I, b*C2/I, (a*C1 - b*C2)/I, -(a^2*C1 + b^2*C2)/I];
B = zeros(8,4);

```

```
B(5,:) = [K3/m1, 0 C3/m1, 0];  
B(6,:) = [0, K4/m2, 0 C4/m2];  
C = eye(8);  
D = zeros(8, 4);  
clear m1 m2 m3 I a b K1 K2 K3 K4 C1 C2 C3 C4 tmp R
```

## Modelo de 6 grados de libertad

Aunque puede ejecutarse por separado es más conveniente llamar a este archivo desde el modelo de simulink 4GDL utilizando el callback "model initialization function" ya que se ajusta el tiempo de simulación dependiendo del terreno elegido.

```

clear
% Llamada a la función "seleccionarterreno"
R = seleccionarterreno();
% En este caso se necesitan los tres perfiles de terreno
R1 = R.Z01;
R2 = R.Z02;
R3 = R.Z03;

% Fijar tiempo de simulación para simulink
StopTime = num2str(ceil(R.Z01.time(size(R.Z01.time,1))));
if bdIsLoaded('StateSpace6GDL')
    set_param('StateSpace6GDL', 'StopTime', StopTime);
end

% Llamada a la función "repartomasas"
if R.type == 5
    tmp = repartomasas('aterrizaje');
else
    tmp = repartomasas();
end
clear R;

% Constantes necesarias para la generación de las matrices del modelo
m1 = 45;           % [ Kg ]           Masa no suspendida Estimada del antera
m2 = 45;           % [ Kg ]           Masa no suspendida Estimada trasera izquierda
m3 = 45;           % [ Kg ]           Masa no suspendida Estimada trasera derecha
m4 = tmp.m - m1 - m2 - m3; % [ Kg ]           Masa suspendida
K1 = 18341;        % [ N/m ]          Rigidez Estimada Suspensión del antera
K2 = 40188;        % [ N/m ]          Rigidez Estimada Suspensión trasera izq.
K3 = 40188;        % [ N/m ]          Rigidez Estimada Suspensión trasera der.
K4 = 163200;       % [ N/m ]          Rigidez Estimada Neumático del antero
K5 = 285755;       % [ N/m ]          Rigidez Estimada Neumático trasero izquierdo
K6 = 285755;       % [ N/m ]          Rigidez Estimada Neumático trasero derecho
D1 = 3000;         % [ N*s/m ]         Coef. Amort. Estimado Suspensión del antera
D2 = 6000;         % [ N*s/m ]         Coef. Amort. Estimado Suspensión trasera izquierda
D3 = 6000;         % [ N*s/m ]         Coef. Amort. Estimado Suspensión trasera derecha
D4 = 0;           % [ N*s/m ]         Coef. Amort. Estimado Neumático del antero
D5 = 0;           % [ N*s/m ]         Coef. Amort. Estimado Neumático trasero izquierdo
D6 = 0;           % [ N*s/m ]         Coef. Amort. Estimado Neumático trasero derecho
Ixx = 9468;        % [ Kg/m^2 ]        Inercia Estimada al balanceo
Iyy = 2701;        % [ Kg/m^2 ]        Inercia Estimada al cabeceo
a = tmp.a;        % [ m ]           Distancia Eje Delantero a C. G.
b = tmp.b;        % [ m ]           Distancia Eje Trasero a C. G.
c = 1.481;        % [ m ]           Distancia Rueda Trasera Derecha/Izquierda a C. G.

% Matrices de estado-tiempo 6 GDL
A = zeros(12, 12);
A(1,:) = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0];
A(2,:) = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0];
A(3,:) = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0];
A(4,:) = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0];
A(5,:) = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1];

```

```

A(6,:) = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1];
A(7,:) = [- (K1+K4)/m1, 0, 0, K1/m1, - a*K1/m1, 0, ...
          - (D1+D4)/m1, 0, 0, D1/m1, - a*D1/m1, 0];
A(8,:) = [0, - (K2+K5)/m2, 0, K2/m2, b*K2/m2, c*K2/m2, ...
          0, - (D2+D5)/m2, 0, D2/m2, b*D2/m2, c*D2/m2];
A(9,:) = [0, 0, - (K3+K6)/m3, K3/m3, b*K3/m3, - c*K3/m3, ...
          0, 0, - (D3+D6)/m3, D3/m3, b*D3/m3, - c*D3/m3];
A(10,:) = [K1/m4, K2/m4, K3/m4, - (K1+K2+K3)/m4, (- a*K1+b*K2+b*K3)/m4, (c*K2- c*K3)/m4, ...
           D1/m4, D2/m4, D3/m4, - (D1+D2+D3)/m4, (- a*D1+b*D2+b*D3)/m4, (c*D2- c*D3)/m4];
A(11,:) = [- a*K1/Iyy, b*K2/Iyy, b*K3/Iyy, (a*K1- b*K2- b*K3)/Iyy, ...
           - (a^2*K1+b^2*K2+b^2*K3)/Iyy, (- b*c*K2+b*c*K3)/Iyy, - a*D1/Iyy, ...
           b*D2/Iyy, b*D3/Iyy, (a*D1- b*D2- b*D3)/Iyy, - (a^2*D1+b^2*D2+b^2*D3)/Iyy, (- b*c*D2+b*c*D3)/Iyy];
A(12,:) = [0, c*K2/Ixx, - c*K3/Ixx, (- c*K2+c*K3)/Ixx, (- b*c*K2+b*c*K3)/Ixx, - (c^2*K2+c^2*K3)/Ixx, ...
           0, c*D2/Ixx, - c*D3/Ixx, (- c*D2+c*D3)/Ixx, (- b*c*D2+b*c*D3)/Ixx, - (c^2*D2+c^2*D3)/Ixx];
B = zeros(12, 6);
B(7,:) = [K4/m1, 0, 0, D4/m1, 0, 0];
B(8,:) = [0, K5/m2, 0, 0, D5/m2, 0];
B(9,:) = [0, 0, K6/m3, 0, 0, D6/m3];
C = eye(12);
D = zeros(12, 6);
clear tmp a b c D1 D2 D3 D4 D5 D6 K1 K2 K3 K4 K5 K6 m1 m2 m3 m4 Ixx Iyy

```

## Función “seleccionarterreno()”

Función que permite seleccionar el terreno a simular y ajusta los parámetros de las funciones que generan cada terreno específico.

```
function f = seleccionarterreno()
    s = 0;
    Batalla = 2.137;
    while s < 1
        [z,s] = listdlg(' PromptString', 'Terreno a simular:', ...
            ' SelectionMode', 'single', ...
            ' ListSize', [180 180], ...
            ' ListString', {' Bache', ' Escalón', ' Senoi de', ...
            ' San Francisco', ' Aterrizaje', ' Escalón 3D'});
    end
    switch z
        case 1
            f = bache(Batalla);
        case 2
            f = escalon(Batalla);
        case 3
            f = senoi de(Batalla);
        case 4
            Libro = ' SanFrancisco. xlsx';
            Hoja = ' Perfil Matlab';
            f = SanFrancisco(Batalla, Libro, Hoja);
        case 5
            f = aterrizaje();
        case 6
            f = escalon3D(Batalla);
    end
end
```

## Función “repartomasas(varargin)”

Función que calcula el reparto de masas en los trenes delantero y trasero de la aeronave así como la posición del centro de gravedad para las condiciones especificadas por el usuario.

Esta función calcula el momento generado por los pesos colocados en las estaciones de la aeronave. Con este momento se calcula la posición del C.G. y la distancia al tren delantero y trasero.

Si se proporciona el parámetro opcional varargin las condiciones por defecto de carga son las impuestas por el FAR para el cálculo del aterrizaje crítico.

```
function f = repartomasas(varargin)
    % Distancia linea referencia a eje delantero = Radio Neumático Delantero
    r_nd = 0.175;

    %Batalla o Wheel Base
    batalla = 2.137;
    brazos = [ 1.94884, 2.159, 3.0734, 3.9116, 0.7874, 4.572, 1.905, 2.3622];

    if isempty(varargin)
        masas = {'1490.7074284', '160', '0', '0', '20', '9.293', '201', '169'};
    else
        masas = {'1490.7074284', '160', '160', '0', '80', '39.293', '150.75', '126.75'};
    end

    prompt = {'Masa aeronave en vacío', 'Masa piloto-copiloto', ...
        'Masa 3er y 4º pasajero', 'Masa 5º y 6º pasajero', ...
        'Masa equipaje delantero', 'Masa equipaje trasero', ...
        'Combustible en tanques principales (Max 201 Kg)', ...
        'Combustible en tanques auxiliares (Max 169 Kg)'};
    masas = inputdlg(prompt, 'Condiciones de carga', 1, masas);
    masas = cellfun(@str2num, masas);
    % masa total
    f.m = sum(masas);

    % posición C.G. respecto a linea referencia
    cg = sum(brazos.*masas') / f.m;

    % distancia C.G. a eje delantero
    f.a = cg - r_nd;

    % distancia C.G. a eje trasero
    f.b = batalla - f.a;

    % masa en eje delantero
    f.m_a = f.m * f.b / batalla;

    % masa en eje trasero
    f.m_b = f.m * f.a / batalla;
end
```

## Función “Bache(Batalla)”

Función que genera un bache del tipo 1-coseno.

```
function f = bache(Batalla)
    default = {'0.2', '10', '30'};
    prompt = {'Altura bache [m]', 'Longitud bache [m]', ...
        'Velocidad avión [m/s]'};
    param = inputdlg(prompt, 'Parametros Perfil', 1, default);
    Z_bache = str2double(param{1});
    L_bache = str2double(param{2});
    V = str2double(param{3});
    L_total = V + (L_bache * 4);

    % Resolución cada cm
    dl = 1e-2;
    l = (0:dl:L_total)';

    % Definir irregularidad
    tmp = (Z_bache / 2)*(1 - cos(2*pi*l(1:round(L_bache) / dl) / L_bache));

    % Insertar irregularidad en el segundo 1
    P_bache = V * l / dl + 1;

    % Desfase tren delantero - trasero
    desfase = round((Batalla / V) / (dl / V));

    % Definir funciones de salida
    f.type = 1;
    % Definir rango de tiempo con misma resolución que rango de longitud
    f.Z01.time = (0:(dl / V):(L_total / V))';
    f.Z01.signals.dimensions = 1;
    f.Z01.signals.values = zeros(size(f.Z01.time, 1), 1);
    f.Z02 = f.Z01;
    f.Z01.signals.values = insertarango(f.Z01.signals.values, P_bache, tmp);
    f.Z02.signals.values = insertarango(f.Z02.signals.values, P_bache, tmp, desfase);
    f.Z03 = f.Z02;

    %{
    plot(f.Z01.time, f.Z01.signals.values, ...
        f.Z02.time, f.Z02.signals.values, ...
        f.Z03.time, f.Z03.signals.values);
    %}
end
```

## Función “escalón(Batalla)”

Función que genera un escalón con flancos del tipo 1-coseno.

```
function f = escalon(Batalla)
    default = {'0.2', '1', '50', '1', '150', '30'};
    prompt = {'Altura bache [m]', 'Longitud subida bache [m]', ...
        'Longitud zona llana bache [m]', 'Longitud bajada bache [m]', ...
        'Longitud total [m]', 'Velocidad avión [m/s]'};
    param = inputdlg(prompt, 'Parametros Perfil', 1, default);
    Z_bache = str2double(param{1});
    L1_bache = str2double(param{2});
    L2_bache = str2double(param{3});
    L3_bache = str2double(param{4});
    L_total = str2double(param{5});
    V = str2double(param{6});

    % resolución cada cm
    dl = 1e-2;
    l = (0:dl:L_total)';

    % Definir irregularidad
    tmp = (Z_bache / 2)*(1 - cos(2*pi*l(1:round(L1_bache/(2 * dl)))/L1_bache));
    tmp2 = ones(round(L2_bache/dl), 1) * Z_bache;
    tmp3 = (Z_bache / 2)*(1 - cos(2*pi*l(round(L3_bache/(2 * dl)) +
    1:round(L3_bache/(dl)))/L3_bache));

    % Insertar irregularidad en el segundo 1
    P_bache = V * l / dl + 1;

    % Desfase tren delantero - trasero
    desfase = round((Batalla / V) / (dl / V));

    % Definir funciones de salida
    f.type = 2;
    % Definir rango de tiempo con misma resolución que rango de longitud
    f.Z01.time = (0:(dl / V):(L_total / V))';
    f.Z01.signals.dimensions = 1;
    f.Z01.signals.values = zeros(size(f.Z01.time, 1), 1);
    f.Z02 = f.Z01;
    f.Z01.signals.values = insertarango(f.Z01.signals.values, P_bache, tmp);
    f.Z02.signals.values = insertarango(f.Z02.signals.values, P_bache, tmp, desfase);
    P_bache = P_bache + size(tmp, 1);
    f.Z01.signals.values = insertarango(f.Z01.signals.values, P_bache, tmp2);
    f.Z02.signals.values = insertarango(f.Z02.signals.values, P_bache, tmp2, desfase);
    P_bache = P_bache + size(tmp2, 1);
    f.Z01.signals.values = insertarango(f.Z01.signals.values, P_bache, tmp3);
    f.Z02.signals.values = insertarango(f.Z02.signals.values, P_bache, tmp3, desfase);
    f.Z03 = f.Z02;
end
```

## Función “senoide(Batalla)”

Función que genera un barrido senoidal, al ser un terreno totalmente artificial, la velocidad está fijada por defecto.

```
function f = senoide(Batalla)
    % Resolución cada cm
    dl = 1e-2;
    L_total = 2500;
    l = (0:dl:L_total)';
    V = 30;

    % Definir irregularidad
    fo = 0;
    f1 = 1;
    tmp = 0.05 * chirp(l, fo, l(end-1), f1, 'q', -90);

    % Insertar irregularidad en el segundo 1
    P_bache = V * 1 / dl + 1;

    % Desfase tren delantero - trasero
    desfase = round((Batalla / V) / (dl / V));

    % Definir funciones de salida
    f.type = 3;
    % Definir rango de tiempo con misma resolución que rango de longitud
    f.Z01.time = (0:(dl / V):(L_total / V) + 2)';
    f.Z01.signals.dimensions = 1;
    f.Z01.signals.values = zeros(size(f.Z01.time, 1), 1);
    f.Z02 = f.Z01;
    f.Z01.signals.values = insertarango(f.Z01.signals.values, P_bache, tmp);
    f.Z02.signals.values = insertarango(f.Z02.signals.values, P_bache, tmp, desfase);
    f.Z03 = f.Z02;

    %{
    plot(f.Z01.time, f.Z01.signals.values, ...
         f.Z02.time, f.Z02.signals.values, ...
         f.Z03.time, f.Z03.signals.values);
    %}
end
```

## Función “SanFrancisco(Batalla, Libro, Hoja)”

Función que genera el perfil real de la pista de aterrizaje San Francisco 28R a través de la importación de los datos desde una hoja de cálculo.

```
function f= SanFrancisco(Batalla, Libro, Hoja)
% Velocidad del avión
V = inputdlg('Velocidad avión [m/s]', 'Parametros Perfil', 1, {'30'});
V = cellfun(@str2num, V);

% Resolución terreno
dl = 1e-2;

% Importación de los datos
[~, ~, raw] = xlsread(Libro, Hoja);
raw(cellfun(@(x) ~isempty(x) && isnumeric(x) && isnan(x), raw)) = {' '};
% Buscar celdas no-numéricas
R = cellfun(@(x) ~isnumeric(x) && ~islogical(x), raw);
% Reemplazar celdas no numéricas
raw(R) = {NaN};
% Crear vector temporal de datos importados
Excel = reshape([raw{:}], size(raw));

% Interpolación lineal para obtener resolución dl (1 cm)
L_total = Excel(size(Excel, 1), 1);
% interpolar datos de y
tmp = interp1(Excel(:, 1), Excel(:, 2), (0:dl:L_total)');

% Desfase tren delantero - trasero
desfase = round((Batalla / V) / (dl / V));

% Insertar irregularidad en el segundo 1
P_bache = V * 1 / dl + 1;

% Definir funciones de salida
f.type = 4;
% Definir rango de tiempo con misma resolución que rango de longitud
f.Z01.time = (0:(dl / V):((L_total / V) + 2)');
f.Z01.signals.dimensions = 1;
f.Z01.signals.values = zeros(size(f.Z01.time, 1), 1);
f.Z01.signals.values(round(L_total / dl):end) = tmp(size(tmp, 1));
f.Z02 = f.Z01;
f.Z01.signals.values = insertarango(f.Z01.signals.values, P_bache, tmp);
f.Z02.signals.values = insertarango(f.Z02.signals.values, P_bache, tmp, desfase);
f.Z03 = f.Z02;

%{
plot(f.Z01.time, f.Z01.signals.values, ...
     f.Z02.time, f.Z02.signals.values, ...
     f.Z03.time, f.Z03.signals.values);
%}

end
```

## Función “Aterrizaje()”

Función que genera un escalón simulando el aterrizaje crítico.

La altura del escalón está relacionada con la energía que debe absorber el tren de aterrizaje en el impacto contra el suelo.

Se supone que los dos trenes de aterrizaje entran en contacto con el suelo en el mismo instante.

```
function f = aterrizaje()
    % Resolución cada cm
    L_total = 175;
    dl = 1e-2;

    % Velocidad sustentación
    V = 35; % [m/s]

    % Definir funciones de salida
    f.type = 5;
    % Definir rango de tiempo con misma resolución que rango de longitud
    f.Z01.time = (0: (dl / V): (L_total / V))';
    f.Z01.signals.dimensions = 1;
    f.Z01.signals.values = 0.47 * (heaviside(f.Z01.time-1));
    f.Z02 = f.Z01;
    f.Z03 = f.Z02;

    %{
    plot(f.Z01.time, f.Z01.signals.values, ...
         f.Z02.time, f.Z02.signals.values, ...
         f.Z03.time, f.Z03.signals.values);
    %}
end
```

## Función “escalón3D(Batalla)”

Función que genera un escalón con flancos del tipo 1-coseno

El desfase de la rueda trasera derecha es diferente para provocar ángulos de balanceo

```
function f = escalon3D(Batalla)
    default = {'0.2', '1', '50', '1', '150', '30'};
    prompt = {'Altura bache [m]', 'Longitud subida bache [m]', ...
        'Longitud zona llana bache [m]', 'Longitud bajada bache [m]', ...
        'Longitud total [m]', 'Velocidad avión [m/s]'};
    param = inputdlg(prompt, 'Parametros Perfil', 1, default);
    Z_bache = str2double(param{1});
    L1_bache = str2double(param{2});
    L2_bache = str2double(param{3});
    L3_bache = str2double(param{4});
    L_total = str2double(param{5});
    V = str2double(param{6});

    % resolución cada cm
    dl = 1e-2;
    l = (0:dl:L_total)';

    % Definir irregularidad
    tmp = (Z_bache / 2) * (1 - cos(2*pi*l(1:round(L1_bache/(2 * dl)))/L1_bache));
    tmp2 = ones(round(L2_bache/dl), 1) * Z_bache;
    tmp3 = (Z_bache / 2) * (1 - cos(2*pi*l(round(L3_bache/(2 * dl)) +
    1:round(L3_bache/(dl)))/L3_bache));

    % Insertar irregularidad en el segundo 1
    P_bache = V * l / dl + 1;

    % Desfase tren delantero - trasero
    desfase = round((Batalla / V) / (dl / V));

    % Definir funciones de salida
    f.type = 6;
    % Definir rango de tiempo con misma resolución que rango de longitud
    f.Z01.time = (0:(dl / V):(L_total / V))';
    f.Z01.signals.dimensions = 1;
    f.Z01.signals.values = zeros(size(f.Z01.time, 1), 1);
    f.Z02 = f.Z01;
    f.Z03 = f.Z02;
    f.Z01.signals.values = insertarango(f.Z01.signals.values, P_bache, tmp);
    f.Z02.signals.values = insertarango(f.Z02.signals.values, P_bache, tmp, desfase);
    f.Z03.signals.values = insertarango(f.Z03.signals.values, P_bache, tmp, desfase * 2);
    P_bache = P_bache + size(tmp, 1);
    f.Z01.signals.values = insertarango(f.Z01.signals.values, P_bache, tmp2);
    f.Z02.signals.values = insertarango(f.Z02.signals.values, P_bache, tmp2, desfase);
    f.Z03.signals.values = insertarango(f.Z03.signals.values, P_bache, tmp2, desfase * 2);
    P_bache = P_bache + size(tmp2, 1);
    f.Z01.signals.values = insertarango(f.Z01.signals.values, P_bache, tmp3);
    f.Z02.signals.values = insertarango(f.Z02.signals.values, P_bache, tmp3, desfase);
    f.Z03.signals.values = insertarango(f.Z03.signals.values, P_bache, tmp3, desfase * 2);
end
```



U.S. Department  
of Transportation  
**Federal Aviation  
Administration**

# Advisory Circular

---

**Subject:** TAXI, TAKEOFF AND LANDING  
ROLL DESIGN LOADS

**Date:** 10/30/00

**Initiated By:** ANM-110

**AC No:** 25.491-1

**Change:**

---

1. PURPOSE. This advisory circular (AC) sets forth acceptable methods of compliance with the provisions of part 25 of the Federal Aviation Regulations (FAR) dealing with the certification requirements for taxi, takeoff and landing roll design loads. Guidance information is provided for showing compliance with § 25.491 of the FAR, relating to structural design for airplane operation on paved runways and taxiways normally used in commercial operations. Other methods of compliance with the requirements may be acceptable.

2. RELATED FAR SECTIONS. The contents of this AC are considered by the Federal Aviation Administration (FAA) in determining compliance with § 25.491 of the FAR. Related sections are §§ 25.305(c) and 25.235.

3. BACKGROUND.

a. All paved runways and taxiways have an inherent degree of surface unevenness, or roughness. This is the result of the normal tolerances of engineering standards required for construction, as well as the result of events such as uneven settlement and frost heave. In addition, repair of surfaces on an active runway or taxiway can result in temporary ramped surfaces. Many countries have developed criteria for runway surface roughness. The International Civil Aviation Organization (ICAO) standards are published in ICAO Annex 14.

b. In the late 1940's, as airplanes became larger, more flexible, and operated at higher ground speeds, consideration of dynamic loads during taxi, landing rollout, and takeoff became important in airplane design. The Civil Aeronautics Administration, in Civil Air Regulations 4b (CAR 4b), § 4b.172, required the effects of landing gear deflection during taxiing over the roughest ground expected in service to be considered relative to its effect on damage to structural components. The CAR 4b, § 4b.235, also required the airplane be designed, in part, to withstand loads calculated under § 4b.172. Those regulations were carried over to part 25 of the FAR as § 25.235 and § 25.491 respectively. Substantiation of the effect of ground loads on flexible structure is required by § 25.305(c).

c. Several approaches had been taken by different manufacturers in complying with the noted regulations. If dynamic effects due to rigid body modes or airframe flexibility during taxi were not considered critical, some manufacturers used a simplified static analysis where a static inertia force was applied to the airplane using a load factor of 2.0 for single axle gears or 1.7 for multiple axle gears. The lower 1.7 factor was justified based on an assumption that there was a load alleviating effect resulting from rotation of the beam, on which the forward and aft axles are attached, about the central pivot point on the strut. The static load factor approach was believed to encompass any dynamic effects and it had the benefit of a relatively simple analysis.

d. As computers became more powerful and dynamic analysis methods became more sophisticated, it was found that dynamic effects sometimes resulted in loads greater than those which were predicted by the static criterion. Some manufacturers performed calculations using a series of harmonic bumps to represent a runway surface, tuning the bumps to excite various portions of the structure at a given speed. U.S. Military Standard 8862 defines amplitude and wavelengths of 1-cosine bumps intended to excite low speed plunge, pitch and wing first bending modes.

e. Some manufacturers used actual runway profile data to calculate loads. The runway profiles of the San Francisco Runway 28R or Anchorage Runway 24, which were known to cause high loads on airplanes and were the subject of pilot complaints until resurfaced, have been used in a series of bi-directional constant speed analytical runs to determine loads. In some cases, accelerated runs have been used, starting from several points along the runway. The profiles of those runways are described in NASA Reports CR-119 and TN D-5703. Such deterministic dynamic analyses have in general proved to be satisfactory.

f. Some manufacturers have used a statistical power spectral density (PSD) approach, especially to calculate fatigue loads. Extensive PSD runway roughness data exist for numerous world runways. The PSD approach is not considered practical for calculation of limit loads.

g. Because the various methods described above produce different results, the guidance information given in paragraphs 4, 5, and 6 of this AC should be used when demonstrating compliance with § 25.491.

#### 4. RUNWAY PROFILE CONDITION.

a. Consideration of airframe flexibility and landing gear dynamic characteristics is necessary in most cases. A deterministic dynamic analysis, based on the San Francisco Runway 28R (before it was resurfaced), described in Table 1 of this AC, is an acceptable method for compliance. As an alternative means of compliance, the San Francisco Runway 28R (before it was resurfaced) may be used with the severe bump from 1530 to 1538 feet modified per Table 2. The modifications to the bump reflect the maximum slope change permitted in ICAO Annex 14 for temporary ramps used to transition asphalt overlays to existing pavement. The points affected by this modification are outlined in Table 1.

b. Airplane design loads should be developed for the most critical conditions arising from taxi, takeoff, and landing run. The airplane analysis model should include significant airplane rigid body and flexible modes, and the appropriate landing gear and tire characteristics. Unless the airplane has design features that would result in significant asymmetric loads, only the symmetric cases need be investigated.

c. Airplane steady aerodynamic effects should normally be included. However, they may be ignored if their deletion is shown to produce conservative loads. Unsteady aerodynamic effects on dynamic response may be neglected.

d. Conditions should be run at the maximum takeoff weight and the maximum landing weight with critical combinations of wing fuel, payload, and extremes of center of gravity (c.g.) range. For airplanes with trimable stabilizers, the stabilizer should be at the appropriate setting for takeoff cases and at the recommended final approach setting for landing cases. The elevator should be assumed faired relative to the stabilizer throughout the takeoff or landing run, unless other normal procedures are specified in the flight manual.

e. A series of constant speed runs should be made in both directions from 20 knots up to the maximum ground speeds expected in normal operation ( $V_R$  defined at maximum altitude and temperature for takeoff conditions,  $1.25 V_{L2}$  for landing conditions). Sufficiently small speed increments should be evaluated to assure that maximum loads are achieved. Constant speed runs should be made because using accelerated runs may not define the speed/roughness points which could produce peak dynamic loads. For maximum take-off weight cases, the analysis should account for normal takeoff flap and control settings and consider both zero and maximum thrust. For maximum landing weight cases, the analysis should account for normal flap and spoiler positions following landing, and steady pitching moments equivalent to those produced by braking with a coefficient of friction of 0.3 with and without reverse thrust. The effects of automatic braking systems that reduce braking in the presence of reverse thrust may be taken into account.

5. DISCRETE LOAD CONDITION. One of the following discrete limit load conditions should be evaluated:

a. With all landing gears in contact with the ground, the condition of a vertical load equal to 1.7 times the static ground reaction should be investigated under the most adverse airplane loading distribution at maximum takeoff weight, with and without thrust from the engines;

b. As an alternative to paragraph 5(a) above, it would be acceptable to undertake dynamic analyses under the same conditions considered in paragraph 4 of this AC considering the aircraft response to each of the following pairs of identical and contiguous 1-cosine upwards bumps on an otherwise smooth runway:

(i) Bump wavelengths equal to the mean longitudinal distance between nose and main landing gears, or between the main and tail landing gears, as appropriate; and separately.

(ii) Bump wavelengths equal to twice this distance.

The bump height in each case should be defined as:

$$H = 1.2 + 0.023 \sqrt{L}$$

Where--

H = the bump height (inches)

L = the bump wavelength (inches)

6. COMBINED LOAD CONDITION. A condition of combined vertical, side and drag loads should be investigated for the main landing gear. In the absence of a more rational analysis a vertical load equal to 90% of the ground reaction from paragraph 5 above should be combined with a drag load of 20% of the vertical load and a side load of 20% of the vertical load. Side loads acting either direction should be considered.

7. TIRE CONDITIONS. The calculation of maximum gear loads in accordance with paragraphs 4, 5, and 6, may be performed using fully inflated tires. For multiple wheel units, the maximum gear loads should be distributed between the wheels in accordance with the criteria of § 25.511.

TABLE 1

## SAN FRANCISCO RUNWAY 28R

ONE TRACK

LENGTH: 3880 FEET

NUMBER OF POINTS: 1941

POINT SPACING: 2 FEET

ELEVATIONS: FEET

REFERENCE SOURCE: REPORT TO NASA (EFFECTS OF RUNWAY UNEVENNESS ON THE DYNAMIC RESPONSE OF SUPERSONIC TRANSPORTS), JULY 1964, U. OF CALIF. BERKLEY.

## RUNWAY ELEVATION POINTS IN FEET:

Dist.	Elev.								
0	10.3	776	10.99	1552	10.92	2328	11.16	3104	11.93
2	10.31	778	10.98	1554	10.92	2330	11.15	3106	11.92
4	10.3	780	10.99	1556	10.91	2332	11.14	3108	11.92
6	10.3	782	10.99	1558	10.93	2334	11.14	3110	11.92
8	10.31	784	11	1560	10.93	2336	11.14	3112	11.92
10	10.32	786	11.01	1562	10.93	2338	11.14	3114	11.92
12	10.33	788	11.01	1564	10.93	2340	11.14	3116	11.92
14	10.34	790	11.01	1566	10.93	2342	11.14	3118	11.92
16	10.35	792	11.03	1568	10.93	2344	11.15	3120	11.92
18	10.36	794	11.04	1570	10.93	2346	11.15	3122	11.92
20	10.36	796	11.03	1572	10.93	2348	11.15	3124	11.92
22	10.37	798	11.05	1574	10.93	2350	11.15	3126	11.92
24	10.37	800	11.06	1576	10.93	2352	11.15	3128	11.91
26	10.37	802	11.07	1578	10.93	2354	11.15	3130	11.9
28	10.38	804	11.06	1580	10.94	2356	11.16	3132	11.9
30	10.39	806	11.07	1582	10.94	2358	11.16	3134	11.9
32	10.4	808	11.08	1584	10.94	2360	11.15	3136	11.9
34	10.4	810	11.08	1586	10.94	2362	11.15	3138	11.9
36	10.41	812	11.08	1588	10.95	2364	11.16	3140	11.9
38	10.41	814	11.09	1590	10.94	2366	11.16	3142	11.9
40	10.42	816	11.09	1592	10.93	2368	11.16	3144	11.9
42	10.43	818	11.08	1594	10.94	2370	11.16	3146	11.9
44	10.43	820	11.08	1596	10.94	2372	11.16	3148	11.9
46	10.44	822	11.08	1598	10.93	2374	11.16	3150	11.9
48	10.44	824	11.08	1600	10.92	2376	11.16	3152	11.9
50	10.44	826	11.08	1602	10.92	2378	11.16	3154	11.9
52	10.44	828	11.08	1604	10.92	2380	11.17	3156	11.9
54	10.44	830	11.07	1606	10.91	2382	11.17	3158	11.9
56	10.45	832	11.08	1608	10.91	2384	11.17	3160	11.9
58	10.46	834	11.08	1610	10.91	2386	11.17	3162	11.89
60	10.47	836	11.08	1612	10.91	2388	11.17	3164	11.88
62	10.47	838	11.08	1614	10.9	2390	11.17	3166	11.88
64	10.48	840	11.09	1616	10.89	2392	11.17	3168	11.87
66	10.49	842	11.08	1618	10.88	2394	11.16	3170	11.87
68	10.49	844	11.08	1620*	10.87	2396	11.15	3172	11.86
70	10.5	846	11.07	1622	10.89	2398	11.15	3174	11.86
72	10.5	848	11.07	1624	10.88	2400	11.14	3176	11.85
74	10.5	850	11.06	1626	10.88	2402	11.14	3178	11.85
76	10.5	852	11.05	1628	10.88	2404	11.14	3180	11.84

78	10.5	854	11.05	1630	10.87	2406	11.13	3182	11.84
80	10.5	856	11.04	1632	10.86	2408	11.12	3184	11.84
82	10.49	858	11.05	1634	10.85	2410	11.12	3186	11.84
84	10.49	860	11.04	1636	10.86	2412	11.12	3188	11.84
86	10.49	862	11.04	1638	10.86	2414	11.12	3190	11.85
88	10.49	864	11.04	1640	10.85	2416	11.12	3192	11.87
90	10.5	866	11.04	1642	10.85	2418	11.12	3194	11.89
92	10.5	868	11.04	1644	10.85	2420	11.13	3196	11.89
94	10.51	870	11.04	1646	10.84	2422	11.13	3198	11.9
96	10.51	872	11.04	1648	10.84	2424	11.14	3200	11.89
98	10.52	874	11.03	1650	10.84	2426	11.15	3202	11.92
100	10.52	876	11.03	1652	10.83	2428	11.16	3204	11.95
102	10.52	878	11.03	1654	10.83	2430	11.17	3206	11.95
104	10.53	880	11.03	1656	10.82	2432	11.18	3208	11.95
106	10.53	882	11.02	1658	10.82	2434	11.19	3210	11.94
108	10.54	884	11.02	1660	10.81	2436	11.2	3212	11.94
110	10.54	886	11.02	1662	10.81	2438	11.2	3214	11.93
112	10.55	888	11.02	1664	10.8	2440	11.22	3216	11.92
114	10.55	890	11.02	1666	10.79	2442	11.23	3218	11.92
116	10.55	892	11.02	1668	10.79	2444	11.24	3220	11.91
118	10.55	894	11.03	1670	10.79	2446	11.24	3222	11.9
120	10.54	896	11.03	1672	10.79	2448	11.25	3224	11.9
122	10.55	898	11.04	1674	10.79	2450	11.26	3226	11.89
124	10.55	900	11.05	1676	10.79	2452	11.27	3228	11.88
126	10.56	902	11.05	1678	10.8	2454	11.28	3230	11.87
128	10.57	904	11.06	1680	10.8	2456	11.28	3232	11.86
130	10.57	906	11.06	1682	10.81	2458	11.29	3234	11.85
132	10.57	908	11.06	1684	10.82	2460	11.3	3236	11.84
134	10.57	910	11.07	1686	10.82	2462	11.3	3238	11.84
136	10.57	912	11.07	1688	10.83	2464	11.3	3240	11.84
138	10.58	914	11.07	1690	10.84	2466	11.31	3242	11.83
140	10.57	916	11.07	1692	10.85	2468	11.3	3244	11.82
142	10.57	918	11.07	1694	10.85	2470	11.31	3246	11.82
144	10.58	920	11.08	1696	10.85	2472	11.31	3248	11.81
146	10.57	922	11.08	1698	10.87	2474	11.31	3250	11.83
148	10.56	924	11.07	1700	10.87	2476	11.31	3252	11.83
150	10.56	926	11.07	1702	10.88	2478	11.3	3254	11.83
152	10.56	928	11.07	1704	10.87	2480	11.3	3256	11.84
154	10.56	930	11.06	1706	10.88	2482	11.3	3258	11.84
156	10.56	932	11.06	1708	10.87	2484	11.29	3260	11.84
158	10.56	934	11.06	1710	10.87	2486	11.29	3262	11.84
160	10.56	936	11.06	1712	10.87	2488	11.29	3264	11.82
162	10.56	938	11.06	1714	10.87	2490	11.29	3266	11.83
164	10.55	940	11.07	1716	10.86	2492	11.29	3268	11.82
166	10.55	942	11.07	1718	10.85	2494	11.29	3270	11.83
168	10.55	944	11.08	1720	10.84	2496	11.29	3272	11.83
170	10.56	946	11.08	1722	10.84	2498	11.29	3274	11.84
172	10.57	948	11.09	1724	10.84	2500	11.29	3276	11.84
174	10.57	950	11.09	1726	10.84	2502	11.3	3278	11.84
176	10.57	952	11.09	1728	10.84	2504	11.3	3280	11.85
178	10.57	954	11.09	1730	10.83	2506	11.31	3282	11.84
180	10.56	956	11.1	1732	10.82	2508	11.31	3284	11.84
182	10.55	958	11.09	1734	10.82	2510	11.32	3286	11.84

10/30/00

AC 25.491-1

Dist.	Elev.								
184	10.55	960	11.09	1736	10.82	2512	11.32	3288	11.85
186	10.55	962	11.09	1738	10.82	2514	11.33	3290	11.85
188	10.55	964	11.09	1740	10.82	2516	11.33	3292	11.85
190	10.55	966	11.08	1742	10.82	2518	11.34	3294	11.86
192	10.56	968	11.08	1744	10.83	2520	11.35	3296	11.86
194	10.56	970	11.07	1746	10.82	2522	11.35	3298	11.84
196	10.56	972	11.07	1748	10.83	2524	11.35	3300	11.84
198	10.56	974	11.06	1750	10.82	2526	11.35	3302	11.84
200	10.55	976	11.07	1752	10.82	2528	11.35	3304	11.84
202	10.54	978	11.09	1754	10.82	2530	11.35	3306	11.84
204	10.53	980	11.1	1756	10.82	2532	11.36	3308	11.84
206	10.52	982	11.1	1758	10.81	2534	11.36	3310	11.84
208	10.52	984	11.11	1760	10.81	2536	11.35	3312	11.84
210	10.52	986	11.11	1762	10.81	2538	11.35	3314	11.84
212	10.52	988	11.12	1764	10.81	2540	11.35	3316	11.84
214	10.52	990	11.12	1766	10.82	2542	11.35	3318	11.84
216	10.52	992	11.12	1768	10.82	2544	11.35	3320	11.84
218	10.53	994	11.11	1770	10.82	2546	11.35	3322	11.83
220	10.52	996	11.11	1772	10.83	2548	11.34	3324	11.83
222	10.52	998	11.11	1774	10.83	2550	11.34	3326	11.83
224	10.51	1000	11.11	1776	10.83	2552	11.34	3328	11.82
226	10.52	1002	11.11	1778	10.84	2554	11.34	3330	11.83
228	10.52	1004	11.1	1780	10.84	2556	11.35	3332	11.83
230	10.51	1006	11.11	1782	10.85	2558	11.35	3334	11.83
232	10.52	1008	11.11	1784	10.86	2560	11.35	3336	11.82
234	10.52	1010	11.12	1786	10.86	2562	11.34	3338	11.82
236	10.53	1012	11.12	1788	10.86	2564	11.33	3340	11.83
238	10.53	1014	11.12	1790	10.88	2566	11.33	3342	11.82
240	10.53	1016	11.11	1792	10.87	2568	11.33	3344	11.83
242	10.53	1018	11.11	1794	10.86	2570	11.33	3346	11.83
244	10.53	1020	11.12	1796	10.86	2572	11.33	3348	11.84
246	10.53	1022	11.11	1798	10.86	2574	11.33	3350	11.84
248	10.53	1024	11.11	1800	10.87	2576	11.33	3352	11.83
250	10.53	1026	11.11	1802	10.87	2578	11.32	3354	11.83
252	10.53	1028	11.1	1804	10.86	2580	11.33	3356	11.83
254	10.52	1030	11.1	1806	10.85	2582	11.33	3358	11.83
256	10.53	1032	11.12	1808	10.85	2584	11.33	3360	11.83
258	10.54	1034	11.13	1810	10.89	2586	11.33	3362	11.84
260	10.54	1036	11.15	1812	10.91	2588	11.33	3364	11.84
262	10.54	1038	11.16	1814	10.91	2590	11.34	3366	11.84
264	10.54	1040	11.17	1816	10.92	2592	11.34	3368	11.85
266	10.54	1042	11.18	1818	10.92	2594	11.34	3370	11.85
268	10.54	1044	11.18	1820	10.93	2596	11.35	3372	11.85
270	10.55	1046	11.19	1822	10.93	2598	11.35	3374	11.85
272	10.55	1048	11.19	1824	10.93	2600	11.35	3376	11.84
274	10.54	1050	11.2	1826	10.94	2602	11.35	3378	11.84
276	10.55	1052	11.22	1828	10.94	2604	11.35	3380	11.85
278	10.55	1054	11.22	1830	10.95	2606	11.35	3382	11.85
280	10.56	1056	11.23	1832	10.94	2608	11.35	3384	11.86
282	10.57	1058	11.23	1834	10.93	2610	11.35	3386	11.86
284	10.58	1060	11.23	1836	10.93	2612	11.36	3388	11.87
286	10.59	1062	11.24	1838	10.92	2614	11.36	3390	11.87

288	10.6	1064	11.25	1840	10.93	2616	11.36	3392	11.87
290	10.61	1066	11.25	1842	10.91	2618	11.35	3394	11.87
292	10.62	1068	11.26	1844	10.91	2620	11.35	3396	11.87
294	10.63	1070	11.24	1846	10.9	2622	11.35	3398	11.86
296	10.65	1072	11.27	1848	10.9	2624	11.35	3400	11.87
298	10.66	1074	11.28	1850	10.9	2626	11.35	3402	11.87
300	10.66	1076	11.28	1852	10.91	2628	11.35	3404	11.88
302	10.67	1078	11.3	1854	10.91	2630	11.36	3406	11.89
304	10.66	1080	11.31	1856	10.89	2632	11.36	3408	11.89
306	10.67	1082	11.32	1858	10.9	2634	11.36	3410	11.89
308	10.67	1084	11.33	1860	10.91	2636	11.36	3412	11.91
310	10.67	1086	11.34	1862	10.91	2638	11.36	3414	11.91
312	10.67	1088	11.34	1864	10.91	2640	11.37	3416	11.92
314	10.67	1090	11.34	1866	10.92	2642	11.38	3418	11.93
316	10.66	1092	11.34	1868	10.93	2644	11.38	3420	11.95
318	10.66	1094	11.33	1870	10.94	2646	11.39	3422	11.95
320	10.65	1096	11.32	1872	10.94	2648	11.39	3424	11.96
322	10.65	1098	11.32	1874	10.94	2650	11.4	3426	11.96
324	10.65	1100	11.31	1876	10.94	2652	11.41	3428	11.96
326	10.65	1102	11.32	1878	10.94	2654	11.42	3430	11.96
328	10.66	1104	11.32	1880	10.95	2656	11.42	3432	11.95
330	10.67	1106	11.31	1882	10.93	2658	11.43	3434	11.96
332	10.67	1108	11.31	1884	10.93	2660	11.43	3436	11.96
334	10.67	1110	11.31	1886	10.93	2662	11.42	3438	11.96
336	10.68	1112	11.32	1888	10.93	2664	11.42	3440	11.96
338	10.68	1114	11.31	1890	10.92	2666	11.43	3442	11.95
340	10.68	1116	11.32	1892	10.93	2668	11.43	3444	11.95
342	10.69	1118	11.33	1894	10.93	2670	11.43	3446	11.94
344	10.69	1120	11.34	1896	10.93	2672	11.43	3448	11.96
346	10.69	1122	11.35	1898	10.93	2674	11.43	3450	11.98
348	10.7	1124	11.35	1900	10.91	2676	11.43	3452	11.99
350	10.71	1126	11.36	1902	10.9	2678	11.44	3454	12.01
352	10.71	1128	11.36	1904	10.91	2680	11.44	3456	12.03
354	10.72	1130	11.36	1906	10.91	2682	11.45	3458	12.04
356	10.72	1132	11.37	1908	10.91	2684	11.46	3460	12.05
358	10.71	1134	11.37	1910	10.91	2686	11.46	3462	12.05
360	10.72	1136	11.37	1912	10.91	2688	11.47	3464	12.05
362	10.72	1138	11.37	1914	10.91	2690	11.48	3466	12.05
364	10.72	1140	11.38	1916	10.91	2692	11.48	3468	12.05
366	10.71	1142	11.38	1918	10.9	2694	11.49	3470	12.05
368	10.72	1144	11.38	1920	10.9	2696	11.49	3472	12.04
370	10.72	1146	11.38	1922	10.89	2698	11.5	3474	12.06
372	10.73	1148	11.38	1924	10.9	2700	11.5	3476	12.06
374	10.73	1150	11.38	1926	10.9	2702	11.51	3478	12.07
376	10.74	1152	11.38	1928	10.9	2704	11.52	3480	12.07
378	10.75	1154	11.38	1930	10.91	2706	11.52	3482	12.07
380	10.75	1156	11.38	1932	10.9	2708	11.52	3484	12.07
382	10.78	1158	11.37	1934	10.91	2710	11.52	3486	12.06
384	10.77	1160	11.37	1936	10.89	2712	11.52	3488	12.07
386	10.78	1162	11.37	1938	10.89	2714	11.52	3490	12.07
388	10.79	1164	11.37	1940	10.89	2716	11.52	3492	12.08
390	10.8	1166	11.38	1942	10.89	2718	11.52	3494	12.08
392	10.81	1168	11.38	1944	10.89	2720	11.52	3496	12.08

10/30/00

AC 25.491-1

Dist.	Elev.								
394	10.81	1170	11.39	1946	10.88	2722	11.52	3498	12.09
396	10.82	1172	11.38	1948	10.88	2724	11.51	3500	12.09
398	10.83	1174	11.38	1950	10.87	2726	11.51	3502	12.08
400	10.84	1176	11.39	1952	10.87	2728	11.51	3504	12.08
402	10.85	1178	11.4	1954	10.87	2730	11.5	3506	12.08
404	10.86	1180	11.41	1956	10.86	2732	11.5	3508	12.08
406	10.86	1182	11.41	1958	10.88	2734	11.5	3510	12.08
408	10.86	1184	11.42	1960	10.87	2736	11.5	3512	12.09
410	10.86	1186	11.43	1962	10.86	2738	11.51	3514	12.1
412	10.85	1188	11.44	1964	10.87	2740	11.51	3516	12.1
414	10.86	1190	11.44	1966	10.87	2742	11.51	3518	12.1
416	10.86	1192	11.45	1968	10.86	2744	11.52	3520	12.1
418	10.87	1194	11.46	1970	10.85	2746	11.52	3522	12.1
420	10.87	1196	11.46	1972	10.85	2748	11.52	3524	12.11
422	10.87	1198	11.46	1974	10.85	2750	11.52	3526	12.11
424	10.87	1200	11.46	1976	10.86	2752	11.53	3528	12.12
426	10.87	1202	11.47	1978	10.85	2754	11.53	3530	12.13
428	10.86	1204	11.48	1980	10.86	2756	11.53	3532	12.13
430	10.85	1206	11.48	1982	10.86	2758	11.52	3534	12.13
432	10.84	1208	11.48	1984	10.86	2760	11.52	3536	12.13
434	10.84	1210	11.49	1986	10.87	2762	11.52	3538	12.14
436	10.83	1212	11.5	1988	10.87	2764	11.52	3540	12.14
438	10.83	1214	11.5	1990	10.87	2766	11.52	3542	12.13
440	10.84	1216	11.5	1992	10.87	2768	11.52	3544	12.13
442	10.85	1218	11.5	1994	10.87	2770	11.53	3546	12.13
444	10.86	1220	11.5	1996	10.88	2772	11.53	3548	12.11
446	10.87	1222	11.5	1998	10.87	2774	11.53	3550	12.1
448	10.87	1224	11.49	2000	10.88	2776	11.54	3552	12.07
450	10.88	1226	11.49	2002	10.87	2778	11.53	3554	12.06
452	10.89	1228	11.49	2004	10.88	2780	11.53	3556	12.07
454	10.9	1230	11.48	2006	10.88	2782	11.54	3558	12.08
456	10.92	1232	11.47	2008	10.88	2784	11.54	3560	12.09
458	10.93	1234	11.46	2010	10.88	2786	11.54	3562	12.1
460	10.94	1236	11.46	2012	10.88	2788	11.54	3564	12.11
462	10.95	1238	11.48	2014	10.89	2790	11.53	3566	12.11
464	10.95	1240	11.46	2016	10.9	2792	11.53	3568	12.12
466	10.95	1242	11.47	2018	10.89	2794	11.53	3570	12.06
468	10.95	1244	11.47	2020	10.89	2796	11.53	3572	12.01
470	10.95	1246	11.47	2022	10.89	2798	11.54	3574	12.03
472	10.95	1248	11.47	2024	10.89	2800	11.54	3576	12.04
474	10.96	1250	11.46	2026	10.9	2802	11.54	3578	12.05
476	10.97	1252	11.45	2028	10.89	2804	11.55	3580	12.05
478	10.98	1254	11.45	2030	10.89	2806	11.55	3582	12.06
480	10.98	1256	11.45	2032	10.88	2808	11.55	3584	12.06
482	10.99	1258	11.46	2034	10.87	2810	11.56	3586	12.05
484	10.99	1260	11.46	2036	10.88	2812	11.55	3588	12.04
486	10.99	1262	11.46	2038	10.87	2814	11.55	3590	12.03
488	11	1264	11.45	2040	10.87	2816	11.55	3592	12.02
490	11.01	1266	11.45	2042	10.87	2818	11.55	3594	12.02
492	11.01	1268	11.45	2044	10.87	2820	11.54	3596	12.02
494	11.01	1270	11.45	2046	10.88	2822	11.53	3598	12.02
496	11.01	1272	11.45	2048	10.88	2824	11.53	3600	12.01

498	10.98	1274	11.46	2050	10.88	2826	11.53	3602	11.99
500	10.96	1276	11.46	2052	10.88	2828	11.51	3604	11.98
502	10.95	1278	11.46	2054	10.88	2830	11.52	3606	11.94
504	10.95	1280	11.48	2056	10.88	2832	11.52	3608	11.94
506	10.95	1282	11.47	2058	10.89	2834	11.53	3610	11.93
508	10.96	1284	11.47	2060	10.89	2836	11.53	3612	11.93
510	10.97	1286	11.48	2062	10.89	2838	11.54	3614	11.92
512	10.97	1288	11.48	2064	10.89	2840	11.55	3616	11.91
514	10.98	1290	11.48	2066	10.89	2842	11.56	3618	11.9
516	10.97	1292	11.48	2068	10.89	2844	11.56	3620	11.9
518	10.97	1294	11.49	2070	10.89	2846	11.57	3622	11.9
520	10.98	1296	11.49	2072	10.88	2848	11.57	3624	11.9
522	10.99	1298	11.5	2074	10.88	2850	11.57	3626	11.9
524	11	1300	11.51	2076	10.89	2852	11.58	3628	11.91
526	11.01	1302	11.52	2078	10.88	2854	11.58	3630	11.9
528	11.03	1304	11.52	2080	10.89	2856	11.58	3632	11.88
530	11.03	1306	11.52	2082	10.88	2858	11.58	3634	11.87
532	11.03	1308	11.52	2084	10.88	2860	11.58	3636	11.87
534	11.03	1310	11.52	2086	10.88	2862	11.58	3638	11.86
536	11.03	1312	11.52	2088	10.88	2864	11.59	3640	11.86
538	11.03	1314	11.52	2090	10.88	2866	11.59	3642	11.85
540	11.03	1316	11.53	2092	10.87	2868	11.59	3644	11.86
542	11.03	1318	11.52	2094	10.87	2870	11.59	3646	11.86
544	11.02	1320	11.52	2096	10.87	2872	11.58	3648	11.85
546	11.02	1322	11.52	2098	10.87	2874	11.57	3650	11.85
548	11.03	1324	11.53	2100	10.87	2876	11.57	3652	11.85
550	11.04	1326	11.53	2102	10.88	2878	11.58	3654	11.86
552	11.05	1328	11.53	2104	10.88	2880	11.57	3656	11.86
554	11.05	1330	11.53	2106	10.88	2882	11.57	3658	11.87
556	11.04	1332	11.53	2108	10.89	2884	11.57	3660	11.86
558	11.06	1334	11.53	2110	10.89	2886	11.58	3662	11.86
560	11.07	1336	11.54	2112	10.9	2888	11.58	3664	11.85
562	11.07	1338	11.53	2114	10.91	2890	11.59	3666	11.84
564	11.08	1340	11.52	2116	10.92	2892	11.6	3668	11.85
566	11.08	1342	11.52	2118	10.92	2894	11.62	3670	11.85
568	11.09	1344	11.51	2120	10.93	2896	11.61	3672	11.87
570	11.1	1346	11.53	2122	10.92	2898	11.61	3674	11.89
572	11.12	1348	11.52	2124	10.92	2900	11.61	3676	11.88
574	11.13	1350	11.54	2126	10.92	2902	11.61	3678	11.88
576	11.14	1352	11.53	2128	10.92	2904	11.61	3680	11.88
578	11.14	1354	11.54	2130	10.92	2906	11.62	3682	11.89
580	11.15	1356	11.53	2132	10.92	2908	11.63	3684	11.9
582	11.16	1358	11.54	2134	10.92	2910	11.64	3686	11.91
584	11.17	1360	11.53	2136	10.93	2912	11.65	3688	11.91
586	11.17	1362	11.54	2138	10.93	2914	11.66	3690	11.91
588	11.17	1364	11.55	2140	10.93	2916	11.67	3692	11.91
590	11.17	1366	11.54	2142	10.93	2918	11.67	3694	11.92
592	11.17	1368	11.54	2144	10.93	2920	11.67	3696	11.92
594	11.18	1370	11.54	2146	10.94	2922	11.68	3698	11.93
596	11.18	1372	11.54	2148	10.93	2924	11.7	3700	11.94
598	11.18	1374	11.53	2150	10.93	2926	11.72	3702	11.94
600	11.17	1376	11.52	2152	10.93	2928	11.73	3704	11.95
602	11.17	1378	11.51	2154	10.93	2930	11.74	3706	11.95

10/30/00

AC 25.491-1

Dist.	Elev.								
604	11.17	1380	11.5	2156	10.93	2932	11.76	3708	11.95
606	11.17	1382	11.49	2158	10.92	2934	11.77	3710	11.95
608	11.19	1384	11.49	2160	10.92	2936	11.78	3712	11.95
610	11.17	1386	11.49	2162	10.91	2938	11.8	3714	11.96
612	11.18	1388	11.49	2164	10.9	2940	11.82	3716	11.95
614	11.18	1390	11.49	2166	10.92	2942	11.82	3718	11.95
616	11.18	1392	11.48	2168	10.91	2944	11.82	3720	11.96
618	11.19	1394	11.47	2170	10.91	2946	11.83	3722	11.97
620	11.19	1396	11.47	2172	10.9	2948	11.82	3724	11.98
622	11.19	1398	11.47	2174	10.9	2950	11.82	3726	11.98
624	11.2	1400	11.46	2176	10.9	2952	11.83	3728	11.99
626	11.21	1402	11.47	2178	10.88	2954	11.84	3730	12
628	11.21	1404	11.47	2180	10.88	2956	11.83	3732	12
630	11.21	1406	11.48	2182	10.86	2958	11.83	3734	11.99
632	11.2	1408	11.47	2184	10.85	2960	11.83	3736	11.99
634	11.2	1410	11.46	2186	10.85	2962	11.83	3738	11.99
636	11.2	1412	11.46	2188	10.84	2964	11.83	3740	12
638	11.19	1414	11.46	2190	10.84	2966	11.83	3742	12
640	11.18	1416	11.46	2192	10.84	2968	11.84	3744	12.01
642	11.18	1418	11.46	2194	10.84	2970	11.85	3746	12.02
644	11.17	1420	11.47	2196	10.85	2972	11.86	3748	12.02
646	11.16	1422	11.47	2198	10.85	2974	11.87	3750	12.03
648	11.15	1424	11.47	2200	10.85	2976	11.88	3752	12.04
650	11.14	1426	11.46	2202	10.85	2978	11.88	3754	12.05
652	11.14	1428	11.46	2204	10.85	2980	11.89	3756	12.06
654	11.14	1430	11.44	2206	10.85	2982	11.9	3758	12.06
656	11.12	1432	11.43	2208	10.86	2984	11.9	3760	12.06
658	11.11	1434	11.41	2210	10.86	2986	11.9	3762	12.06
660	11.09	1436	11.4	2212	10.86	2988	11.9	3764	12.06
662	11.09	1438	11.39	2214	10.87	2990	11.9	3766	12.06
664	11.09	1440	11.38	2216	10.88	2992	11.9	3768	12.06
666	11.09	1442	11.37	2218	10.88	2994	11.91	3770	12.06
668	11.09	1444	11.36	2220	10.89	2996	11.91	3772	12.07
670	11.09	1446	11.36	2222	10.9	2998	11.9	3774	12.08
672	11.09	1448	11.35	2224	10.91	3000	11.91	3776	12.09
674	11.09	1450	11.35	2226	10.91	3002	11.91	3778	12.1
676	11.09	1452	11.35	2228	10.92	3004	11.91	3780	12.09
678	11.09	1454	11.35	2230	10.92	3006	11.91	3782	12.12
680	11.09	1456	11.35	2232	10.93	3008	11.9	3784	12.13
682	11.09	1458	11.34	2234	10.94	3010	11.91	3786	12.14
684	11.09	1460	11.34	2236	10.94	3012	11.91	3788	12.13
686	11.08	1462	11.33	2238	10.95	3014	11.92	3790	12.14
688	11.08	1464	11.32	2240	10.96	3016	11.92	3792	12.14
690	11.08	1466	11.32	2242	10.96	3018	11.92	3794	12.14
692	11.08	1468	11.32	2244	10.97	3020	11.92	3796	12.15
694	11.07	1470	11.31	2246	10.99	3022	11.92	3798	12.15
696	11.06	1472	11.31	2248	10.99	3024	11.92	3800	12.16
698	11.05	1474	11.3	2250	10.99	3026	11.92	3802	12.16
700	11.04	1476	11.29	2252	10.99	3028	11.91	3804	12.17
702	11.03	1478	11.29	2254	11	3030	11.91	3806	12.17
704	11.02	1480	11.28	2256	11	3032	11.92	3808	12.17
706	11.01	1482	11.28	2258	11	3034	11.91	3810	12.15

708	11	1484	11.28	2260	11.01	3036	11.91	3812	12.14
710	10.99	1486	11.28	2262	11.01	3038	11.91	3814	12.13
712	10.99	1488	11.28	2264	11.02	3040	11.91	3816	12.12
714	10.98	1490	11.27	2266	11.02	3042	11.9	3818	12.11
716	10.99	1492	11.27	2268	11.02	3044	11.9	3820	12.1
718	10.98	1494	11.27	2270	11.04	3046	11.9	3822	12.09
720	10.98	1496	11.26	2272	11.05	3048	11.9	3824	12.09
722	10.98	1498	11.26	2274	11.05	3050	11.9	3826	12.09
724	10.98	1500	11.25	2276	11.06	3052	11.9	3828	12.08
726	10.98	1502	11.25	2278	11.06	3054	11.9	3830	12.07
728	10.98	1504	11.24	2280	11.05	3056	11.9	3832	12.07
730	10.99	1506	11.23	2282	11.04	3058	11.9	3834	12.06
732	10.99	1508	11.22	2284	11.03	3060	11.9	3836	12.05
734	11	1510	11.21	2286	11.03	3062	11.91	3838	12.03
736	11	1512	11.19	2288	11.02	3064	11.92	3840	12.03
738	11	1514	11.18	2290	11.03	3066	11.92	3842	12.02
740	11	1516	11.17	2292	11.03	3068	11.92	3844	12.01
742	11	1518	11.17	2294	11.04	3070	11.93	3846	12.02
744	11.01	1520	11.15	2296	11.05	3072	11.93	3848	12.01
746	11.02	1522	11.13	2298	11.06	3074	11.93	3850	12.01
748	11.02	1524	11.12	2300	11.07	3076	11.93	3852	12.01
750	11.02	1526	11.1	2302	11.09	3078	11.94	3854	12.01
752	11.02	1528	11.1	2304	11.1	3080	11.94	3856	12.02
754	11.02	1530	11.18	2306	11.1	3082	11.95	3858	12.02
756	11.02	1532	11.17	2308	11.11	3084	11.95	3860	12.01
758	11.01	1534	11.14	2310	11.12	3086	11.95	3862	12
760	11.01	1536	11.14	2312	11.14	3088	11.96	3864	12
762	11	1538	11.12	2314	11.14	3090	11.96	3866	11.98
764	11	1540	11	2316	11.15	3092	11.96	3868	11.97
766	11	1542	10.97	2318	11.16	3094	11.96	3870	11.97
768	11	1544	10.95	2320	11.16	3096	11.96	3872	11.96
770	11	1546	10.94	2322	11.16	3098	11.96	3874	11.96
772	11	1548	10.92	2324	11.15	3100	11.95	3876	11.96
774	10.99	1550	10.91	2326	11.15	3102	11.94	3878	11.96
								3880	11.95

\*The National Aeronautics and Space Administration (NASA) Report CR-119 identifies an elevation of 10.97 inches at 1620 feet. This is considered a typographical error and has been corrected in Table 1. The elevation is 10.87 inches.

TABLE 2

**SF28R SEVERE BUMP MODIFICATIONS  
PER ICAO ANNEX 14, SPECIFICATION 9.4.15**

Distance	Original Elevation (ft)	Modified Elevation (ft)
1530	11.18	11.10
1532	11.17	11.11
1534	11.14	11.11
1536	11.14	11.07
1538	11.12	11.04

/s/

DORENDA D. BAKER  
Acting Manager,  
Transport Airplane Directorate,  
Aircraft Certification Service, ANM-100