



**Universidad**  
Zaragoza

# Trabajo Fin de Grado

ENSEÑANZA DE LA SUMA Y LA RESTA EN  
EDUCACIÓN INFANTIL

TEACHING ADDITION AND SUBTRACTION IN  
INFANT EDUCATION

Autor

Verónica Gómez Ortega

Director

Rafael Escolano Vizcarra

FACULTAD DE EDUCACIÓN  
2017

## **RESUMEN**

En este trabajo abordamos la enseñanza de la suma y la resta en Educación Infantil como un proceso de doble vía. Partiendo de esto, hemos diseñado, desarrollado y evaluado una propuesta didáctica atendiendo a dos tipos de actividades: por un lado, la resolución de problemas aritméticos de suma y resta enmarcados en el cuento de “Los tres cerditos”; y por otro, los cálculos de hechos numéricos básicos. Para ello, hemos analizado la tipología de problemas que son capaces de resolver los niños de 4 años, así como las estrategias para la resolución de cada uno de ellos. Además, hemos caracterizado la enseñanza actual de dichas operaciones teniendo en cuenta el currículo de Educación Infantil, el libro de texto que siguen en el aula y la opinión de la maestra-tutora.

**Palabras clave:** suma, resta, resolución de problemas, hechos numéricos, cuento, Educación Infantil.

## **SUMMARY**

The aim of this paper is to present the teaching of addition and subtraction in Infant Education as a two-way process. According to this idea, we have designed, developed and evaluated a didactic proposal with two types of activities: on the one hand, the resolution of arithmetic problems of addition and subtraction framed in “The three little pigs” story; on the other hand, the resolution of basic calculations. To do this, we have analysed the different types of arithmetic problems four-year-old students are able to solve and also the strategies they usually use to do it. We have also taken into account the curriculum, the text book students use in their lessons and the teacher’s opinion to characterise the current teaching of the addition and the subtraction.

**Key words:** addition, subtraction, problem resolution, calculations, tale, Infant Education.

# ÍNDICE

<b>I. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
<b>II. MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>2</b>
2. LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS VERBALES.....	2
2.1. Tipos de problemas aritméticos que podemos plantear en Educación Infantil atendiendo a su estructura semántica.....	2
2.2. Análisis de los problemas aritméticos en función de la magnitud de los datos empleados en el problema.....	8
2.3. La resolución de problemas aritméticos a través de los cuentos.....	9
2.4. Evolución de los alumnos de Educación Infantil según la comprensión de los problemas aritméticos de suma y resta.....	10
3. ANÁLISIS DE LAS CARACTERÍSTICAS MÁS RELEVANTES DE LA ENSEÑANZA DE LA SUMA Y DE LA RESTA.....	12
3.1 Currículo de Educación Infantil.....	12
3.2 Editorial utilizada en el colegio.....	13
3.3. Entrevista a la maestra tutora del colegio.....	17
<b>III. MARCO EXPERIMENTAL.....</b>	<b>19</b>
4. DISEÑO DE LA PROPUESTA DE ENSEÑANZA.....	19
4.1. Contexto del aula.....	19
4.2. Objetivos, contenidos y criterios de evaluación.....	21
4.3. Metodología.....	23
4.4. Cronograma de la propuesta de enseñanza.....	25
4.5. Breve descripción de las sesiones de enseñanza.....	25
5. DESARROLLO DE LA PROPUESTA DE ENSEÑANZA.....	32
6. EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA DE ENSEÑANZA.....	62
6.1. Resultados de la resolución de problemas aritméticos.....	62
6.2. Resultados de la operaciones formales.....	63
6.3. Valoración de propuesta.....	64
<b>IV. CONCLUSIONES.....</b>	<b>66</b>
<b>V. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>70</b>
<b>VI. ANEXOS.....</b>	<b>73</b>

# I. INTRODUCCIÓN

Este trabajo se enmarca en el área de Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil, concretamente en la Resolución de Problemas aritméticos mediante la narración de un cuento.

Los niños desde edades tempranas son capaces de enfrentarse a una gran variedad de problemas utilizando numerosas estrategias informales para su resolución, las cuales se adaptan a las características de dicho problema. Estas estrategias irán evolucionando progresivamente, partiendo de aquellas en las que es necesaria la manipulación de los objetos y los dedos, hasta llegar a utilizar el conteo mental de los números y posteriormente, la memorización de los hechos numéricos básicos llegando a comprender la idea de suma o resta (Maza, 1991).

Los problemas planteados en Educación Infantil deben responder a los intereses de los niños y estar centrados en el contexto en el que ellos se desenvuelven. Además, la utilización de estrategias informales de resolución no debe suponer un obstáculo para la enseñanza, sino un punto de partida para el desarrollo posterior de estrategias más eficaces (Maza, 1991).

Por todo esto, como objetivos principales de este trabajo pretendemos:

- Estudiar los significados de la suma y de la resta a través de una tipología restringida de problemas aritméticos de una etapa, y el valor formativo del cuento en Educación Infantil.
- Caracterizar la enseñanza de la suma y de resta en las aulas de Educación Infantil a partir de tres fuentes documentales: el currículo oficial, la propuesta de enseñanza del libro de texto que siguen en el colegio donde se va a desarrollar la fase experimental de este trabajo, y una entrevista que realizaremos a la maestra-tutora del aula.
- Diseñar, desarrollar y evaluar una propuesta parcial de enseñanza para introducir los significados de la suma y resta de números naturales a partir de la resolución de problemas aritméticos cuyos enunciados tienen como hilo conductor el cuento de “Los tres cerditos”. De forma paralela, se introduce y evalúa la enseñanza de hechos numéricos muy básicos de la suma y de la resta.



## II. MARCO TEÓRICO

### 2. LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS VERBALES

Según Puig y Cerdán (1988), un problema aritmético verbal es aquel en el que el enunciado presenta datos o cantidades, así como las relaciones de tipo cuantitativo entre ellos; y además se pregunta por una o varias cantidades o por la relación entre ellas. Además, dichos autores plantean un modelo de resolución basado en la lectura y comprensión del problema, utilización de determinadas estrategias para su resolución, y finalmente la solución del mismo y su comprobación.

Los niños son capaces de resolver problemas aritméticos sencillos desde los tres años (Castro, Cañadas, y Castro-Rodríguez, 2013) y la resolución de los mismos antes de desarrollar las destrezas formales puede ayudarles a comprender las operaciones de suma y resta y otros conceptos matemáticos que se enseñarán posteriormente en Educación Primaria (Carpenter y Lehrer, 1999). En este caso, se espera que el planteamiento de los problemas aritméticos en Educación Infantil cree oportunidades a los niños para utilizar diferentes estrategias para dar significado a las operaciones aritméticas y justificar los cálculos aritméticos (Ramírez, 2015).

Seguidamente, haremos un análisis de los problemas aritméticos a trabajar en Educación Infantil teniendo en cuenta tres variables como son su estructura semántica, la magnitud de las cantidades implicadas en el problema, y la contextualización de los mismos.

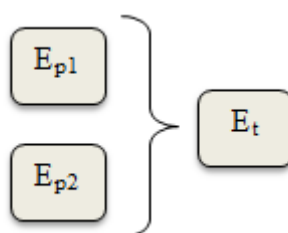
#### **2.1. Tipos de problemas aritméticos que podemos plantear en Educación Infantil atendiendo a su estructura semántica**

A continuación, presentaremos los diferentes tipos de problemas aritméticos de suma y resta que pueden ser planteados en las aulas de Educación Infantil, utilizando un criterio basado en los tipos de acciones y relaciones que se describen en el problema: añadir o quitar, reunir o separar, o emparejar. El tamaño de los números, así como el contexto, varía entre unos y otros, mientras que la estructura será la misma para todos los problemas del mismo tipo (Carpenter et al., 1999).

Atendiendo a este criterio podemos encontrar tres categorías de problemas (Cid et al., 2013):

Categoría I: Estado – Estado – Estado (EEE)

Hablaremos de estado cuando las cantidades no se transforman ni comparan con otras cantidades. Los problemas de Estado – Estado – Estado son aquellas situaciones en las que todas las cantidades son estados que se refieren a un todo (estado total –  $E_t$ ) y a las dos partes en las que este se descompone (estados parciales –  $E_{p1}$  y  $E_{p2}$ ). Este tipo de problemas se representan mediante el siguiente diagrama:

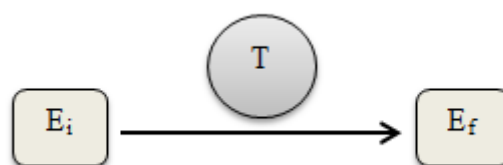


Algunos ejemplos en función de la posición en la que encontramos la incógnita son:

Posición de la incógnita	Ejemplo de problema
<i>Estado final (<math>E_f</math>)</i>	María tiene 5 caramelos de naranja y 3 de limón, ¿cuántos caramelos tiene en total?
<i>Estado parcial (<math>E_p</math>)</i>	Javier se ha comido 4 bocadillos, unos son de jamón y otros de queso. Si 1 era de jamón, ¿cuántos eran de queso?

Categoría II: Estado – Transformación – Estado (ETE)

Hablamos de transformación cuando la cantidad expresa una variación, tanto de aumento como de disminución, que sufre la cantidad inicial en un intervalo de tiempo. Los problemas de Estado – Transformación – Estado son aquellos en los que tenemos una cantidad inicial ( $E_i$ ) que se transforma en una cantidad final ( $E_f$ ). La cantidad T indica el aumento o la disminución de la cantidad inicial. Este tipo de problemas se representa con el siguiente diagrama:

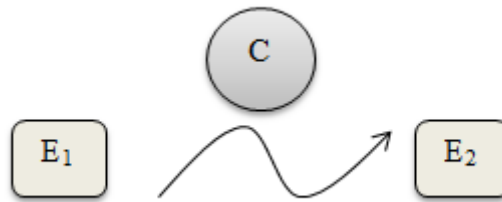


Incluimos a continuación algunos ejemplos de este tipo de problemas según la posición de la incógnita:

Posición de la incógnita	Ejemplo de problema
<i>Estado final (<math>E_f</math>)</i>	<i>Transformación creciente:</i> Carlos tenía 2 ositos de peluche y por su cumpleaños le regalaron 3 más, ¿cuántos ositos tiene ahora?
	<i>Transformación decreciente:</i> La mamá de Mónica tenía 8 vasos en el armario pero 3 se rompieron, ¿cuántos vasos le quedan ahora?
<i>Estado inicial (<math>E_i</math>)</i>	<i>Transformación creciente:</i> Teresa tenía pinturas de colores y su mamá le regaló 4. Si en total tiene 9 pinturas, ¿cuántas tenía Teresa a principio?
	<i>Transformación decreciente:</i> Pablo cocinó pasteles con su papá y después se comió 4. Si todavía quedan 3, ¿cuántos pasteles cocinaron?
<i>Transformación (<math>T</math>)</i>	<i>Transformación creciente:</i> En una clase había 6 niños. Si ahora hay 9, ¿cuántos han llegado nuevos?
	<i>Transformación decreciente:</i> En el armario de la cocina había 4 platos. Si ahora quedan 3, ¿cuántos se han roto?

### Categoría III: Estado – Comparación – Estado (ECE)

Hablamos de comparación cuando la cantidad indica la diferencia (mayor o menor que) existente entre dos cantidades que se están comparando entre sí. Los problemas de Estado – Comparación – Estado son aquellos en los que se comparan dos cantidades ( $E_1$  y  $E_2$ ) y la cantidad  $C$  indica la diferencia entre ambas. Estos problemas quedan representados con el diagrama:



Posición de la incógnita	Ejemplo de problema
<i>Estado comparado (E<sub>1</sub>)</i>	Andrea tiene 3 rotuladores. Su amiga Carla tiene 3 rotuladores <u>más que</u> Andrea. ¿Cuántos rotuladores tiene Carla? Rafael tiene 5 pelotas. Su amiga Carlota tiene 2 pelotas <u>menos que</u> Rafael. ¿Cuántas pelotas tiene Carlota?
<i>Estado de referencia (E<sub>2</sub>)</i>	La casa roja tiene 3 ventanas. Si la casa roja tiene 1 ventana <u>más que</u> la casa azul, ¿cuántas ventanas tiene la casa azul? Mi casa tiene 2 puertas. Si mi casa tiene 1 puerta <u>menos que</u> la tuya, ¿cuántas puertas tiene la tuya?
<i>Comparación (C)</i>	Sofía tiene 4 muñecas y Sara 2. ¿Cuántas muñecas tiene Sofía <u>más que</u> Sara? Martín tiene 8 pinturas y Sonia 5. ¿Cuántas pinturas tiene Sonia <u>menos que</u> Martín?

Como hemos indicado anteriormente, los niños comienzan utilizando estrategias informales para resolver los problemas aritméticos de suma y resta, y posteriormente irán evolucionando hasta utilizar otras más eficaces.

***Estrategias utilizadas por los alumnos de Educación Infantil para su resolución.***

Como ya hemos indicado anteriormente, el interés de este trabajo consiste en hacer un análisis de los distintos tipos de problemas aritméticos que pueden resolver los niños de Educación Infantil, por lo que resulta necesario analizar también las distintas estrategias de resolución que son utilizadas antes de desarrollar los procedimientos formales (Carpenter y Moser, 1984; Carpenter, Ansell, Franke, Fennema, y Weisbeck, 1993).

El primer tipo de estrategias utilizadas son las de modelización directa, que consisten en la representación de las cantidades del problema utilizando distintos materiales y la realización de las acciones que se reflejan en el enunciado del mismo. Estas estrategias van evolucionando hacia otras más eficaces como las estrategias de conteo, en las que los niños utilizan la secuencia de numerales; y por último, la utilización de los hechos numéricos (Fuson, 1992).

#### *Estrategias de modelización directa*

En relación a las estrategias de modelización directa en los problemas de suma, los niños utilizan objetos o dedos para representar cada uno de los sumandos del enunciado para después juntar ambos conjuntos y contar todos (juntar todos); o bien construyen la colección inicial y añaden objetos hasta obtener la colección que indica la cantidad de aumento, de modo que el número de elementos total de elementos es la respuesta.

Por otro lado, las estrategias de modelización directa más utilizadas en los problemas de resta consisten en representar la cantidad mayor indicada en el enunciado y posteriormente quitar tantos elementos como indique la cantidad menor (conteo de lo que queda); o bien representar los objetos indicados por la cantidad mayor y alineados con estos representar la cantidad menor, de modo que el número de objetos sin emparejar son la solución del problema (conteo de la diferencia).

#### *Estrategias de conteo*

Analizamos seguidamente algunas de las estrategias de conteo utilizadas en caso de problemas de suma ordenadas en progresión de las más fáciles a las más complejas:

- *Recitado del primer sumando y conteo del segundo sumando:* se recitan los números hasta llegar al primer sumando sin representar los objetos con materiales, y posteriormente se cuentan los objetos de la colección que representa al segundo sumando.
- *Recitado del sumando mayor y conteo del menor:* es similar a la anterior pero en este caso se recitan los números del sumando mayor y se cuentan los elementos que representan al menor.

- *Conteo a partir del sumando mayor*: el niño retiene en la memoria el número o sumando mayor y a partir de este número cuenta los objetos de la colección menor que ha representado previamente.

Dado que estas tres estrategias son variantes de una misma, las ejemplificamos a partir del siguiente problema: “Pablo tiene 3 coches grandes y 4 pequeños. ¿Cuántos coches tiene en total?”

En el caso de la primera estrategia de resolución, el alumno recita los números uno, dos y tres; y posteriormente coloca cuatro contadores y los señala contando cuatro, cinco, seis y siete. Si utiliza la segunda estrategia, el alumno construye una colección de tres objetos, después recita uno, dos, tres y cuatro, y señala un contador mientras dice cinco, seis y siete. Por último, en la última estrategia el niño cuenta los elementos de la colección pequeña, en este caso tres; partiendo del sumando mayor, en este caso cuatro; diciendo cinco, seis y siete.

En el caso de la resta, las estrategias no aparecen por orden progresivo, sino que pueden ser simultáneas y se eligen en función de la situación planteada en el problema y el tamaño de los números. Algunas de ellas son:

- *Conteo hacia atrás*: consiste en contar hacia atrás desde el minuendo tantas veces como indica el sustraendo, normalmente utilizando materiales o dedos. Esta técnica es apropiada en los mismos casos que la anterior, pero no suelen utilizarla debido a la dificultad del recuento hacia atrás. Un ejemplo de dicha estrategia sería para la resolución del problema: “Tenía 5 caramelos y me he comido 2. ¿Cuántos caramelos me quedan ahora?”. El alumno cuenta hacia atrás desde el cinco dos veces diciendo cuatro y tres. Y el último número que nombra es la solución.
- *Conteo progresivo desde el sustraendo hasta el minuendo*: consiste en contar desde el sustraendo al minuendo llevando la cuenta de las palabras que se dicen con una colección de elementos o con los dedos para contarlos posteriormente. Esta estrategia se utiliza en los problemas de Estado – Transformación – Estado con la incógnita en la transformación de aumento, y cuando el minuendo y el sustraendo son números próximos. Un ejemplo sería para la resolución del problema: “Tenía 6 juguetes y me han regalado algunos más. Si ahora tengo 8

¿cuántos me han regalado?”. El alumno cuenta desde seis hasta llegar a ocho y levanta un dedo a la vez que dice siete y ocho. Después cuenta los dos dedos que ha levantado y esa es la solución.

- *Conteo regresivo desde el minuendo al sustraendo*: consiste en contar de modo regresivo llevando la cuenta con una colección de objetos (generalmente dedos) de las palabras que se dicen. El alumno nombra el número anterior al minuendo, mientras que va marcando cada número nombrado con un objeto o dedo, y cuando nombra el sustraendo se para y cuenta los objetos o dedos marcados. Esta estrategia es adecuada cuando el minuendo y el sustraendo son números próximos. Por ejemplo, en el siguiente problema: “Tenías 7 juguetes y has regalado algunos. Si ahora tienes 4, ¿cuántos has regalado?” Se espera que el alumno nombre “seis” y levante el dedo pulgar, nombre “cinco” y levante el dedo índice, y cuando nombre “cuatro” levante el dedo corazón y se pare. Después contará los tres dedos que tiene levantados y esa será la solución.

Todas estas estrategias de modelización y conteo que hemos descrito aparecen de forma natural en los niños, de forma que si les planteamos situaciones significativas para ellos serán capaces de construirlas por sí mismos. Además, todas ellas se irán abandonando conforme los niños sean capaces de utilizar otras estrategias mentales o la memorización de los hechos numéricos, pero esto ocurrirá posteriormente cuando los niños se encuentren en Educación Primaria (Carpenter et al., 1999).

## **2.2. Análisis de los problemas aritméticos en función de la magnitud de los datos empleados en el problema**

Como hemos indicado anteriormente, los niños desde edades muy tempranas son capaces de resolver diferentes tipos de problemas aritméticos utilizando objetos que representan los datos del enunciado y las relaciones entre los mismos. A los 3 años de edad aproximadamente, los niños son capaces de resolver problemas sencillos con números pequeños, de uno a tres (Siegler y Robinson, 1982). Posteriormente, los niños de 4 y 5 años pueden solucionar problemas más complejos, con números más grandes y utilizando un gran número de estrategias. No obstante, la adicción les resulta más sencilla que la sustracción; aunque para ambas se requiere que los niños dominen el recuento (Hughes, 1981).

Además, los niños de 3 años utilizan estrategias de resolución ligadas estrictamente a la estructura del problema propuesta en el enunciado, mientras que los de 4 y 5 años recurren a otras basadas en el conteo verbal, prescindiendo en algunas ocasiones del material y el conteo con dedos. Estas últimas van apareciendo conforme los niños avanzan cognitivamente y son más eficaces que las primeras (Starkey y Gelman, 1982).

En relación a la adicción, los niños de 3 años tienen una idea de la misma, pero no es hasta los 4 años cuando son capaces de resolver problemas de este tipo con números algo más elevados, y hasta los 5,5 años con números más elevados; debido a que estos últimos ya han aprendido la secuencia numérica y desarrollado el principio de cardinalidad (Fuson, 1992).

Por último, cabe indicar que Castro, Cañada, y Castro- Rodríguez (2013) alertan que los alumnos de 4 y 5 años tienen dificultades para comprender la estructura semántica de los problemas de Estado – Transformación – Estado tanto de adición como de substracción, dado que tienden a dar como solución uno de los datos del problema siendo el mayor en el caso de problemas suma y el menor en el caso de problemas de resta.

### **2.3. La resolución de problemas aritméticos a través de los cuentos**

Los cuentos han sido creados por los hombres a lo largo de toda su historia con el fin de fomentar el desarrollo de la mente, la capacidad de entender y razonar, y la inteligencia y la memoria (Marín, 2007).

Además, el cuento en las aulas de Educación Infantil nos permite integrar las áreas y tópicos matemáticos que debemos trabajar por lo que su utilización tiene importantes ventajas: presentan diversas situaciones a través de un contexto claro y definido como es el cuento, nos permite hacer diversas conexiones entre los contenidos matemáticos, y además permite desarrollar la motivación y las competencias de los alumnos (Marín, 2007).

En relación al cuento y las matemáticas debemos destacar que tan importante es seleccionar el cuento con el que vamos a trabajar, como la metodología que vamos a seguir con el mismo. Esta última debe ser un proceso activo de aprendizaje basado en la comprensión, por lo que debemos tener en cuenta (Marín, 2003):



- *Aprendizaje en contexto*, ya que los elementos matemáticos deben aparecer explícitos en la narración del cuento con una razón, para que los niños vean la utilidad de las matemáticas.
- *Diálogo entre el narrador y los oyentes*, permitiendo el razonamiento, comprensión y comunicación sobre los elementos matemáticos que aparecen en el cuento.
- *Aprendizaje cooperativo y colaborativo* mediante actividades en pequeño y gran grupo.

Por último, podemos decir que el cuento es un recurso multifacético, y que en el ámbito de las matemáticas resulta ser una herramienta motivadora, innovadora, significativa, lúdica y creativa que podemos utilizar tanto los docentes como los padres para hacer comprender a los niños los conceptos matemáticos de nuestro día a día (Marín, 2013). Por este motivo, vamos a utilizar un cuento (ver anexo 1) para contextualizar el planteamiento de problemas aritméticos a los alumnos que van a participar en la fase experimental de este trabajo.

#### **2.4. Evolución de los alumnos de Educación Infantil según la comprensión de los problemas aritméticos de suma y resta**

En los apartados anteriores hemos realizado una clasificación de los problemas aditivos de una etapa atendiendo a tres factores: la estructura semántica del problema, el grado de contextualización del mismo, y el tamaño de los datos. Diversos estudios indican que los alumnos muestran un grado de comprensión muy diferente en función de estos tres en los enunciados de los problemas.

En efecto, con respecto al primero, la estructura semántica del problema, dependerá en gran medida de la situación planteada en el problema, de la posición de la incógnita, y del sentido de las transformaciones o comparaciones. Una progresión de menor a mayor dificultad sería:

Mayor dificultad - Menor dificultad

EEE con la incógnita en el estado total y ETE con la incógnita en el estado final.
ETE con la incógnita en la transformación y EEE con la incógnita en uno de los estados parciales.
ETE con la incógnita en el estado inicial, ECE con la incógnita en la comparación y ECE con la incógnita en el estado comparado.
ECE con la incógnita en el estado de referencia.

En relación al grado de contextualización del problema, los niños los resuelven con mayor éxito cuanto más contextualizados están los mismos. En progresión de menor a mayor dificultad encontramos:

Mayor dificultad - Menor dificultad

Situación referida a situaciones con materiales del aula y con el niño como actor.
Situación hipotética, familiar al niño, contextualizada y con materiales disponibles que el niño puede utilizar para su resolución mediante la representación simbólica.
Situación hipotética, familiar al niño, contextualizada pero sin materiales disponibles (dedos o palotes y posteriormente estrategias de recuento oral o escrito).
Situación hipotética contextualizada pero no familiar al niño.

Por último, en relación al tamaño de los números, a los niños les resulta más complejo resolver los problemas cuanto mayores son los números implicados en ellos.

### **3. ANÁLISIS DE LAS CARACTERÍSTICAS MÁS RELEVANTES DE LA ENSEÑANZA DE LA SUMA Y DE LA RESTA**

Seguidamente caracterizaremos la enseñanza habitual de la suma y la resta en las aulas de Educación Infantil a partir de tres fuentes de documentación que son: el currículo de Educación Infantil, la editorial utilizada en el colegio y las reflexiones que ha aportado la maestra-tutora del aula donde se ha llevado a cabo la parte experimental de este trabajo.

#### **3.1 Currículo de Educación Infantil**

En relación al currículo de Educación Infantil (BOA, 2008) los contenidos propios del área de matemáticas se encuentran en el área 2: conocimiento del entorno. Los objetivos a los que hace referencia la secuencia didáctica que planteamos son los siguientes:

- Representar atributos de elementos y colecciones, y establecer relaciones de agrupamientos, clasificación, orden y cuantificación, iniciándose en las habilidades matemáticas.

Además, en el bloque 1, medio físico: elementos, relaciones y medidas; destacamos los siguientes contenidos a trabajar:

- Estimación cuantitativa exacta de colecciones y uso de números cardinales referidos a cantidades manejables.
- Observación y toma de conciencia del valor funcional de los números y de su utilidad en la vida cotidiana.

Por último, en los criterios de evaluación hacemos referencia a “la capacidad desarrollada para resolver sencillos problemas matemáticos de su vida cotidiana” y a “la utilización funcional de los números cardinales en sus juegos y en situaciones propias de la vida cotidiana”.

Teniendo esto en cuenta y atendiendo al análisis que hace Chamorro (2011) del currículo de Educación Infantil podemos decir que el bloque numérico que plantea el mismo está muy por debajo de las posibilidades de los alumnos, ya que se centra en

adquirir y comprender conceptos formales de las matemáticas que nada tienen que ver con la manipulación y experimentación para desarrollar las habilidades lógico-matemáticas. Además, no tiene en cuenta aspectos como el cálculo, ni oral ni escrito, ni tampoco hace mucha referencia al planteamiento de problemas de la vida cotidiana para dar significado a la suma mediante acciones de agrupar o añadir, y a la resta mediante acciones de separar, quitar, completar o comparar.

Por otro lado, se analiza la escasa referencia al juego que se hace en la enseñanza de las matemáticas, centrándose en aspectos puramente formales y considerando que estos son incompatibles en el ámbito escolar (Chamorro, 2011).

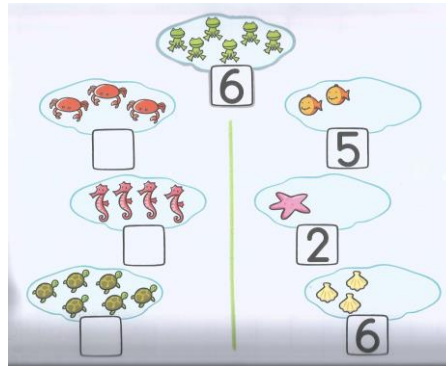
Finalmente, cabe destacar que el currículo de Educación Infantil es muy poco orientador para el docente y en algunas ocasiones puede ser confuso, ya que plantea contenidos muy poco específicos y es el maestro quien tiene que asumir la responsabilidad de fijar el rango de los números a trabajar, cómo introducirlos, qué tipo de materiales utilizar, qué situaciones didácticas se deben generar, etc. En estas condiciones, son las editoriales de libros de texto las que fijan el currículo que siguen los docentes en sus prácticas de enseñanza.

### **3.2 Editorial utilizada en el colegio**

Los alumnos de 4 años de La Salle Montemolín realizan actividades de lógico-matemáticas mediante la utilización de un libro de fichas de la editorial Oxford, que lleva como título “Matemáticas – cuaderno de números 2”. Durante los tres cursos de Educación Infantil, la editorial va introduciendo los números de forma progresiva, llegando hasta el número diez en el tercer curso de la etapa.

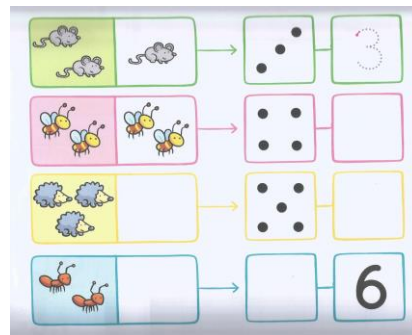
El libro de texto plantea únicamente 11 fichas (ver anexo 2) para trabajar la suma y la resta, y las denomina de tres modos: asociación de cantidad y grafía, composición intuitiva y composición.

De esas once fichas, a cuatro de ellas las denomina de “asociación de cantidad y grafía”. Este es el caso de la siguiente ficha:

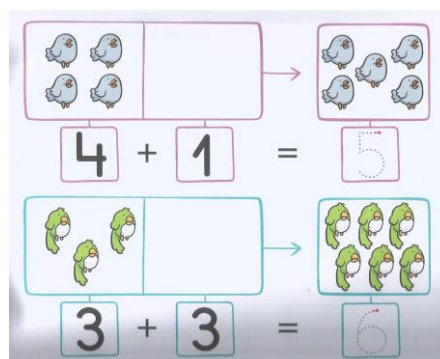


En la parte izquierda de la misma se proponen tres conteos que no guardan relación con ideas de suma o de resta. Y en la parte de la derecha plantea descomposiciones de los números para que, en el caso que ejemplificamos, los alumnos perciban el 5 como suma o composición de 2 y 3, el 2 como suma de 1 y 1, y el 6 como suma 3 y 3.

Por otro lado, de esas once fichas, a seis de ellas las denomina de “composición intuitiva”. Este es el caso de la siguiente ficha:



Y, por último presenta una ficha que denomina de composición y en la que introduce la representación de la suma:

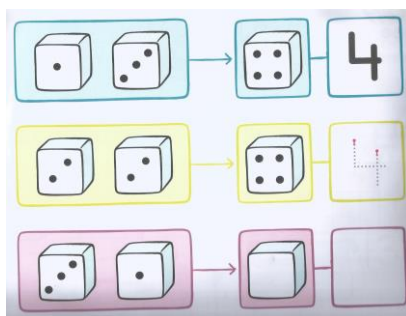


Aunque el texto introduce la notación de la suma en horizontal los alumnos no se ven enfrentados a resolver ningún problema porque lo único que tienen que hacer es la

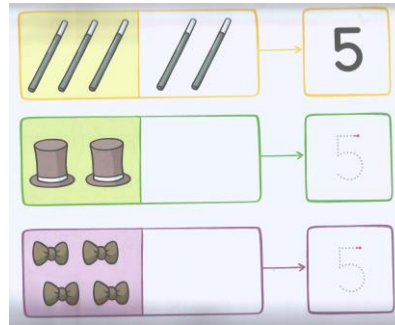
grafía de los números y realizar un conteo para dibujar una colección de cardinal dado. No hay una situación problemática que genere en los ideas de juntar, añadir o quitar.

Como hemos indicado, con respecto a las fichas de resolución de problemas, podemos decir que son escasas, que no son adecuadas para el objetivo de enseñanza y que no tienen en cuenta las clasificaciones de los problemas aritméticos aditivos de una etapa formulados desde la Didáctica de las Matemáticas, en concreto, ni la de Carpenter (1999), ni la de Vergnaud (2002) porque no hay formulación de problema alguno.

En efecto, todas actividades gráficas que propone el texto deben ser reformuladas por el docente para que los alumnos las entiendan y puedan llegar reformularse en términos de un problema. Este se ve obligado a convertir los gráficos en enunciados de problemas que, en muchas ocasiones, son de difícil comprensión. Por ejemplo, la siguiente ficha, con la que los alumnos los alumnos difícilmente podrán llegar por si solos a la conclusión de que si lanzan dos dados y en uno obtienen 3 puntos y el otro 1 punto, es como si hubieran sacado 4 puntos en una única tirada. Es decir, el código interpretativo es muy complejo y necesita de la explicación del docente. Además, en esta tarea el alumno no se enfrenta a una situación problemática que promueva ideas de añadir o de juntar como primer acercamiento a la idea de suma.



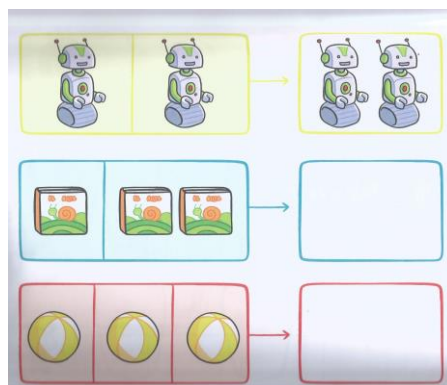
Por otro lado, nos llama la atención que el libro de texto se interese por tareas de composición o descomposición de cantidades de 2 a 6 objetos que son mucho más difíciles de gestionar que los problemas de añadir o juntar. Es más, constatamos con preocupación que no proponen problemas verbales de suma y de resta en la propuesta de enseñanza. A continuación, presentamos una de las actividades de descomposición de cantidades en la que, al parecer, el libro quiere enseñar las distintas formas de descomponer el número 5 como “ $3 + 2$ ”, “ $2 + 3$ ” y “ $4 + 1$ ”, sin embargo, esconde la notación de los hechos numéricos de suma.



La gestión del significado de la operación resta debe recaer exclusivamente sobre el docente. Por ejemplo, en el caso que nos ocupa el docente debería contextualizar la situación con una intervención del siguiente tipo:

“En una tienda que venden sombreros entran 5 clientes que quieren llevarse un sombrero cada uno. El vendedor se da cuenta que solo tiene 2 sombreros en la tienda, ¿cuántos sombreros deberá pedir al almacén para dar un sombrero a los 5 clientes?”.

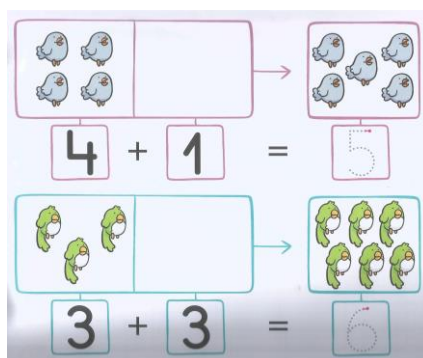
También, podemos decir que de las 11 tareas de resolución de problemas que presenta el texto (ver anexo 2), todas ellas son de descomposición de los números del 2 al 6, a excepción de la de los dados que hemos analizado anteriormente y la que presentamos a continuación:



Esta tarea es muy poco orientativa para el docente porque no se sabe si se trabaja la idea de añadir o la de juntar, e incomprensible para los alumnos porque no van a saber qué es lo que tienen que hacer sino reciben indicaciones del maestro.

Finalmente y como hemos indicado anteriormente, diremos que el texto no explicita los significados de la suma y de la resta asociados a las acciones de añadir, juntar, completar, quitar o comparar. El texto introduce de forma tardía el signo de la suma, de modo que tan solo en la última ficha introduce algunos hechos numéricos de la suma;

mientras que los de resta no aparecen en ninguna actividad representados como tal. La ficha en cuestión es la siguiente:



Como conclusión el libro de texto no trabaja los significados de suma y de resta asociados a las acciones de añadir, juntar, completar, quitar o comparar a partir de la formulación de problemas verbales contextualizados como recomiendan las investigaciones realizadas desde Didáctica de las Matemáticas. En lugar de atender estas consideraciones, el texto opta por presentar de modo gráfico descomposiciones de colecciones de cardinales entre 2 y 6 que el docente deberá gestionar en el aula si quiere que los alumnos adquieran la idea de completar una colección hasta obtener otra mayor.

### 3.3. Entrevista a la maestra tutora del colegio

A continuación, comentamos una entrevista que se ha realizado a la tutora del aula para recoger su opinión acerca de la enseñanza de resolución de problemas de suma y resta en las aulas de Educación Infantil, cuyas respuestas encontramos en los anexos (ver anexo 3).

En relación a la comprensión del significado de suma y de resta por parte de los alumnos de 4 años, la maestra considera que esto es posible trabajando mediante material manipulativo que permita a los alumnos “experimentar con sus propias manos para llegar a comprender lo que hacen”, lo cual suele ser diferente a lo que se realiza en el aula para enseñar matemáticas.

Por otra parte, con respecto al libro de texto, la maestra apoya la crítica que hemos realizado a este, ya que considera que “limita el pensamiento de los niños y les lleva a hacer acciones mecánicas que muchas veces ni terminan de comprender”. Además, explica que los docentes no cuentan con una guía por parte de la editorial en la que se explique el procedimiento a seguir así como los objetivos de cada una de las fichas; por



lo que el contenido de las mismas debe de administrarlo el docente. Por otro lado, tampoco se favorecen las acciones de juntar o añadir, en el caso de la suma; ni las de quitar, separar o comparar, en el caso de la resta.

Por último, hemos pedido a la docente que hiciera una valoración de las actividades de nuestra propuesta de enseñanza de la suma y la resta mediante la resolución de problemas y el cálculo de hechos numéricos básicos, así como las mejoras que se podrían haber realizado en la misma. Comentaremos sus aportaciones posteriormente.

### **III. MARCO EXPERIMENTAL**

#### **4. DISEÑO DE LA PROPUESTA DE ENSEÑANZA**

##### **4.1. Contexto del aula**

El colegio “La Salle Montemolín” está situado en el barrio de San José de Zaragoza. Es un colegio concertado y de carácter religioso. El alumnado que acude al centro es de clase media y generalmente de origen español, aunque en los últimos años ha aumentado el porcentaje de alumnos extranjeros. Además son hijos de familias poco numerosas, con uno o dos hijos generalmente y en este último caso, los dos hermanos acuden al centro.

El aula de segundo de infantil C está situada en la planta baja del edificio principal, y se puede acceder a ella con facilidad. Además cuenta con dos puertas; una de ellas para salir al patio, por lo que facilita las entradas y salidas de los alumnos al recreo, y la otra al pasillo, por la que los niños salen y entran para ir a otras aulas o al baño.

Dicha aula es luminosa puesto que cuenta con ventanas grandes a lo largo de una de las paredes que da al patio; y es amplia, ya que tiene numerosos espacios bien diferenciados. Ambas características hacen que los alumnos pueden trabajar con comodidad.

La clase está organizada por rincones que se encuentran distribuidos por toda la misma y se utilizan a diario. Entre ellos encontramos: el rincón de las construcciones, el de los puzles, el de disfraces y juego simbólico, el de pizarra, y el de biblioteca. Todos ellos se utilizan a modo de juego para los niños pero a la vez contribuyen a cumplir los objetivos propios de la etapa.

En el caso de las construcciones y los puzles, les ayudan a desarrollarse a nivel cognitivo. Por otro lado, la pizarra ayuda a los niños en la motricidad fina, ya que en plano vertical, casi todos ellos hacen bien la pinza pero esto no es así en plano horizontal al realizar las fichas. El rincón de la biblioteca cuenta con libros y cuentos diferentes que ayudan a los niños a iniciarse en el hábito lector y a desarrollar el placer de la lectura. Y por último, el de juego simbólico y disfraces contribuye a desarrollar el

juego simbólico propio de la edad y les ayuda a estimular su creatividad. Este último, también tiene un espejo donde los niños pueden reconocer su propia imagen.

Todos los rincones quedan reflejados en una tabla de doble entrada donde los niños pueden ver fácilmente qué rincón les toca trabajar en cada momento, y estos se van alternando. Además, en esta misma tabla queda reflejado el rol o responsabilidad (encargado de libros, de pinturas, de las sillas, observador, de recoger la mesa y los papeles) que tiene cada uno de ellos, favoreciendo así el inicio en el trabajo cooperativo.

También disponen de una amplia estantería donde los niños guardan los libros y el material de clase. Cuenta con distintos estantes señalados con gomets de colores según el color de su mesa y con distintos dibujos para que sea más fácil de identificar por los niños y desarrollen así su autonomía a la hora de guardar y ordenar los libros.

El aula también contiene una amplia corchera donde la maestra coloca los trabajos de los niños en algunas ocasiones; y un calendario que se trabaja cada mañana en la que se incluyen los días de la semana, los números, el tiempo que hace y la estación del año, tanto en inglés como en español.

Entre los recursos tecnológicos que dispone el aula destacamos el ordenador, proyector y pizarra digital que se utilizan a diario.

Otros espacios de los que dispone son las colchonetas para asamblea en la que todos los niños pueden sentarse, la mesa para colocar los vasos de cada niño, la cesta para guardar las bolsas de los almuerzos, y otras dos estanterías para materiales diversos (pinturas, rotuladores, ensartables, etc.).

Por último, en el centro del aula están situadas cinco mesas de trabajo (amarilla, azul, roja, verde y naranja) en las que cada niño tiene un sitio fijo pero estos se van cambiando a lo largo del trimestre para favorecer la socialización entre todos los niños. En cada una de ellas se sientan cinco niños y todo ello queda reflejado en unos carteles del color de la mesa en las que aparecen las fotografías de los niños que se sientan en esa mesa. La maestra también cuenta con una mesa, un armario y una estantería donde guarda diversos materiales.

## 4.2. Objetivos, contenidos y criterios de evaluación

Dado que como hemos indicado, esta propuesta de enseñanza va a desarrollarse en un aula de 4 años, los principales objetivos que intentamos conseguir con ella son:

- Participar y mostrar interés en situaciones contextualizadas en un cuento que den sentido a la suma y la resta, y en las que intervenga la manipulación de objetos.
- Resolver problemas de EEE, ETE y ECE mediante la utilización de estrategias de modelización directa o conteo.
- Justificar los hechos numéricos sencillos de la suma y de la resta mediante la manipulación de las regletas de Herbinière – Lebert para preparar a los alumnos para la memorización de los hechos numéricos.

En relación a este último, no se pretende que los alumnos memoricen los hechos numéricos en este nivel educativo. Nos conformamos con que aparezca la sentencia numérica en horizontal de la suma y de la resta y que los alumnos sean capaces calcular hechos numéricos sencillos a partir de las ideas de añadir o de quitar. Se trata de sentar las bases para una primera conexión entre las sentencias numéricas de la suma y de la resta, y de las acciones que han trabajado los alumnos mediante la vía de la resolución de problemas.

Para alcanzar estos objetivos es necesario crear una propuesta contextualizada en la que será la mascota del aula (Ulises) quien envía una carta a los alumnos pidiéndoles ayuda para resolver los problemas que aparecerán en el cuento de “Los tres cerditos”. Trabajando de este modo los niños tienen un objetivo y una razón claros por la que deben hacerlo.

Además, en la resolución podrá utilizarse material manipulativo facilitando la tarea a los alumnos y posteriormente estos deberán ponerse de acuerdo en la respuesta para poder contestar a Ulises mediante un dibujo que represente la situación. En este momento entra en juego la comunicación, lo cual enriquecerá la situación matemática y dará importancia a la escritura de cantidades en el caso de que los alumnos procedan a escribir la grafía del número para indicar el resultado.

Por otro lado, los contenidos que se trabajan en esta propuesta están adaptados al desarrollo evolutivo y a las necesidades de los niños de 4 años. Todos los problemas se

presentarán ordenados de menor a mayor dificultad con la intención de que los niños sean capaces de resolver situaciones cada vez más complejas. Además, no será hasta la mitad de la propuesta cuando se empiecen a introducir los hechos numéricos descontextualizados, y en estos casos se resolverán mediante las regletas de Herbinière-Lebert a modo de juego. Dichos contenidos son:

- Problemas de EEE con la incógnita en el Estado final (suma).
- Problemas de ETE con la incógnita en el Estado final (suma).
- Problemas de ETE con la incógnita en el Estado final (resta).
- Problemas de ERE con la incógnita en el Estado final (estructura multiplicativa).
- Problemas de EEE con la incógnita en un Estado parcial (resta).
- Problemas de ETE con la incógnita en el Estado inicial (suma).
- Problemas de ECE con la incógnita en la Comparación (resta).
- Hechos numéricos de suma y resta con números de 1 al 6.

Por último, en relación a la evaluación recogeremos los datos para ver qué estrategias utilizan los niños en la resolución de cada tipo de problema y buscaremos que vayan evolucionando desde las estrategias de manipulación directa hacia otras más eficaces. Incluimos a continuación una rúbrica tipo con la que recogeremos los datos de cada sesión que serán explicadas posteriormente:

Alumno	Estrategia utilizada	Descripción del procedimiento que ha realizado	Comentarios (utiliza material, necesita ayuda, etc.)
Solución que da del problema			

Además, detallamos las estrategias que esperamos que aparezcan en las distintas sesiones atendiendo a los hechos numéricos planteados. Por un lado, en los problemas de suma esperamos que los alumnos utilicen:

- Recuento de todos: utilizando elementos materiales (tapones, dedos, etc.) que junta o añade y vuelve a contarlos.
- Recitado del primer sumando y conteo del segundo sumando.
- Recitado del sumando mayor y conteo del menor.

- Conteo a partir del sumando mayor.
- Representación mental del problema y resolución del mismo sin material y explicación de cómo lo ha realizado.

Por otro, en los de resta se espera que aparezcan las siguientes estrategias de resolución:

- Conteo de la diferencia.
- Conteo de lo que queda.
- Conteo hacia atrás.
- Conteo progresivo desde el sustraendo hasta el minuendo.
- Conteo regresivo desde el minuendo al sustraendo.
- Representación mental del problema y resolución del mismo sin material y explicación posterior de cómo lo ha realizado.

### **4.3. Metodología**

En relación a la metodología, proponemos trabajar en una doble vía. En primer lugar, la vía de las situaciones didácticas aditivo-concretas o de resolución de problemas, que consiste en proponer distintas situaciones aditivas que den sentido a la suma y la resta al mismo tiempo. Posteriormente, comenzaremos con la vía de las situaciones didácticas aditivo-formales, en la que se propone el cálculo de sumas y restas formales para que los niños vayan desarrollando técnicas de resolución más evolucionadas.

La primera vía, situaciones didácticas aditivo-concretas, es necesaria para dar sentido o significado a las operaciones, que viene asociado a las situaciones que resuelve, y también para justificar los resultados de la tabla de sumar y las técnicas de cálculo. La segunda vía, situaciones didácticas aditivo-formales, es necesaria para consolidar la memorización de las tablas y la ejecución de las técnicas orales.

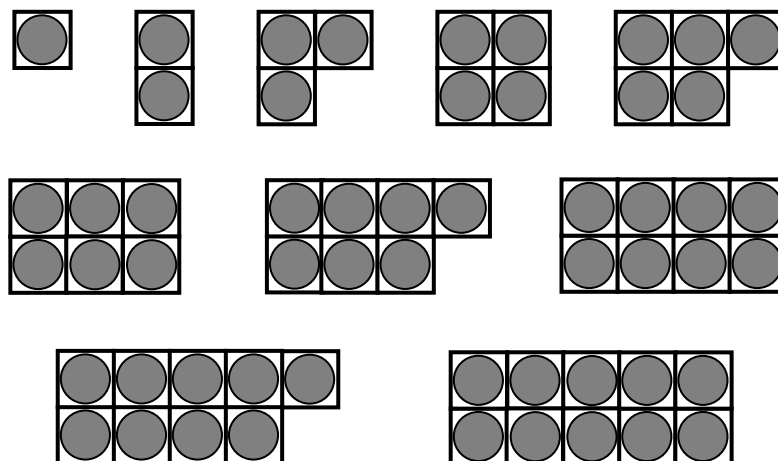
En el primer caso, y teniendo en cuenta la metodología planteada por De Castro (2009), se plantearán una serie de situaciones en la que los niños tengan que resolver un problema aritmético de suma o resta de forma autónoma, creando sus propias estrategias y recurriendo al principio a técnicas de modelización directa y conteo. Además, serán situaciones comunicativas en las que la mascota del aula envíe una carta a los niños pidiéndoles ayuda para resolver los problemas de un cuento, en este caso “Los tres

cerditos”; y a la que los niños tendrán que responder. De esta forma, se fomenta el trabajo matemático que tienen que realizar los niños, así como la representación escrita de los distintos problemas.

Como hemos indicado anteriormente, los problemas planteados estarán relacionados con los intereses de los niños, y serán adecuados para su edad y desarrollo evolutivo, partiendo de aquellos que por su estructura son más sencillos, para ir progresando hacia otros más complejos (De Castro, 2007). Además, se procederá a su resolución mediante la modelización directa utilizando diversos objetos o incluso los dedos, para realizar finalmente una resolución mediante la representación escrita en un dibujo del problema planteado.

Por otro lado y de forma paralela proponemos trabajar la vía de las operaciones formales para facilitar que los alumnos evolucionen hacia estrategias más rápidas que las del conteo. Para ello, se debe trabajar con distintos materiales estructurados (dedos de la mano, regletas de Herbinière-Lebert, etc.) que permitan obviar los conteos y proporcionen la memorización de hechos numéricos muy sencillos, a partir del reconocimiento de diferentes configuraciones numéricas; aunque como ya hemos indicado, no es objetivo de la propuesta de enseñanza que los alumnos memoricen dichos hechos numéricos.

Las regletas de Herbinière-Lebert es un material didáctico estructurado que permite visualizar de modo inmediato las cantidades pares e impares mediante cuadros dispuestos en dos filas, y componer cantidades numéricas a partir de otras más elementales. Las regletas representan cantidades desde uno a diez círculos:



#### 4.4. Cronograma de la propuesta de enseñanza

A continuación detallamos las sesiones de resolución de problemas así como las distintas actividades que se van a realizar en el aula de segundo de Educación Infantil del colegio La Salle Montemolín de Zaragoza:

Sesión	Procedimiento	Fecha
Primera sesión	Cuentacuentos y problema 1	1 de marzo de 2017
Segunda sesión	Problema 2	8 de marzo de 2017
Tercera sesión	Problema 3	14 de marzo de 2017
Cuarta sesión	Segunda carta y ficha 1	21 de marzo de 2017
Quinta sesión	Problema 4	4 de abril de 2017
Sexta sesión	Problema 5	18 de abril de 2017
Séptima sesión	Problema 6	25 de abril de 2017
Octava sesión	Problema 7	2 de mayo de 2017
Novena sesión	Fichas 2 y 3	9 de mayo de 2017
Décima sesión	Fichas 4 y 5	16 de mayo de 2017

#### 4.5. Breve descripción de las sesiones de enseñanza

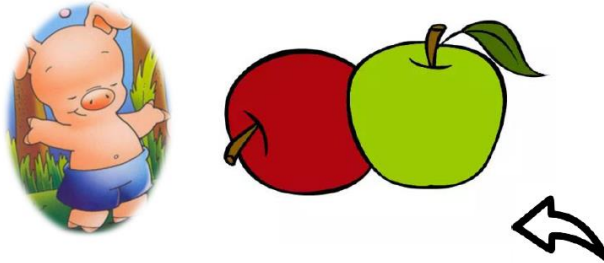
*Primera sesión: cuentacuentos de “Los tres cerditos” y resolución del problema 1.*

Los alumnos en asamblea reciben una carta de Ulises (ver anexo 4), la mascota del aula, en la que les explica que ha comprado un cuento nuevo pero necesita ayuda para entenderlo, puesto que tiene algunos problemas que no sabe resolver. A continuación, se lee en gran grupo el cuento de “Los tres cerditos” (ver anexo 1) y se les explica a los niños que cada día iremos resolviendo un problema para poderle ayudar.

Posteriormente se presenta el primer problema de EEE con la incógnita en E final (suma): “si el cerdito pequeño se comió 3 manzanas verdes y 2 rojas ¿cuántas manzanas se comió en total?”.



SI EL CERDITO PEQUEÑO SE  
COMIÓ 3 MANZANAS VERDES Y 2  
ROJAS ¿CUÁNTAS MANZANAS SE  
COMIÓ EN TOTAL?



Los niños lo resuelven en pequeños grupos de cinco mediante material manipulativo, dibujos, dedos, etc. y después lo representan entre todos los del grupo en un dibujo para enviárselo a la mascota. Finalmente, se reúne a todos los niños en asamblea para ponernos de acuerdo en el resultado del problema comentando las estrategias que han utilizado para resolverlo y se reúnen todos los dibujos de los cinco grupos para ayudar a Ulises.

Segunda sesión: resolución del problema 2.

En esta sesión recordamos el fragmento del cuento en el que aparece el segundo problema de ETE con la incógnita en el E final (suma) y lo presentamos: “el cerdito mediano había colocado 4 plantas pero el cerdito pequeño puso 1 más ¿cuántas plantas hay ahora en la casa?”.

EL CERDITO MEDIANO HABÍA  
COLOCADO 4 PLANTAS PERO EL  
CERDITO PEQUEÑO PUSO 1 MÁS  
¿CUÁNTAS PLANTAS HAY AHORA  
EN LA CASA?



Los niños lo resuelven en pequeños grupos de cinco mediante la utilización de material manipulativo, dedos, dibujos, etc. y posteriormente realizan el dibujo para la

mascota. Finalmente, se comenta en asamblea para explicar cómo lo han resuelto así como el resultado del mismo, y se reúnen todos los dibujos para Ulises.

Tercera sesión: resolución del problema 3.

Presentamos el tercer problema de ETE con la incógnita en E final (resta): “el cerdito mayor había colocado 5 ladrillos y 3 de ellos se cayeron al suelo ¿cuántos ladrillos quedan ahora?” y a su vez recordamos el fragmento del cuento en el que se enmarca.

EL CERDITO MAYOR HABÍA  
COLOCADO 5 LADRILLOS Y 3 DE  
ELLOS SE CAYERON AL SUELO  
¿CUÁNTOS LADRILLOS QUEDAN  
AHORA?



Del mismo modo que en las sesiones anteriores, los niños lo resuelven en grupos de cinco con material manipulativo, dedos, dibujos, etc. y realizan el dibujo para la mascota. A continuación, se comenta en asamblea el resultado y las estrategias utilizadas, y se reúnen los dibujos para Ulises.

Cuarta sesión: segunda carta y resolución de la primera ficha.

Los alumnos reciben una nueva carta (ver anexo 4) que se presenta en asamblea. En esta, Ulises les felicita por lo bien que están resolviendo los problemas hasta el momento y además les propone una nueva tarea que consiste en la realización de hechos numéricos (sumas y restas) con regletas de Herbinière-Lebert.

Para finalizar esta sesión, los niños de forma individual pero trabajando en los mismos grupos pequeños resuelven los cálculos de la ficha 1 con la ayuda de las regletas, que se recogerán para enviárselas a Ulises junto con los dibujos de representación de los problemas.

NOMBRE _____	Ficha 1
$1 + 1 =$ <input type="text"/>	
$2 + 1 =$ <input type="text"/>	$1 + 2 =$ <input type="text"/>
$3 + 1 =$ <input type="text"/>	$1 + 3 =$ <input type="text"/>

Quinta sesión: resolución del problema 4.

En esta sesión se presenta el cuarto problema de ERE con la incógnita en estado final (suma reiterada): “si cada casa tenía 2 ventanas ¿cuántas ventanas había entre todas las casas?”.

SI CADA CASA TENÍA 2  
VENTANAS ¿CUÁNTAS VENTANAS  
HABÍA ENTRE TODAS LAS CASAS?



Los niños lo resuelven en grupos de cinco con material manipulativo, dedos, etc. y realizan el dibujo para representarlo. Posteriormente, se realiza la asamblea y se recogen todos los dibujos.

Sexta sesión: resolución del problema 5.

En esta sesión se recuerda el fragmento del cuento en el que está enmarcado el quinto problema de EEE con la incógnita en E final (resta) y se presenta: “el lobo había apagado 4 velas pero todavía quedó 1 encendida ¿cuántas velas había encendido el cerdito al principio?”.

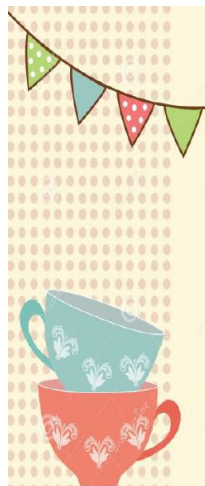
EL LOBO HABÍA APAGADO 4  
VELAS PERO TODAVÍA QUEDÓ 1  
ENCENDIDA ¿CUÁNTAS VELAS  
HABÍA ENCENDIDO EL CERDITO  
AL PRINCIPIO?



A continuación los alumnos lo resuelven y realizan el dibujo siguiendo el mismo procedimiento que en las sesiones anteriores. Finalmente, se comenta el resultado del problema y las estrategias utilizadas en asamblea.

Séptima sesión: resolución del problema 6.

Se presenta el sexto problema de ETE con la incógnita en E inicial: “el cerdito mediano tenía 6 tazas, unas azules y otras rojas. Si 4 eran azules ¿cuántas eran rojas?”, al mismo tiempo que se recuerda el fragmento del cuento en el que aparecía.



EL CERDITO MEDIANO  
TENIA 6 TAZAS, UNAS  
AZULES Y OTRAS ROJAS.  
SI 4 ERAN AZULES  
¿CUÁNTAS ERAN ROJAS?

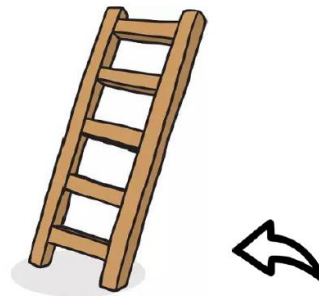


Seguidamente los niños lo resuelven siguiendo el mismo procedimiento que en las sesiones anteriores, y realizan el dibujo pero esta vez, dado que ya han trabajado los hecho numéricos con las regletas, se les pregunta si saben cuál es el hecho numérico que han utilizado para resolverlo.

Octava sesión: resolución del problema 7.

En esta sesión, se presenta el séptimo problema: “la primera vez el lobo subió 2 peldaños y la segunda vez 5 ¿cuántos peldaños subió más la segunda vez que la primera?” y se recuerda el fragmento del cuento en el que aparece.

LA PRIMERA VEZ EL LOBO SUBIÓ  
2 PELDAÑOS Y LA SEGUNDA VEZ 5  
¿CUÁNTOS PELDAÑOS SUBIÓ MÁS  
LA SEGUNDA VEZ QUE LA  
PRIMERA?



A continuación se procede a la resolución del mismo en grupos de cinco y siguiendo el mismo procedimiento que en las anteriores sesiones. Cuando los niños realizan el dibujo se les pregunta por el hecho numérico que lo representa, del mismo modo que en la sexta sesión.

Novena sesión: resolución de la segunda y tercera ficha.

Los niños de forma individual y en gran grupo resuelven los cálculos de las fichas 2 y 3 con la ayuda de las regletas. Al finalizar, se recogerán todas las fichas para enviárselas a Ulises junto con los dibujos de representación de los problemas.

NOMBRE \_\_\_\_\_ Ficha 2

$2 + 2 =$ <input type="text"/>	
$3 + 2 =$ <input type="text"/>	$2 + 3 =$ <input type="text"/>
$4 + 1 =$ <input type="text"/>	$1 + 4 =$ <input type="text"/>

NOMBRE \_\_\_\_\_ Ficha 3

$3 + 3 =$ <input type="text"/>	
$4 + 2 =$ <input type="text"/>	$2 + 4 =$ <input type="text"/>
$5 + 1 =$ <input type="text"/>	$1 + 5 =$ <input type="text"/>

Decima sesión: resolución de la cuarta y quinta ficha, y envío de la carta.

Los niños de forma individual en gran grupo resuelven los cálculos de las fichas 4 y 5 con la ayuda de las regletas.

Finalmente, se reúnen los dibujos y fichas realizadas a lo largo de todas las sesiones y se mandan a modo de carta a Ulises para que de este modo sea capaz de entender el cuento y de jugar con las regletas.

NOMBRE _____		Ficha 4			
$2 + 1 =$	<input type="text"/>	$3 - 1 =$	<input type="text"/>	$3 - 2 =$	<input type="text"/>
$3 + 1 =$	<input type="text"/>	$4 - 1 =$	<input type="text"/>	$4 - 3 =$	<input type="text"/>

NOMBRE _____		Ficha 5			
$4 + 1 =$	<input type="text"/>	$5 - 1 =$	<input type="text"/>	$5 - 4 =$	<input type="text"/>
$3 + 2 =$	<input type="text"/>	$5 - 2 =$	<input type="text"/>	$5 - 3 =$	<input type="text"/>

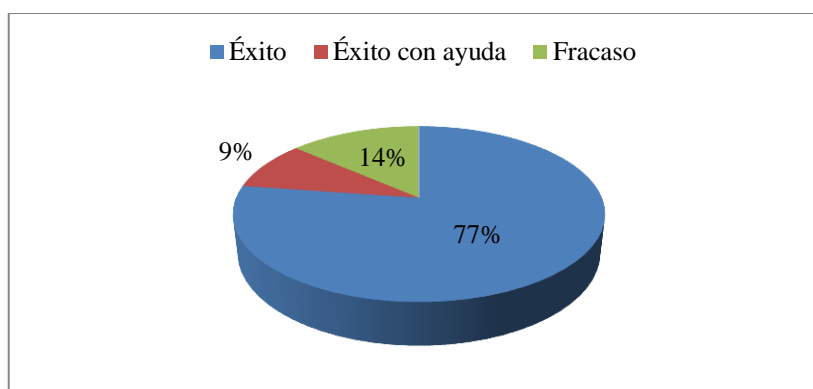
## 5. DESARROLLO DE LA PROPUESTA DE ENSEÑANZA

Procedemos a comentar el desarrollo de las sesiones llevadas a cabo a lo largo de la propuesta de enseñanza.

### *Primera sesión*

La primera sesión ha sido realizada el día 1 de marzo de 2017. Los niños han recibido la carta de Ulises y han leído el cuento en asamblea. Posteriormente, han procedido a resolver en rincones de 5 niños el siguiente problema: “si el cerdito pequeño se comió 3 manzanas verdes y 2 rojas ¿cuántas manzanas se comió en total?”, obteniendo los siguientes resultados:

Nº alumnos que ha realizado el problema	22	Éxito	17
		Éxito con ayuda	2
		Fracaso	3
Nº de alumnos ausentes	3		

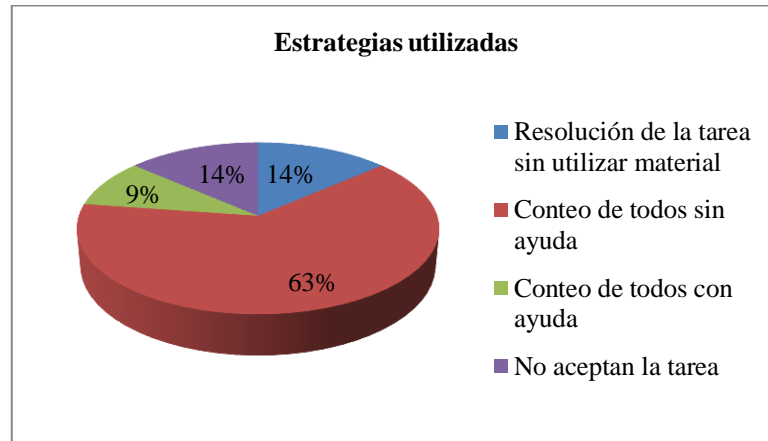


Como podemos observar, 17 de los 22 alumnos que resolvieron el problema consiguieron hacerlo con éxito, y 2 alumnos lo resolvieron con ayuda; frente a solo 3 que no consiguió hallar la solución correcta.

A continuación, analizamos las estrategias que se utilizaron para su resolución (ver anexo 5) y que quedan recogidas en la siguiente tabla:

Estrategias utilizadas	Nº de alumnos
Resolución de la tarea sin utilizar material	3
Conteo de todos sin ayuda	14

Conteo de todos con ayuda	2
No aceptan la tarea	3



Observamos que 14 de los 22 alumnos que resolvieron el problema utilizaron la estrategia de recuento de todos. Estos colocaban tres tapones de un color simulando las manzanas verdes, añadían dos tapones de otro color simulando las manzanas rojas, y posteriormente procedían al conteo de todos los tapones (ver anexo 6). Vemos una imagen de ello:



Además, 3 de los 22 alumnos resolvieron la tarea sin utilizar material. Estos afirmaban haberlo “pensado en su cabeza” y explicaban que pensaban en tres manzanas verdes y dos manzanas rojas, y procedían al conteo mental de todas ellas. Por otro lado, 2 de los 22 alumnos resuelven la tarea con éxito y utilizando tapones, aunque tenemos dudas de si comprendían bien el enunciado del problema ya que todos ellos presentaban dudas entre los conjuntos parciales y el conjunto total, dando como primer resultado uno de los datos del problema. Finalmente, encontramos a 3 de los 22 alumnos que no



aceptaron la tarea. Al parecer estos alumnos no comprendían el problema, por eso cogían tapones y únicamente jugaban con ellos.

Al acabar la sesión, los alumnos de cada equipo han realizado un dibujo explicándole a Ulises cómo lo habían resuelto. El equipo naranja (ver anexo 7) dibujó dos manzanas rojas y tres verdes, y representó el conjunto de las mismas mediante la grafía del número 5. Dicha representación podemos verla a continuación:



Los alumnos de la mesa roja (ver anexo 7) dibujaron dos manzanas rojas y escribieron el número 2, y del mismo modo con las tres manzanas verdes y escribieron el número 3. Finalmente escribieron el número 5 que hace referencia al conjunto total.

El equipo azul (ver anexo 7) dibujó tres manzanas verdes y dos manzanas rojas, después volvió a dibujar todas las manzanas utilizando un mismo color y finalmente escribió la grafía del número 5 haciendo referencia al total de todas ellas. El equipo de la mesa amarilla (ver anexo 7) escribió el número 5 y una flecha indicando las dos manzanas rojas y las tres manzanas verdes, y volvió a escribir el número 5 representando el total. Por último, el equipo verde (ver anexo 7) dibujó dos manzanas rojas y tres verdes, y escribió el número 5 para representar el total. Además, incluyen una representación del problema indicando que se han sumado manzanas en la que aparecen los signos “más” e “igual”.

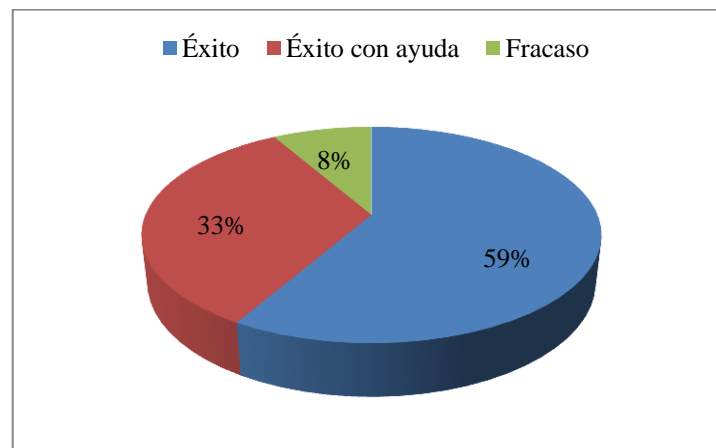
Para finalizar el análisis de esta sesión podemos concluir diciendo que a pesar de que los datos del problema no eran excesivamente altos y la estructura presentada en el enunciado era sencilla, la mayoría de los alumnos que consiguieron resolverlo con éxito necesitaron utilizar contadores como los tapones. Esto parece ser así puesto que al ser la primera situación didáctica planteada, los alumnos todavía no estaban familiarizados con el método ni tampoco con otras estrategias que no sean la de utilizar material

manipulativo. Tan sólo tres alumnos resuelven con éxito el problema sin utilizar ningún material ni los dedos, es decir, haciendo un cálculo mental.

### *Segunda sesión*

La segunda sesión ha sido llevada a cabo el día 8 de marzo de 2017. Los niños han recordado el cuento y han resuelto el siguiente problema: “el cerdito mediano había colocado 4 plantas pero el cerdito pequeño puso 1 más ¿cuántas plantas hay ahora en la casa?”. A continuación presentamos los resultados obtenidos en el mismo:

Nº alumnos que ha realizado el problema	24	Éxito	14
		Éxito con ayuda	8
		Fracaso	2
Nº de alumnos ausentes	1		

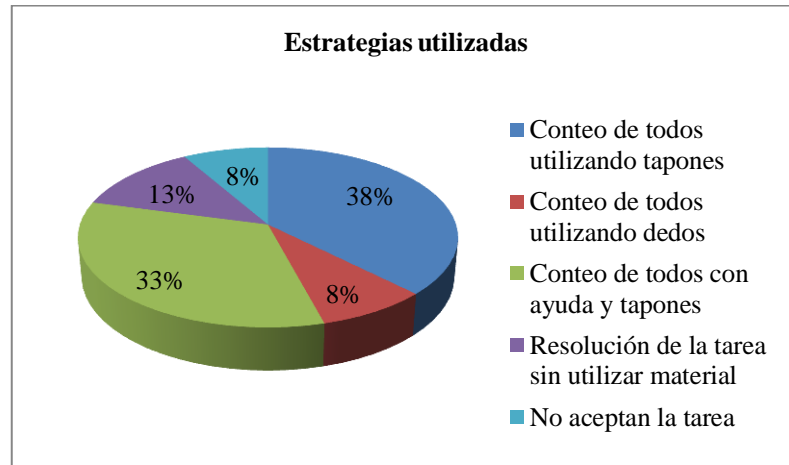


Como queda representado en la tabla y gráfico superiores, podemos observar que de los 24 alumnos que resolvieron el problema, 14 lo hicieron con éxito, 8 lo hicieron con ayuda; mientras que solo 2 de ellos no consiguieron hallar la solución correcta.

A continuación procedemos al análisis de las estrategias que han sido utilizadas para la resolución del problema (ver anexo 8):

Estrategias utilizadas	Nº de alumnos
Conteo de todos utilizando tapones	9
Conteo de todos utilizando dedos	2
Conteo de todos con ayuda y tapones	8

Resolución de la tarea sin utilizar material	3
No aceptan la tarea	2



Por un lado, 9 alumnos utilizaron la estrategia de conteo de todos con tapones, colocando primero 4 y añadiendo uno más (ver anexo 9). Por otro lado, 8 de los 24 alumnos utilizaron también esta estrategia pero de forma dirigida con preguntas como ¿cuántos tapones tendrás que poner al principio?, ¿tienes que añadir o quitar?, ¿cuántos tienes que añadir?, etc. y utilizando tapones, ya que presentaban dudas en la comprensión de la tarea pero de este modo consiguieron resolverlo con éxito; y 2 de los 24 alumnos realizaron esta estrategia con dedos, como vemos seguidamente:



Además, 3 de los 24 alumnos fueron capaces de hallar la solución correcta sin utilizar material, mientras que 2 no aceptaron la tarea y únicamente jugaban o contaban todos los números. Cabe destacar que estos alumnos son los mismos que los que no aceptan resolver el problema 1.

Finalmente, los alumnos representaron el problema en un dibujo que realizaron por equipos. El equipo naranja (ver anexo 10) ha dibujado cuatro plantas de un color y ha

añadido otra más con otro. Posteriormente ha contado todas y ha escrito el número 5 así como la palabra “plantas”. La mesa roja (ver anexo 10) ha escrito el número 5 y ha dibujado cuatro plantas iguales y otra diferente. Los alumnos del equipo azul (ver anexo 10) han escrito el número 5 así como cuatro plantas de un color y una de otro. El equipo amarillo (ver anexo 10) ha escrito el número 5 y ha dibujado cinco flechas indicando las cinco plantas totales. Finalmente, el equipo de la mesa verde (ver anexo 10) ha dibujado cinco plantas, ha escrito el número 5 y han escrito una representación del problema indicando que se ha hecho una suma en la que se incluyen los signos “más” e “igual”. Dicha representación es la siguiente:



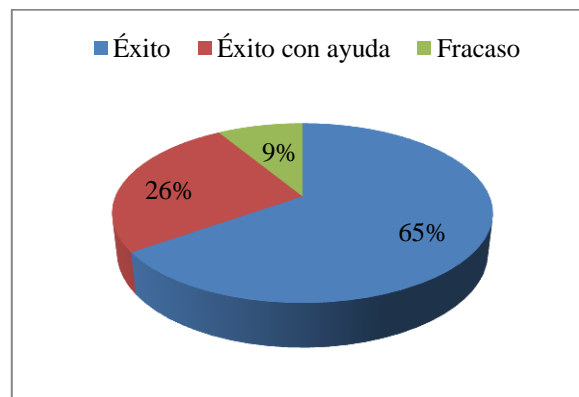
Para finalizar esta sesión, podemos decir a modo global que los alumnos comprenden la estructura semántica del problema de ETE con la incógnita en el estado final porque son capaces de comprender y representar la acción de añadir. Ahora bien, la mayoría de los alumnos que han conseguido resolverlo con éxito han necesitado utilizar contadores como los tapones. En este caso, los datos sí que parecen ser determinantes a la hora de elegir una estrategia de resolución. Dado que para resolver el problema solo necesitamos “añadir uno más”, comienzan a aparecer estrategias de resolución con dedos, aunque de forma minoritaria.

Cabe destacar también que algunos de los alumnos que resolvieron el problema anterior con tapones proceden a utilizar otras estrategias más complejas como dedos o mentalmente, por lo que parece que van habituándose al método, incluso uno de los alumno que no aceptó el problema anterior ha conseguido realizar este recibiendo ayuda. Sin embargo, los alumnos que en el problema anterior utilizaron la estrategia de resolución mental, en este caso han necesitado representar el problema con contadores para asegurarse de resolverlo con éxito.

***Tercera sesión***

La tercera sesión ha sido realizada el día 14 de marzo de 2017. Los niños han resuelto el siguiente problema: “el cerdito mayor había colocado 5 ladrillos y 3 de ellos se cayeron al suelo ¿cuántos ladrillos quedan ahora?”. A continuación presentamos los resultados obtenidos en la resolución del mismo:

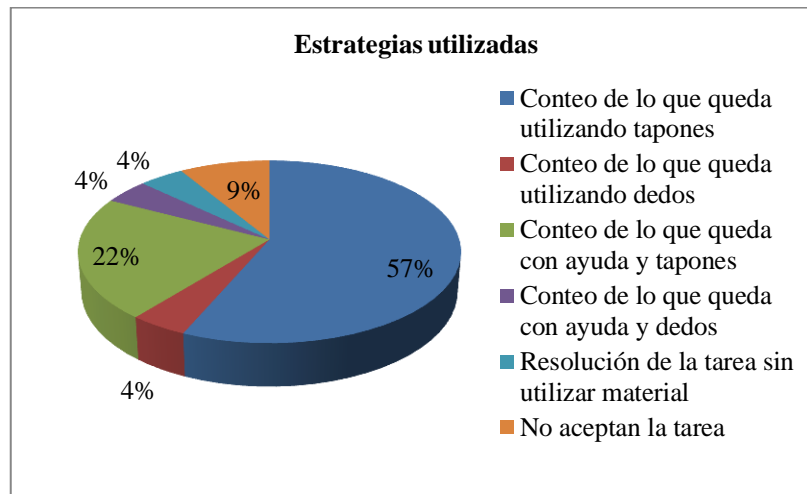
Nº alumnos que ha realizado el problema	23	Éxito	15
		Éxito con ayuda	6
		Fracaso	2
Nº de alumnos ausentes	2		



Como podemos observar, 15 de los 23 alumnos que han resuelto el problema lo han hecho con éxito y sin ayuda, 6 lo han podido resolver con ayuda; y por último, 2 no han sabido resolverlo.

Por otro lado, analizamos las estrategias de resolución que han utilizado los alumnos en esta tercera sesión (ver anexo 11):

Estrategias utilizadas	Nº de alumnos
Conteo de lo que queda utilizando tapones	13
Conteo de lo que queda utilizando dedos	1
Conteo de lo que queda con ayuda y tapones	5
Conteo de lo que queda con ayuda y dedos	1
Resolución de la tarea sin utilizar material	1
No aceptan la tarea	2



Como queda representado en la tabla anterior, la estrategia de resolución más utilizada ha sido la de conteo de lo que queda con tapones, siendo 13 de los 23 alumnos los que la han utilizado. Podemos observar que dichos alumnos han cogido 5 tapones, después han quitado 3 y han procedido a contar los que quedaban diciendo “uno y dos” (ver anexo 12). Además, 5 alumnos han utilizado la misma estrategia pero con ayuda, es decir, de manera dirigida por nuestra parte.

Por otro lado, uno de los 23 alumnos ha utilizado la estrategia de conteo de lo que queda pero utilizando los dedos. En este caso, se ponían 5 dedos de una mano, se quitaban 3 simulando los ladrillos que se habían caído y se procedía a contar los dedos que quedaban levantados diciendo “uno y dos”. Esta misma estrategia ha sido utilizada por otro alumno de manera dirigida.

Finalmente, podemos observar que un alumno fue capaz de resolver la tarea sin utilizar material. En este caso, resolvió el problema sin material y después explicó a sus compañeros cómo lo había realizado. Además, 2 de los 23 alumnos no supieron resolver el problema, los mismos que no aceptaron los problemas 1 y 2.

Una vez que todos los alumnos habían resuelto el problema y para finalizar la sesión, todos ellos hicieron un dibujo por grupos para representar la solución. En este caso, la mesa naranja (ver anexo 13) dibujó los dos ladrillos que quedaban y escribió la graffía del número 2. Esta misma representación fue utilizada por los equipos azul (ver anexo 13) y amarillo (ver anexo 13).

Por otra parte, la mesa roja (ver anexo 13) ha dibujado los 5 ladrillos, después ha tachado 3 representando los que se habían caído y ha coloreado los 2 restantes. Finalmente, ha escrito el número 2 haciendo referencia a la solución del problema. Presentamos dicha representación a continuación:

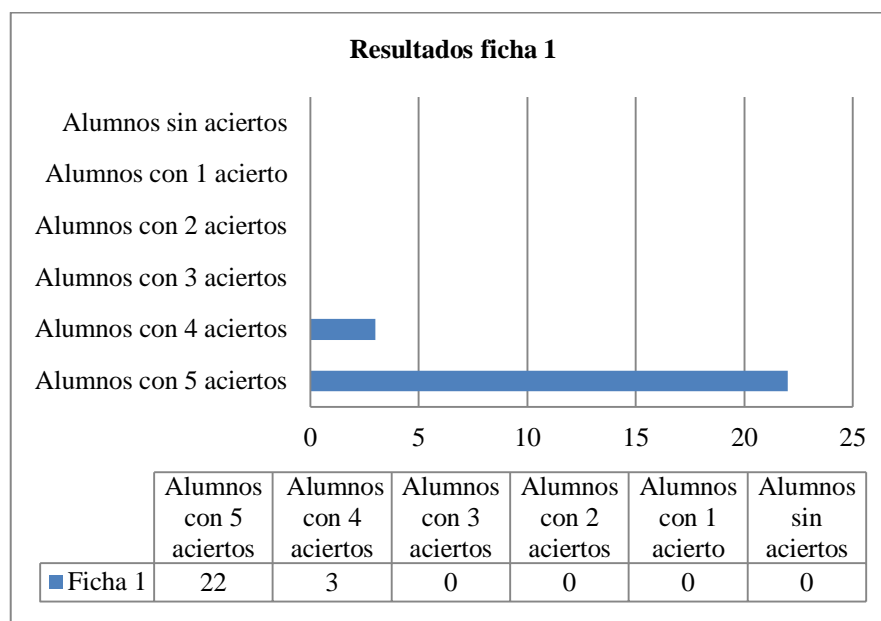


Por último, la mesa verde (ver anexo 13) ha escrito el número 2 y ha dibujado los dos ladrillos que quedaban; pero además ha escrito las grafías de todos los datos indicando que al principio había 5 ladrillos, se cayeron 3 y quedaron 2.

Como análisis general de los resultados de la sesión, podemos decir que en este problema el número de alumnos que lo ha resuelto con éxito ha disminuido en comparación a las sesiones anteriores. Esto puede ser debido a que los datos son más elevados y a que la estructura semántica es más compleja al tratarse de una resta asociada a la idea de quitar, lo cual sí que podemos decir que ha sido determinante también en la elección de las estrategias. En relación a ello, destacamos que ha aumentado el número de alumnos que han necesitado contadores para representar el problema, disminuyendo consecuentemente los que han utilizado estrategias de resolución mental. Finalmente, cabe destacar que cada vez son menos los alumnos que no aceptan resolver la tarea, por lo que el método está siendo cada vez más aceptado.

#### ***Cuarta sesión***

Esta sesión se ha llevado a cabo el día 21 de marzo de 2017. Al comienzo de la misma los alumnos han recibido una carta de Ulises presentándoles las regletas de Herbinière-Lebert y posteriormente han procedido a resolver los cálculos de la ficha 1, de la cual presentamos seguidamente los resultados:



Como podemos observar en la tabla y gráfico, la mayoría de los alumnos han conseguido el total de los aciertos (ver anexo 14). Esto puede deberse principalmente a que el trabajo fue dirigido, ya que se ofrecía ayuda a aquellos que la necesitaban indicando cómo tenían que resolver la suma (si tienes  $2+1$  ponemos 2 dedos en una mano y otro en la otra y después juntamos diciendo “uno, dos y tres”) y a que los alumnos podían utilizar la estrategia que más fácil les resultara (6 alumnos utilizan tapones, 2 lo resuelven con regletas, 15 con dedos y 2 mentalmente).

Además, cabe señalar que la magnitud de los números ha jugado un importante papel en la tarea, ya que al ser números pequeños los alumnos pudieron resolver todos los cálculos con éxito.

Por último, destacar que en el caso de los alumnos que han fallado en algunos de los cálculos ha sido en aquellos donde el sumando menor aparece el primero, por lo que el orden de los sumandos también parece haber jugado un papel importante. Vemos a continuación algunos ejemplos:

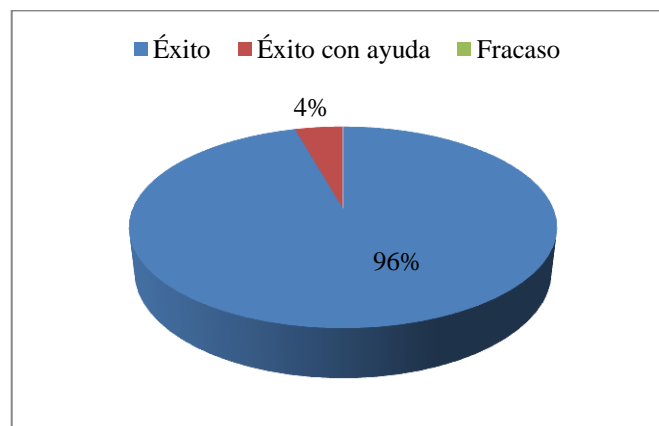


NOMBRE <u>ALEXANDRA</u> Ficha 1 $1 + 1 = \boxed{2}$ $2 + 1 = \boxed{3}$ $3 + 1 = \boxed{4}$ $1 + 2 = \boxed{2}$ $1 + 3 = \boxed{4}$	NOMBRE <u>LEONOR</u> Ficha 1 $1 + 1 = \boxed{2}$ $2 + 1 = \boxed{3}$ $3 + 1 = \boxed{4}$ $1 + 2 = \boxed{3}$ $1 + 3 = \boxed{3}$
--	---

### Quinta sesión

Esta sesión se ha llevado a cabo el día 4 de abril de 2017, y en ella los niños han resuelto el problema número 4 que consistía en: “si cada casa tenía 2 ventanas ¿cuántas ventanas había entre todas las casas?”. A continuación, presentamos las tablas y gráficos con los resultados obtenidos:

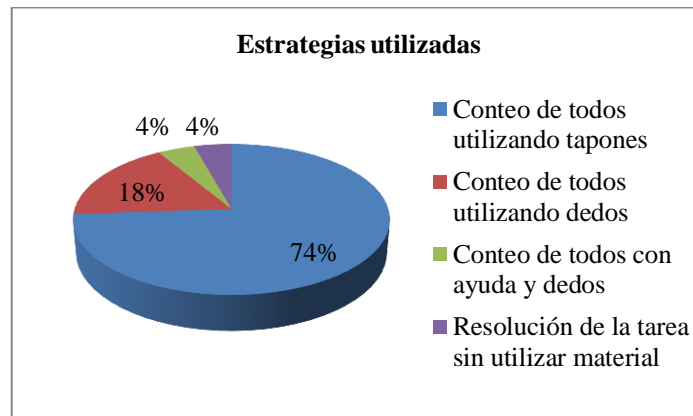
Nº alumnos que ha realizado el problema	23	Éxito	22
		Éxito con ayuda	1
		Fracaso	0
Nº de alumnos ausentes	2		



En este caso, podemos destacar que todos los alumnos que realizaron el problema fueron capaces de resolverlo con éxito. En concreto, 22 de los 23 alumnos lo realizó de forma autónoma; y solo una alumna necesitó ayuda.

Además, analizamos en detalle las estrategias que han sido utilizadas por los alumnos en la resolución de dicho problema (ver anexo 15):

Estrategias utilizadas	Nº de alumnos
Conteo de todos utilizando tapones	17
Conteo de todos utilizando dedos	4
Conteo de todos con ayuda y dedos	1
Resolución de la tarea sin utilizar material	1



En esta sesión, la estrategia más utilizada para resolver el problema fue el conteo de todos utilizando tapones (ver anexo 16), ya que 17 de los 23 alumnos encontraron la solución de este modo. En este caso, los alumnos colocaban 3 montones de 2 tapones cada uno representando las ventanas de cada una de las casas y posteriormente procedían a contar diciendo “una, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.

Esta misma estrategia fue utilizada por 4 alumnos pero sustituyeron los tapones por sus propios dedos. Estos alumnos levantaban 2 dedos por cada una de las 3 casas y después procedían a contar todos los dedos que tenían levantados diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”. Además, una alumna utilizó esta misma estrategia de forma dirigida, de modo que se le hicieron preguntas como: ¿cuántas ventanas tenía la primera casa? ¿Y la segunda? ¿Y la tercera? Y a la vez se ponían los dedos correspondientes.

Finalmente, podemos destacar a un alumno que supo resolver el problema de forma mental, sin utilizar material. Dicho alumno pensó en dos casas y sumó sus ventanas diciendo que “2 y 2 eran 4”, y a continuación añadió otras dos ventanas diciendo que “4 y 2 eran 6”.

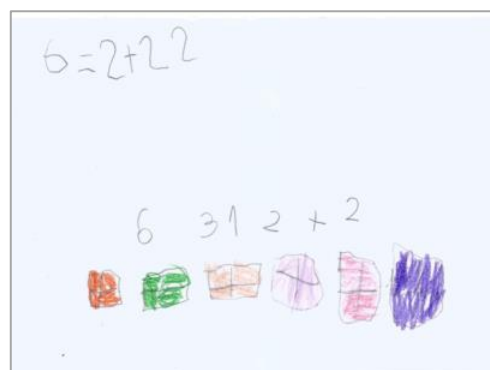
Cuando los alumnos ya habían resuelto el problema, realizaron un dibujo del mismo por equipos. Los alumnos de la mesa roja han dibujado 3 casas con 2 ventanas cada una

y han escrito el número 6. Por otro lado, los de las mesas naranja (ver anexo 17) y amarilla (ver anexo 17) han dibujado 6 ventanas y han escrito el número 6. Podemos destacar que en estos tres casos los alumnos todavía no hacen alusión a los hechos numéricos en la representación del problema, a pesar de haber sido introducidos en la sesión anterior.

Sin embargo, en los equipos verde (ver anexo 17) y azul (ver anexo 17) sí que aparece una representación del problema partiendo de una suma. En el primer caso, los alumnos escriben que tenían un elemento y le hemos sumado otro y esto nos ha dado 6 como solución, mediante dos cuadrados unidos con el signo “+”. Posteriormente, dibujan las 6 ventanas y escriben de nuevo la grafía del número. Vemos el ejemplo a continuación:



En el segundo caso, los alumnos dibujan las 6 ventanas y representan el problema mediante dos sumas. En la primera de ellas escriben que “ $2+2+2=6$ ” pero lo hacen escribiendo de derecha a izquierda; mientras que en el otro caso, también de derecha a izquierda, los alumnos han escrito “ $2+2$ ” y han añadido números al azar finalizando en un 6 que es la solución. Presentamos dicha representación:



A modo de conclusión de esta sesión, podemos destacar que la estructura del problema no juega un papel muy importante, ya que a pesar de ser un problema de suma reiterada que puede interpretarse como un problema aditivo de dos etapas, ha aumentado el número de alumnos que lo han resuelto con éxito. Sin embargo, el hecho de que los datos sean pequeños ha hecho que los alumnos hayan optado por estrategias de resolución más complejas como es el caso de los dedos, la cual ha aumentado significativamente, o la mental.

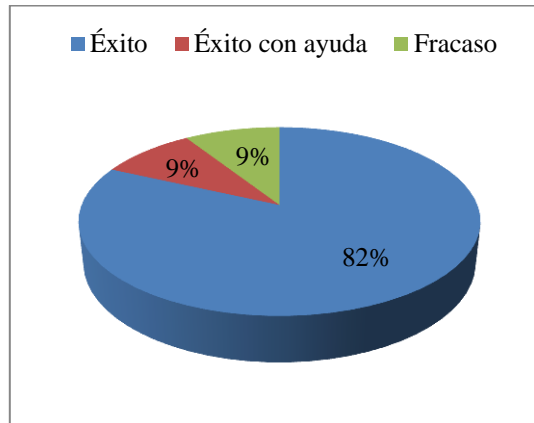
Además, en esta sesión se ve una evolución de todos los alumnos, ya que independientemente de la estrategia de resolución utilizada, la mayoría de ellos han podido prescindir de la ayuda, pudiendo resolver el problema con éxito y por ellos mismos.

Finalmente, comentamos que los alumnos que habían utilizado las estrategias de resolución con dedos o mental en la sesión anterior, han continuado utilizando las mismas u otras más complejas en esta sesión, por lo que ningún alumno ha presentado un retroceso. Los alumnos se decantan por estrategias más eficaces que las de utilizar material manipulativo.

### *Sexta sesión*

La sexta sesión ha sido llevada a cabo el día 18 de abril de 2017 y los alumnos han resuelto el problema 5: “el lobo había apagado 4 velas pero todavía quedó 1 encendida ¿cuántas velas había encendido el cerdito al principio?”. Seguidamente recogemos los datos obtenidos en la resolución del mismo:

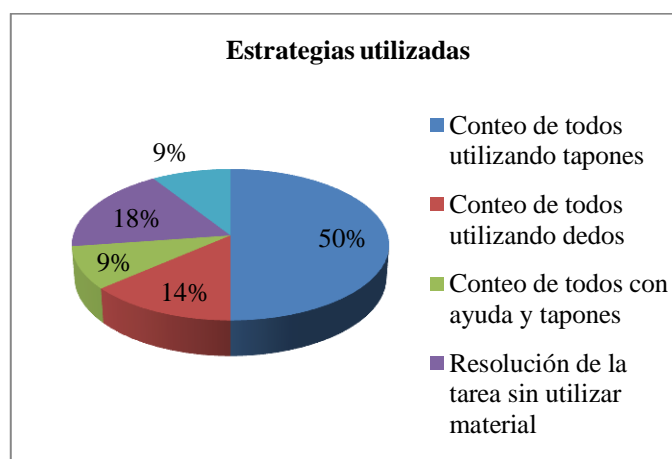
Nº alumnos que ha realizado el problema	22	Éxito	18
		Éxito con ayuda	2
		Fracaso	2
Nº de alumnos ausentes	3		



Como podemos ver reflejado en la tabla y gráfico, 18 de los 22 alumnos que han resuelto el problema han conseguido hacerlo con éxito; mientras que 2 han necesitado ayuda y otros 2 no han sido capaces de resolverlo.

Por otro lado, presentamos las estrategias que han utilizado los alumnos para resolver el problema planteado (ver anexo 18):

Estrategias utilizadas	Nº de alumnos
Conteo de todos utilizando tapones	11
Conteo de todos utilizando dedos	3
Conteo de todos con ayuda y tapones	2
Resolución de la tarea sin utilizar material	4
No aceptan la tarea	2



Como podemos observar, la estrategia más utilizada ha sido la de conteo de todos utilizando tapones (ver anexo 19), ya que 11 de los 22 alumnos que han resuelto el problema tomaban 4 tapones y decían que eran las velas apagadas, posteriormente

añadían uno más diciendo que es la vela encendida y proceden a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”. Además, otros 2 alumnos han utilizado esta misma estrategia pero de manera dirigida. Vemos una imagen de los alumnos resolviendo el problema mediante esta estrategia:

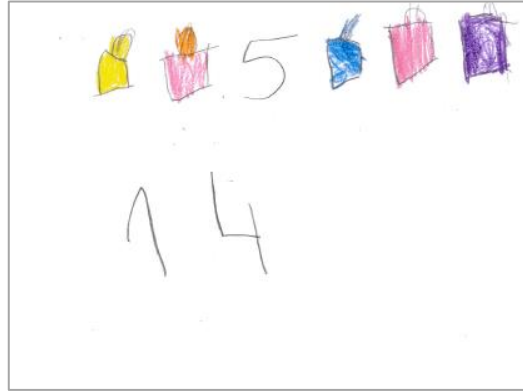


Por otra parte, esta misma estrategia ha sido utilizada por 3 alumnos pero en vez de utilizar tapones, han utilizado sus propios dedos. Para ello, levantaban 4 dedos de una mano diciendo que eran las velas apagadas y después levantaban uno más simulando la vela encendida y procedían a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.

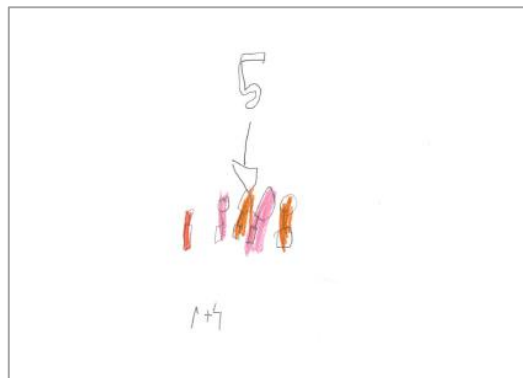
Además, 4 alumnos fueron capaces de resolver el problema sin utilizar material. De estos 4, solo dos supieron explicar que habían pensado en 4 velas que estaban apagadas y añadieron una más que estaba encendida; finalmente, contaron todas mentalmente. Sin embargo, los otros dos alumnos que utilizaron esta estrategia no supieron explicar cómo lo habían hecho.

También podemos añadir que los 2 alumnos restantes no han sabido resolver el problema, por lo que únicamente jugaban con los tapones o utilizaban otras estrategias desconocidas. Uno de estos alumnos no ha aceptado tampoco las tareas anteriores, mientras que el otro sí que había resuelto con éxito los problemas previos.

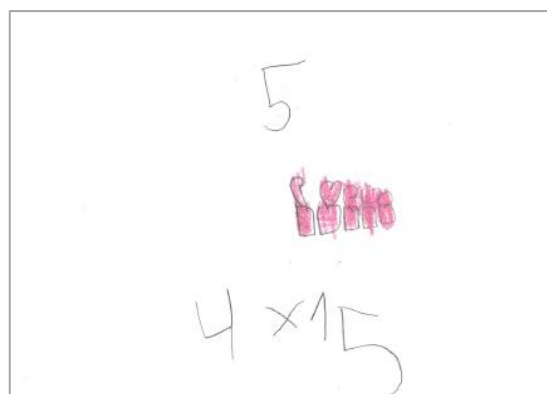
Una vez que todos los alumnos habían resuelto el problema de forma individual, se hicieron los dibujos para representarlo por equipos. En el caso de los alumnos de la mesa naranja (ver anexo 20), representaron las 5 velas y escribieron la grafía del número. Por otro lado, el equipo rojo (ver anexo 20) representó el problema del mismo modo que el anterior, pero además escribieron las grafías de los datos que se presentaban (1 vela encendida y 4 apagadas). Como podemos observar, en estos equipos no se hace alusión a los hechos numéricos trabajados anteriormente. Presentamos la representación del equipo rojo:



Sin embargo, en las mesas restantes, los alumnos sí que han hecho una representación del problema mediante la utilización de sumas. En el caso de la mesa amarilla (ver anexo 20) escriben “1+4” a pesar de que la grafía de los números esté al revés y lo hagan de derecha a izquierda. Veamos dicha representación:



La mesa verde (ver anexo 20) escribe una suma “4+1=5” a pesar de que no utilizan los signos matemáticos adecuados. Y por último, en el caso de la mesa azul, representan el problema como “4+1=5” pero lo escriben nuevamente de derecha a izquierda, como podemos observar:



Como conclusión a esta sesión, se percibe una progresión en el uso de estrategias cada vez más eficaces. A pesar de que los porcentajes de éxito son similares a los del problema número 1 de la primera sesión, las estrategias utilizadas son mucho más complejas en este caso. Constatamos que, a pesar de que estamos ante un problema de estructura semántica compleja (ETE con la incógnita en el estado inicial), los alumnos son capaces de comprender el enunciado y de resolverlo utilizando diferentes estrategias. Tan sólo un alumno, que había resuelto bien los problemas anteriores, no ha sabido resolver este problema.

Lo que sí continúa siendo determinante es la magnitud de los datos del problema, ya que siendo los datos pequeños, cada vez son menos los alumnos que necesitan utilizar contadores para la resolución, pudiéndolo hacer con los dedos o mentalmente. Cabe destacar también que todos los alumnos han tenido una evolución desde las sesiones anteriores, ya que muchos de los que utilizan contadores continúan teniendo éxito y cada vez son menos los que necesitan ayuda.

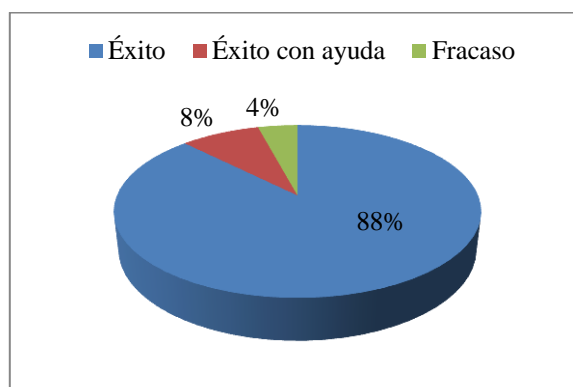
Por otro lado, no hay un retroceso a las estrategias sencillas (utilización de tapones) por parte de los alumnos que en las sesiones anteriores habían utilizado dedos o lo habían resuelto mentalmente, a excepción de un caso en el que se pasa de resolución con dedos en la sesión anterior a la utilización de tapones en este caso. Finalmente, destacamos que algunos de los que habían utilizado contadores en las anteriores sesiones han pasado a utilizar otras estrategias más complejas.

### *Séptima sesión*

Esta sesión ha sido realizada el día 25 de abril de 2017, y los alumnos han tratado de resolver el siguiente problema: “el cerdito mediano tenía 6 tazas, unas azules y otras rojas. Si 4 eran azules ¿cuántas eran rojas?”. Presentamos los resultados obtenidos:

Nº alumnos que ha realizado el problema	23	Éxito	21
		Éxito con ayuda	2
		Fracaso	1
Nº de alumnos ausentes	1		

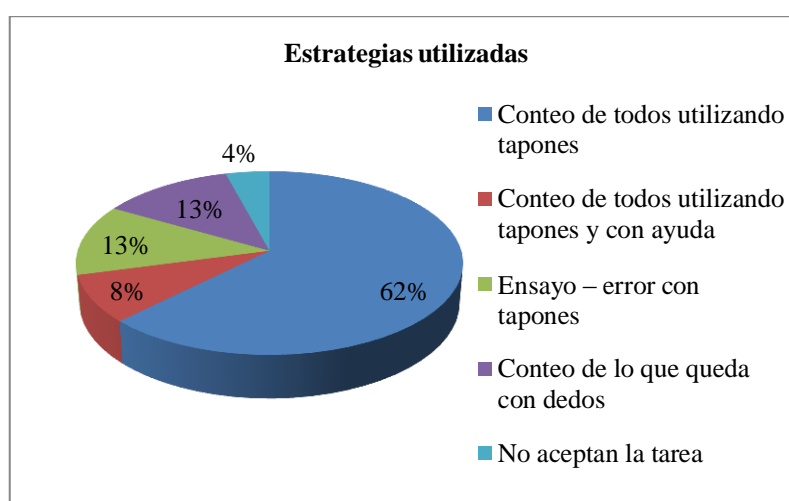




Podemos ver que 21 de los 23 alumnos que resolvieron el problema lo consiguieron hacer con éxito. Además, 2 alumnos fueron capaces de hacerlo con ayuda. Finalmente, un alumno no consiguió resolverlo, ya que únicamente jugaba con los tapones.

Seguidamente, presentamos los datos recogidos en relación a las estrategias de resolución utilizadas al resolver este problema (ver anexo 21):

Estrategias utilizadas	Nº de alumnos
Conteo de todos utilizando tapones	15
Conteo de todos utilizando tapones y con ayuda	2
Ensayo – error con tapones	3
Conteo de lo que queda con dedos	3
No aceptan la tarea	1



La estrategia más utilizada en esta ocasión ha sido la de conteo de todos utilizando tapones (ver anexo 22), ya que 15 de los 23 alumnos que resolvieron el problema la

utilizaron. En este caso, los alumnos pusieron 4 tapones azules y después añaden tapones rojos hasta obtener 6 en total. Cabe destacar que todos los alumnos necesitan comenzar a contar todos los tapones desde el número 1 cada vez que añaden uno más; a excepción de una alumna que sabe que tiene que añadir dos, por lo que pone 4 tapones y añade 2 más diciendo “cinco y seis”. Esta misma estrategia anterior ha sido utilizada también por 2 de los 23 alumnos, lo cuales lo realizaron de este modo pero con ayuda.

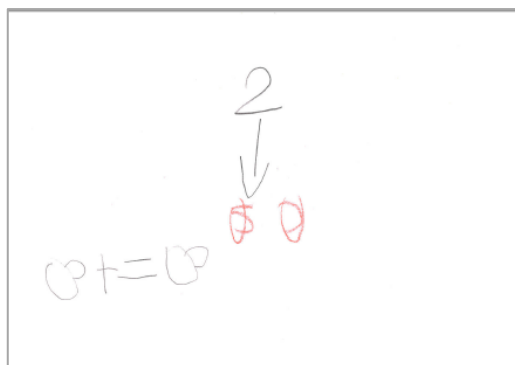
Además, otros 3 alumnos han utilizado el conteo de lo que queda utilizando sus propios dedos. Los alumnos que utilizaron esta estrategia levantaban 6 dedos, a continuación bajaban los 4 que simulaban las tazas azules y procedían a contar los que quedaban levantados y que representaban a las tazas rojas diciendo “uno y dos”. Vemos algunas imágenes de los alumnos que utilizaron esta estrategia:



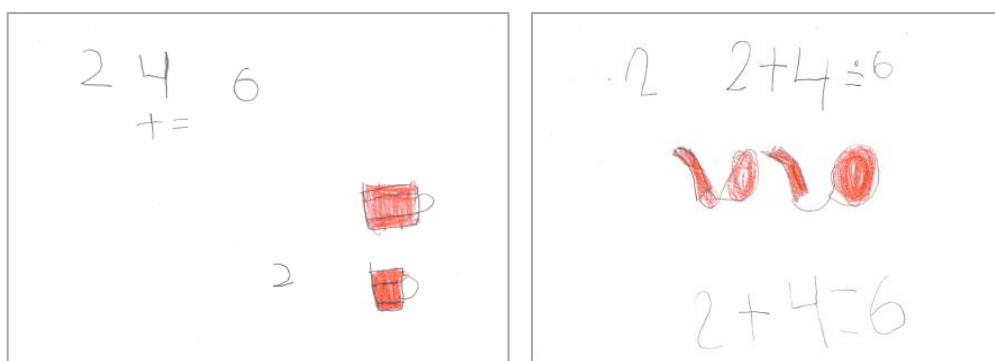
Por otro lado, en la resolución de este problema surgió una estrategia que no se esperaba anteriormente. Concretamente 3 de los 23 alumnos lo resolvieron por ensayo – error, es decir, dado que no sabían cuántas tazas rojas tenía el cerdito, colocaban 4 tapones azules simulando las tazas azules y después añadían un montón de tapones rojos de número aleatorio. Finalmente procedían a contar los tapones comenzando por los 4 azules y siguiendo por los rojos hasta que oían la palabra “seis”. En ese momento eliminaban todos los tapones rojos que sobraban y procedían a contar los que habían quedado en el montón de elementos que habían contado diciendo “uno y dos”. Por último, destacamos a un alumno que todavía no acepta la tarea.

Analizamos ahora las representaciones gráficas que los alumnos han hecho una vez que habían hallado la solución de manera individual. Podemos destacar que, a excepción del equipo amarillo (ver anexo 23) que únicamente dibujó dos tazas y escribió el número 2, todas las mesas representaron el problema mediante una suma, a pesar de que se esperaba que fuera resuelto mediante una resta. En el caso de los

alumnos de la mesa azul (ver anexo 23), no utilizan los hechos numéricos convencionales sino que dibujan una taza y un signo más, y después un signo igual y otra taza. Con esta representación, según explican, quieren decir que teníamos unas tazas y hemos añadido otras para tener más. Podemos ver dicha representación:



Finalmente, en el caso de las mesas naranja (ver anexo 23), roja (ver anexo 23) y verde (ver anexo 23), las representaciones son similares; ya que en estos casos sí que se utilizan los hechos numéricos convencionales como una suma de “ $4+2=6$ ” o “ $2+4=6$ ” en la que la direccionalidad ya es de izquierda a derecha y los signos son los adecuados. Observamos alguna de ellas:

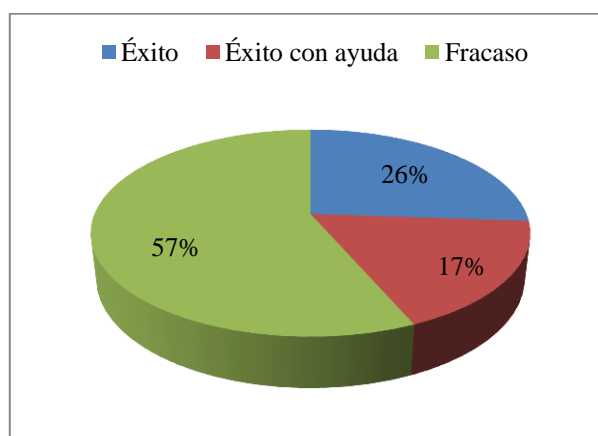


En esta ocasión, podemos observar que ha aumentado el número de alumnos que ha resuelto el problema con éxito y sin ayuda. Sin embargo, la estructura semántica del problema asociada a la idea de separar, junto con que la variable magnitud de los datos fuera más elevada sí que han jugado un importante papel en esta sesión, haciendo que muchos de los alumnos volvieran a utilizar contadores para la resolución, siendo este dato más elevado que en las sesiones anteriores.

**Octava sesión**

La octava sesión se ha llevado a cabo el día 2 de mayo de 2017, y los alumnos han resuelto el siguiente problema: “la primera vez el lobo subió 2 peldaños y la segunda vez 5 ¿cuántos peldaños subió más la segunda vez que la primera?”. A continuación, presentamos los resultados obtenidos:

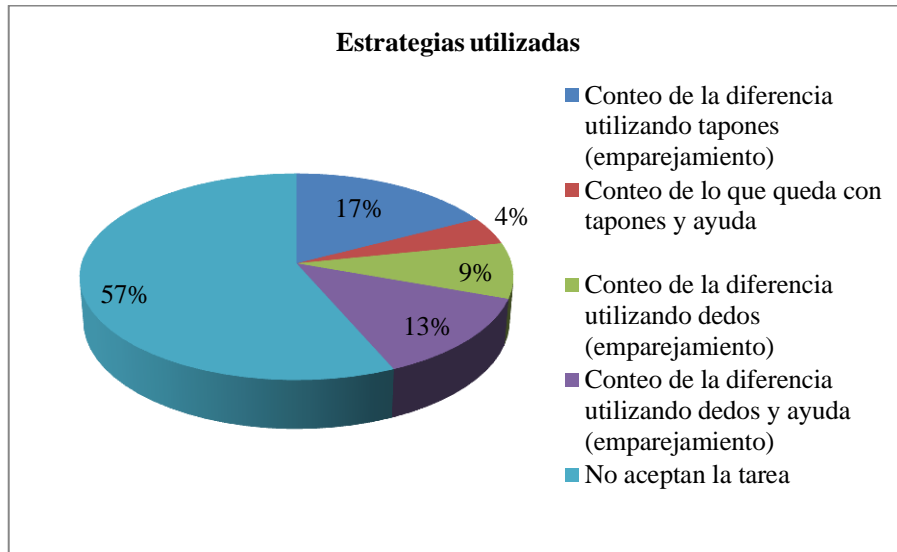
Nº alumnos que ha realizado el problema	23	Éxito	6
		Éxito con ayuda	4
		Fracaso	13
Nº de alumnos ausentes	2		



En esta sesión, solo 6 de los 23 alumnos han conseguido resolver el problema con éxito y sin ayuda. Además, otros 4 alumnos han conseguido resolverlo con ayuda y de manera dirigida. Finalmente, 13 de los 23 alumnos no han sido capaces de hallar la solución.

Procedemos a analizar las estrategias utilizadas en esta sesión para la resolución del problema presentado anteriormente (ver anexo 24):

Estrategias utilizadas	Nº de alumnos
Conteo de la diferencia utilizando tapones (emparejamiento)	4
Conteo de lo que queda con tapones y ayuda	1
Conteo de la diferencia utilizando dedos (emparejamiento)	2
Conteo de la diferencia utilizando dedos y ayuda (emparejamiento)	3
No aceptan la tarea	13



Como podemos ver reflejado en las tablas y gráficos, 4 de los 23 alumnos han resuelto el problema mediante un conteo de la diferencia utilizando tapones (ver anexo 25). Dichos alumnos han hecho dos montones, uno con 5 tapones y otro con 2, después han emparejado los tapones de un grupo con los del otro y han contado los que no tenían pareja diciendo “uno, dos y tres”. Esta misma estrategia ha sido utilizada por otros 2 alumnos, pero en este caso han utilizado sus dedos levantando 2 en una mano y 5 en la otra. Después han emparejado los dedos de una mano con los de la otra y han contado los que no tenían pareja diciendo “uno, dos y tres”. Esta estrategia también ha sido utilizada por 3 alumnos de manera dirigida. Vemos la representación de dicha estrategia:



Además, otra alumna ha utilizado la estrategia de conteo de la diferencia con tapones pero de manera dirigida. Para ello, ha colocado una fila de 5 tapones simulando la escalera y ha contado todos ellos indicando que la segunda vez el cerdito subió 5 peldaños. Después, ha hecho lo mismo con los mismos tapones pero contando solo 2 de ellos indicando que en la primera vez solo subió dos, y finalmente ha procedido a contar los que le quedaban sin contar diciendo “uno, dos y tres”.

Finalmente, cabe destacar que 13 de los 23 alumnos no supieron resolver el problema, es decir, más de la mitad del grupo.

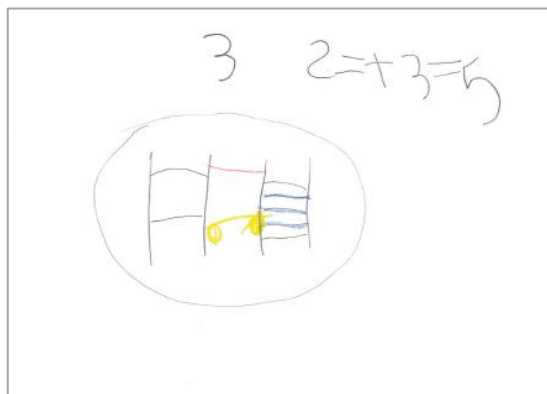
Del mismo modo que en las sesiones anteriores, una vez que los alumnos habían hallado la solución del problema de modo individual, realizaron una representación gráfica del mismo. En este caso, todos los equipos han tratado de representar el problema con un hecho numérico, sin embargo, dado que muy pocos habían entendido el problema, no les ha resultado fácil escribir los mismos.

Por un lado, el equipo naranja (ver anexo 26) ha dibujado una escalera con tres peldaños y ha escrito la grafía del número 3; y también ha puesto los datos dados en el problema a modo de suma como “3+2+5”. El equipo verde (ver anexo 26) también ha hecho una representación similar pero únicamente han escrito los datos sin poner los signos.

Por otro lado, el equipo rojo (ver anexo 26) ha dibujado las dos escaleras, una con 2 peldaños y otra con 5, y ha escrito la grafía del número 3. Además, ha escrito “+5=2” indicando que en una vez había subido 5 peldaños y en la otra 2. Esta misma representación ha sido utilizada por el equipo amarillo (ver anexo 26) poniendo como hecho numérico “3+2=5” pero sin utilizar el signo igual. Vemos ambos ejemplos:



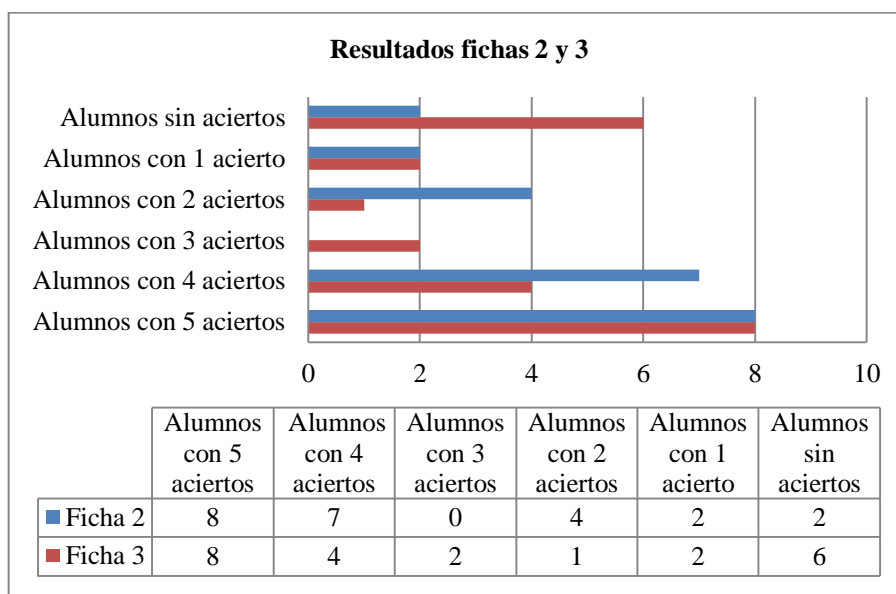
Finalmente, los alumnos de la mesa azul (ver anexo 26) han dibujado dos escaleras, una con 2 peldaños y otra con 5. Después, los han puesto en parejas mediante una línea que une un peldaño de cada escalera y han marcado los 3 que quedaban sin pareja. Posteriormente, han escrito la grafía del número 3 y han escrito “2=+3=5”. Presentamos dicha respuesta:



En esta última sesión, podemos observar que la estructura del problema ha sido claramente determinante en la resolución del mismo, ya que el número de alumnos que no ha sido capaz de hallar la solución o que han necesitado ayuda para ello ha aumentado significativamente con respecto a las otras sesiones. Constatamos que los problemas de estado-comparación-estado son muchos más complejos que los de las otras tipologías de problemas. Por otro lado, la mayoría de los alumnos que lo han conseguido resolver sin ayuda han necesitado utilizar contadores como los tapones, dado que los números y la estructura del problema eran complejos para ellos, por lo que ha habido un retroceso a estrategias más sencillas.

### *Novena sesión*

Esta sesión se ha llevado a cabo el día 9 de mayo de 2017, y los alumnos han resuelto en gran grupo las fichas 2 y 3 de las cuales presentamos los resultados seguidamente (ver anexo 27 y 28):



En primer lugar, podemos observar que el número de aciertos que los alumnos han conseguido en esta sesión es mucho menor que los obtenidos en la sesión anterior. Esto es probablemente debido a que esta vez los alumnos han completado las fichas libremente, de modo individual y sin el apoyo de la profesora. A los alumnos se les ha permitido, como es evidente, utilizar los dedos para realizar los cálculos pero no han dispuesto de material manipulativo.

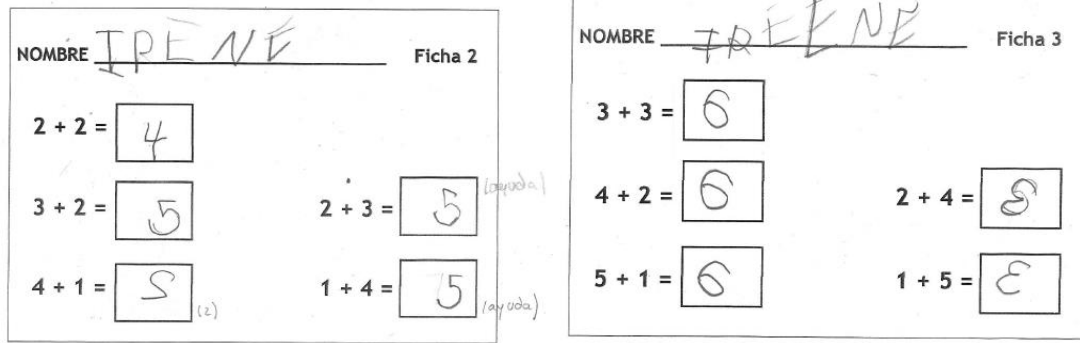
Además, cabe destacar que parece que algunos alumnos todavía no comprenden el significado de los hechos numéricos, concretamente de la suma, ni la relacionan con acciones de juntar o añadir, por lo que resuelven la tarea dando como resultado uno de los sumandos de la operación. Mostramos un ejemplo de ello:

Ficha 2		Ficha 3	
NOMBRE _____		NOMBRE <u>SAMUEL</u>	
$2 + 2 =$ <input type="text" value="2"/>		$3 + 3 =$ <input type="text" value="3"/>	
$3 + 2 =$ <input type="text" value="3"/>	$2 + 3 =$ <input type="text" value="2"/>	$4 + 2 =$ <input type="text" value="4"/>	$2 + 4 =$ <input type="text" value="2"/>
$4 + 1 =$ <input type="text" value="4"/>	$1 + 4 =$ <input type="text" value="1"/>	$5 + 1 =$ <input type="text" value="3"/>	$1 + 5 =$ <input type="text" value="5"/>

Por último, observamos que un grupo de alumnos que parecen tener comprendida la idea de suma así como su representación, sin embargo, presentan algunos problemas cuando las cantidades son más elevadas o cuando el primer sumando es más pequeño que el segundo. Por ello, la variable tamaño de los números juega un papel importante en el nivel de dificultad de la operación. Presentamos también algunos ejemplos de ambos casos:

Ficha 2		Ficha 3	
NOMBRE <u>CARLOTA</u>		NOMBRE <u>CARLOTA</u>	
$2 + 2 =$ <input type="text" value="4"/>		$3 + 3 =$ <input type="text" value="6"/>	
$3 + 2 =$ <input type="text" value="5"/>	$2 + 3 =$ <input type="text" value="4"/>	$4 + 2 =$ <input type="text" value="6"/>	$2 + 4 =$ <input type="text" value="6"/>
$4 + 1 =$ <input type="text" value="5"/>	$1 + 4 =$ <input type="text" value="7"/>	$5 + 1 =$ <input type="text" value="6"/>	$1 + 5 =$ <input type="text" value="6"/>

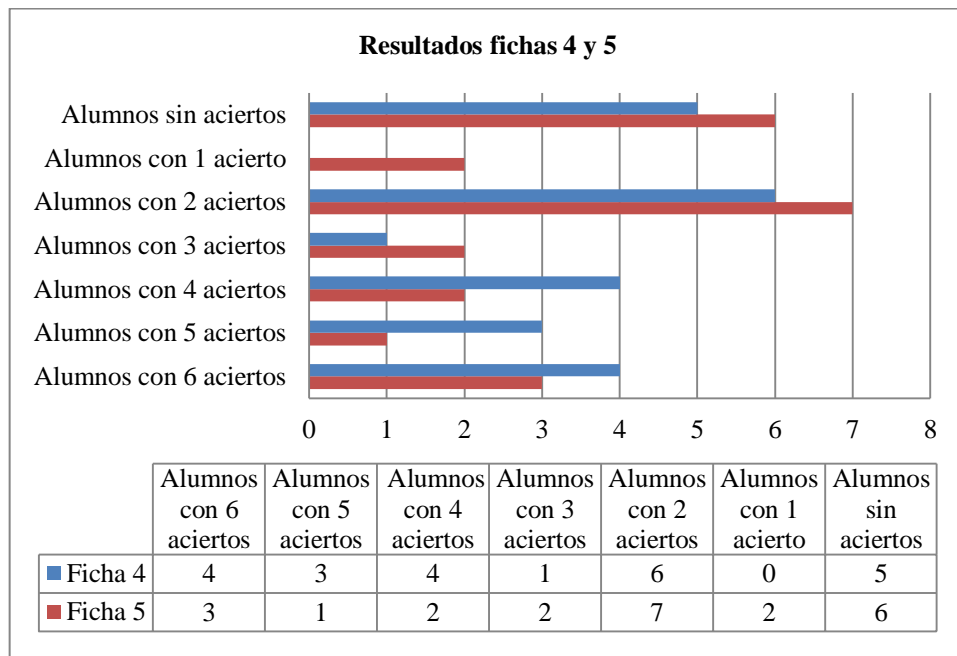




**Décima sesión**

Esta sesión se ha llevado a cabo el día 16 de mayo de 2017, y los alumnos han resuelto las fichas 3 y 4 de hechos numéricos. Además, al finalizar la misma, hemos recopilado todos los dibujos de representación de problemas y todas las fichas de sumas y restas de las sesiones anteriores, y los hemos enviado en modo de carta a Ulises, completando así la misión de ayuda que este nos pedía al comienzo del proyecto.

A continuación recogemos los datos de la resolución de las fichas 4 y 5 (ver anexo 29 y 30):



En esta sesión cabe destacar que no ha habido un análisis de las estrategias que utilizaban los alumnos para la resolución, ya que la fase de evaluación no se realizó en equipos sino de modo individual, por lo que cada alumno resolvió los cálculos de manera autónoma.

En relación a los resultados, podemos destacar que el número total de aciertos ha disminuido notablemente en estas dos fichas con respecto a las de las sesiones anteriores. Esto es debido a la introducción de la resta en las mismas, lo cual hace que muchos alumnos no hayan sabido diferenciar dicha operación de la suma.

Además, en la realización de ambas fichas han surgido cuatro tipos de casos que comentaremos a continuación: por un lado, algunos alumnos han resultado correctamente todas las operaciones (4 alumnos en la ficha 4 y 3 en la ficha 5); por otro lado, algunos alumnos no han tenido en cuenta el signo “+” o “-” de las operaciones, resolviendo todas ellas del mismo modo, o bien como sumas o como restas (4 alumnos en la ficha 4 y 4 en la ficha 5). Presentamos dos ejemplos:

NOMBRE <u>ALEJANDRO</u> Ficha 4			NOMBRE <u>LAURA</u> Ficha 4		
$2 + 1 =$	$3 - 1 =$	$3 - 2 =$	$2 + 1 =$	$3 - 1 =$	$3 - 2 =$
3	2	1	3	4	5
$3 + 1 =$	$4 - 1 =$	$4 - 3 =$	$3 + 1 =$	$4 - 1 =$	$4 - 3 =$
4	4	2	4	5	□ <sup>(?)</sup>

En el tercero de los casos, los alumnos (2 alumnos en la ficha 4 y 3 en la ficha 5) sí que han sabido diferenciar las sumas de las restas, pero en el caso de estas últimas no tienen adquirido el método para resolverlas. Debido a ello, han resuelto las restas poniendo en una mano tantos dedos como indica el minuendo y en la otra, tantos como indica el sustraendo. A continuación, han retirado los dedos que hacen referencia al sustraendo obteniendo como resultado el minuendo. Mostramos algunos ejemplos seguidamente:

NOMBRE <u>MARCO LOPEZ</u> Ficha 5			NOMBRE <u>DANTELLA LA FUENTE</u> Ficha 4		
$4 + 1 =$	$5 - 1 =$	$5 - 4 =$	$2 + 1 =$	$3 - 1 =$	$3 - 2 =$
5	5	5	3	3	3
$3 + 2 =$	$5 - 2 =$	$5 - 3 =$	$3 + 1 =$	$4 - 1 =$	$4 - 3 =$
5	5	5	4	4	4

Por otra parte, el cuarto grupo de alumnos son aquellos que dan como resultado uno de los números que aparece en la operación o que siguen otros procedimientos desconocidos, por lo que parece que todavía no comprenden los hechos numéricos de suma y resta. Algunos de ellos son:

NOMBRE <u>DIEGO</u> Ficha 4			NOMBRE <u>DIEGO</u> Ficha 5		
$2 + 1 =$	$3 - 1 =$	$3 - 2 =$	$4 + 1 =$	$5 - 1 =$	$5 - 4 =$
1	2	3	4	5	5
$3 + 1 =$	$4 - 1 =$	$4 - 3 =$	$3 + 2 =$	$5 - 2 =$	$5 - 3 =$
3	4	4	2	5	5

Finalmente, si comparamos los resultados obtenidos en ambas fichas podemos darnos cuenta de que la variable magnitud ha jugado un importante papel, ya que para muchos de los alumnos ha resultado más complicado resolver las operaciones de la ficha 5 donde los números eran mayores; que los cálculos de la ficha 4, donde eran menores. Esto podemos verlo seguidamente en este ejemplo:

NOMBRE <u>FELIPE</u> Ficha 4			NOMBRE <u>FELIPE</u> Ficha 5		
$2 + 1 =$	$3 - 1 =$	$3 - 2 =$	$4 + 1 =$	$5 - 1 =$	$5 - 4 =$
3	2	5	5	4	5
$3 + 1 =$	$4 - 1 =$	$4 - 3 =$	$3 + 2 =$	$5 - 2 =$	$5 - 3 =$
4	3	1	5	5	5

Este ha sido un primer acercamiento a la enseñanza de los hechos numéricos de la suma y de la resta mediante la representación simbólica de estas dos operaciones en un formato horizontal. Sabemos que algunos alumnos no están preparados cognitivamente para comprender esta simbolización, por lo que los resultados han sido inferiores a los obtenidos en la vía de la resolución de problemas. La conexión entre la comprensión de las acciones que dan lugar a la suma y a la resta y su representación simbólica (+ o -) es un objetivo de enseñanza que va más allá de la etapa de Educación Infantil, pero que se

puede comenzar a estudiar en este nivel educativo con determinadas restricciones como que los problemas deben estar fuertemente contextualizados, utilizar material manipulativo y con cantidades pequeñas de los datos.

## **6. EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA DE ENSEÑANZA**

Procedemos a evaluar la propuesta de enseñanza lleva a cabo en el aula de 4 años del colegio “La Salle Montemolín” atendiendo tanto a la resolución de problemas aritméticos como a los cálculos de operaciones formales.

### **6.1. Resultados de la resolución de problemas aritméticos**

A continuación haremos un análisis global de los resultados obtenidos a lo largo de las distintas sesiones de resolución de problemas atendiendo a la estructura del problema, al tamaño de los números y a las estrategias que han utilizado los alumnos para la resolución (ver anexo 31).

En primer lugar, cabe destacar que la estructura semántica de los problemas ha permitido que los alumnos comprendieran los problemas y fueran capaces de representar las acciones asociadas a los mismos. Sin embargo, en las primeras sesiones los alumnos no estaban familiarizados con el método, por lo que el hecho de que la estructura fuera sencilla no ha facilitado la tarea. En relación a esto podemos señalar que esta variable ha sido determinante en los problemas de estado-comparación-estado, los cuales quedan todavía muy lejos del alcance de los niños. En este caso podemos ver como los resultados de los alumnos que han resuelto el problema han disminuido notablemente con respecto a los de las sesiones anteriores. Por ello, podemos decir que en este caso los resultados son los esperados, ya que coinciden con los estudios realizados desde Didáctica de las Matemáticas.

Por otra parte, el tamaño de los números ha sido determinante en la mayoría de los problemas, ya que en aquellos en los que los datos eran pequeños, los alumnos optaban por utilizar estrategias más elaboradas como la resolución con dedos o mentalmente. Sin embargo, cuando los datos eran más elevados, la mayoría de los alumnos necesitaba contadores como los tapones para resolver el problema.

Además, el tipo de operación ha sido importante en la elección de estrategias y en el éxito de resolución del problema, ya que, para los alumnos ha resultado más fácil resolver aquellos que requerían una suma frente a los que se necesitaba una resta.

Por último, analizando la evolución de los alumnos a lo largo de todas las sesiones, podemos observar que ha habido un aprendizaje ya que los alumnos han ido

umentando el rendimiento conforme progresaba la secuencia de enseñanza. Además, ha ido mejorando en el uso de estrategias de resolución, avanzando hacia aquellas más eficaces con el paso de las sesiones a pesar de que la estructura de los problemas era más compleja y obteniendo mejores resultados. No obstante, cabe destacar que un gran grupo de alumnos todavía utiliza la estrategia básica de modelizar los problemas con objetos discretos para garantizar su éxito.

## **6.2. Resultados de la operaciones formales**

En relación a los resultados de las operaciones formales haremos un análisis global atendiendo a las estrategias utilizadas, al tipo de operación, al tamaño de los datos y al orden de los sumandos (ver anexo 32).

En primer lugar, cabe destacar que las estrategias y posibilidades que dejamos a los alumnos para realizar los cálculos de los hechos numéricos son muy determinantes en la resolución. Debido a ello, podemos observar que los resultados son mejores cuando dejamos utilizar a los alumnos la estrategia que prefieran y si lo hacemos de manera guiada y en pequeños grupos, que si limitamos la resolución a utilizar solo los dedos y lo hacemos en gran grupo.

En cuanto al tipo de operación, los alumnos han resuelto más fácilmente los cálculos cuando eran sumas que cuando eran restas; y en el caso de presentar fichas con ambos tipos de operaciones, algunos de ellos han resuelto todas ellas del mismo modo, sin distinción.

Por otra parte, cabe destacar que al igual que en los problemas, el tamaño de los datos ha jugado un importante papel en todo momento, haciendo que cuando los números eran pequeños los alumnos tuvieran menos errores que cuando eran más elevados. Además, en el caso de las sumas, los alumnos han tenido más dificultades para resolver aquellas en las que el primer sumando era menor que el segundo que viceversa; y en el caso de las restas, cuando el sustraendo era un número muy próximo al minuendo.

Por último, cabe destacar que hay un gran grupo de alumnos que todavía no comprende el significado de los hechos numéricos ni tampoco es capaz de resolverlos, a pesar de que haya sido capaz de solucionar los problemas de la secuencia de enseñanza

previa porque utilizan con éxito el conteo como estrategia de resolución básica. Por ello, podemos concluir diciendo que aunque hablamos de un trabajo de doble vía, los alumnos necesitan un trabajo manipulativo previo que les haga comprender el significado de las operaciones mediante acciones de añadir, juntar, separar, quitar o comparar, mucho antes de comprender la representación de las mismas utilizando los hechos numéricos.

### **6.3. Valoración de propuesta**

En primer lugar, diremos que la propuesta de enseñanza de la suma y la resta a partir de la resolución de problemas enmarcados en el cuento de “Los tres cerditos” y la iniciación en los cálculos de hechos numéricos básicos, ha podido llevarse a cabo tal como se había planificado en el cronograma de las sesiones sin tener que realizar ninguna modificación.

Por otro lado, podemos destacar que los alumnos han estado motivados en todo momento, pero sobre todo que la propuesta les ha ayudado a comprender mejor las ideas de suma y resta, así como las acciones asociadas a dichas operaciones como añadir o juntar en el caso de la suma; y quitar, separar o comparar en el caso de la resta.

Al comienzo de las sesiones, los alumnos han requerido ayuda por parte del docente, ya que el método utilizado no se acerca al trabajo que normalmente se hacía en el aula para enseñar matemáticas, el cual está más centrado en el libro de texto. Sin embargo, consideramos que el trabajo manipulativo realizado a lo largo de la propuesta ha facilitado la tarea en todo momento y ha favorecido la evolución de los alumnos hacia otras estrategias de resolución de problemas más eficaces.

Además, según la entrevista realizada a la maestra (ver anexo 3), la propuesta didáctica se ha planeado teniendo en cuenta algunos principios como la experimentación y la manipulación, los cuales la docente considera esenciales en la enseñanza de Educación Infantil y concretamente en la enseñanza de contenidos matemáticos, como era este caso.

Por último, consideramos del mismo modo que la maestra, que la propuesta hubiera tenido mejores resultados si la fase de experimentación y manipulación se hubiera

prolongado en el tiempo, ya que esto hubiera favorecido la posterior comprensión de los hechos numéricos básicos de suma y resta por parte de los alumnos.



## IV. CONCLUSIONES

Como conclusiones a este trabajo señalamos que se han alcanzado los objetivos propuestos inicialmente, por lo que hemos podido:

1. Estudiar los significados de la suma y de la resta a través de una tipología restringida de problemas aritméticos de una etapa, y el valor formativo del cuento en Educación Infantil.

En relación a este objetivo, hemos realizado un estudio del significado que tienen las operaciones de suma y resta en las aulas de Educación Infantil y las propuestas para su enseñanza basadas en la resolución de los problemas aditivos de una etapa. Estos estudios nos han permitido adaptar las clasificaciones de problemas aditivos para diseñar una propuesta de enseñanza para alumnos de un grupo clase de segundo de Educación Infantil, teniendo en cuenta otras variables didácticas como el valor numérico de los datos y el grado de contextualización, además, de la estructura semántica del problema. Atendiendo, a esta última variable hemos constatado que los alumnos de 4 años son capaces de comprender y resolver los problemas de EEE (estado-estado-estado) y ETE (estado-transformación-estado) con la incógnita en distintas posiciones, sin embargo, los de ECE (estado-comparación-estado) quedan lejos de su alcance.

Por otro lado, hemos analizado el valor formativo que tiene el cuento en las aulas de Educación Infantil, ya que a partir de este recurso motivador para los niños, se pueden introducir diferentes contenidos matemáticos fomentando el trabajo global y el aprendizaje cooperativo. El hecho de que el cuento de “Los tres cerditos”, que ha escrito y adaptado la autora de este trabajo, fuera el hilo conductor de toda nuestra propuesta ha resultado innovador y motivador para los alumnos, lo cual ha garantizado su participación activa, y fomentado su interés y curiosidad por la propuesta de enseñanza.

2. Caracterizar la enseñanza de la suma y de resta en las aulas de Educación Infantil a partir de tres fuentes documentales: el currículo oficial, la propuesta de enseñanza del libro de texto que siguen en el colegio donde se va a desarrollar la fase experimental de este trabajo, y una entrevista que realizaremos a la maestra-tutora del aula.

Como indicamos en este objetivo, hemos caracterizado la enseñanza de la suma y la resta teniendo en cuenta tres fuentes documentales. En relación a la primera, concluimos diciendo que el currículo de Educación Infantil es muy poco orientador y que es el propio docente quien tiene que gestionar los contenidos a trabajar, así como los procedimientos a seguir y su evaluación.

Sabemos que los docentes, ante la ausencia de orientaciones didácticas de los documentos curriculares, optan por apoyarse en los libros de texto. Sin embargo, al analizar el libro de la editorial que utilizan en el colegio observamos que tampoco aporta orientaciones al docente para dar significado a las operaciones suma y resta. En efecto, en las fichas que propone el libro de texto no se le sugiere que enseñe las acciones de añadir o juntar para la suma y, las de quitar, separar, completar o comparar para la resta. En lugar de esto, el texto opta por plantear actividades repetitivas y mecánicas que limitan el pensamiento de los alumnos y las cuales resultan incomprensibles en muchas ocasiones.

Por último, destacar que la maestra-tutora del grupo donde se ha desarrollado la fase experimental apoya la crítica realizada a estos documentos considerando que la enseñanza de la suma y la resta en Educación Infantil debe responder a principios como la manipulación y la experimentación que favorezcan la comprensión de dichas operaciones para poder modelizar el problema y resolverlo mediante procedimientos informales, como paso previo a la identificación de la operación que lo resuelve y a la aplicación de hechos numéricos memorizados.

Por todo, consideramos que la enseñanza actual de la suma y resta en Educación Infantil tiene mucho margen de mejora. Es por ello, que nuestra propuesta ha estado orientada a que los alumnos comiencen a manipular materiales para representar estas ideas asociadas a los significados de la suma o de la resta, ya que trabajando de este modo los alumnos irán desarrollando estrategias cada vez más eficaces como el conteo con los dedos o cálculo mental, como paso a previo a la memorización de los hechos numéricos o tabla de la suma.

3. Diseñar, desarrollar y evaluar una propuesta parcial de enseñanza para introducir los significados de la suma y resta de números naturales a partir de la resolución de problemas aritméticos cuyos enunciados tienen como hilo conductor el cuento de “Los

tres cerditos”. De forma paralela, se introduce y evalúa la enseñanza de hechos numéricos muy básicos de la suma y de la resta.

Como conclusión a este objetivo, observamos que las variables estructura semántica del problema, tamaño de los datos, y grado de contextualización del problema han sido determinantes a la hora de que los alumnos comprendieran o no el problema, y eligieran estrategias de modelización del problema mediante contadores o fueran capaces de resolverlos mediante otras más eficaces, como utilizar los dedos o resolver el problema mentalmente.

En relación a la estructura, cabe señalar como ya hemos indicado, que los alumnos han resuelto con éxito los problemas de EEE y ETE con la incógnita en posiciones variables; sin embargo, han presentado grandes dificultades para resolver los de ECE, ya que en la mayoría de los casos saben decir en qué grupo hay más elementos, pero no entienden a qué nos referimos con la pregunta cuántos más. Dichos resultados confirman las investigaciones de Didáctica de las Matemáticas en relación a la estructura semántica de los problemas y su orden de dificultad.

Por otro lado, con respecto al tamaño de los datos, les facilita mucho la resolución del problema el hecho de que los números sean pequeños, y parecen comprender mejor el significado de la suma que el de la resta. Esto ha hecho que los alumnos obtengan mayor porcentaje de éxito en aquellos problemas donde los datos eran menores que “5”.

El grado de contextualización de los problemas ha sido alto dado que todos los enunciados han tenido como contexto el cuento de los “tres cerditos” y, como hemos indicado anteriormente, ha resultado innovador y motivador para los alumnos y pensamos que ha facilitado el éxito en la resolución de los problemas.

De forma paralela a la enseñanza de los significados de la suma y de la resta, se ha introducido y evaluado la enseñanza de hechos numéricos muy básicos de la suma y de la resta; concluyendo que en este caso el tamaño de los números ha sido determinante así como su orden, ya que parece que los alumnos de esta edad todavía no comprenden la propiedad conmutativa y les resulta mucho más sencillo calcular “3+1” que “1+3”. Además, hemos podido constatar que la suma resulta mucho más sencilla que la resta, ya que en el caso de esta última, la mayoría de alumnos no entienden su significado, y

en el caso de aquellos que sí lo comprenden, todavía no tienen asimilado el procedimiento adecuado para realizar el cálculo de la resta.

Por otra parte, destacar también que a lo largo del desarrollo de la propuesta los alumnos por medio de situaciones de aprendizaje social han ido imitando a otros compañeros y probando nuevas estrategias de resolución que les han llevado a descubrir nuevos métodos más eficaces, pudiendo dejar a un lado los contadores o el material manipulativo, en algunas ocasiones, para resolver los problemas y calcular los hechos numéricos de suma y resta. En este sentido, consideramos que la metodología de aula que se ha seguido a la hora de que los alumnos representasen en grupos las respuestas que previamente habían obtenido de modo individual ha sido muy adecuada porque ha posibilitado la verbalización y el consenso entre los alumnos acerca de las acciones realizadas para resolver los problemas

Finalmente, podemos concluir diciendo que la propuesta parcial de enseñanza llevada a cabo en el aula de 4 años del colegio “La Salle Montemolín” de Zaragoza ha sido viable, ya que como indica la docente, ha sido planteada teniendo como principios básicos la manipulación y la experimentación, y ha permitido a los alumnos avanzar en su aprendizaje, evolucionando hacia estrategias de resolución más eficaces. Además, hemos podido constatar que los alumnos de 4 años cuentan con grandes posibilidades para poder realizar actividades más complejas de lo que habitualmente realizan en el aula, sin embargo, la forma de trabajar debería distar de la metodología de fichas y basarse en el juego, la manipulación y la experimentación.

## V. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., y Empson, S. B. (1999). *Children's mathematics. Cognitively guided instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Carpenter, T.P. y Moser, J.M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grade one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15, 179-202.
- Carpenter, T.P., Ansell, E., Franke, M.L., Fennema, E. y Weisbeck, L. (1993). Models of problem solving: Study of kindergarten children's problem-solving processes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(5), 428-441.
- Carpenter, T.P., y Lehrer, R. (1999). Teaching and learning mathematics with understanding. En Fennema, E., y Romberg, T.A. (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 19–32). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Castro, E., Cañadas, M. C. y Castro-Rodríguez, E. (2013). Pensamiento numérico en edades tempranas. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(2), 1-11.
- Chamorro, M.C. (2011). *La mejora del aprendizaje del área lógico-matemática desde el análisis del currículo de Educación Infantil*. *Educatio Siglo XXI*, vol. 29 (2011), pp. 23-40. Universidad Complutense de Madrid.
- Cid, E., Escolano, R. y Muñoz, J.M. (2013). *Apuntes de clase de Didáctica de la Aritmética I*.
- De Castro, C. y Escorial, B. (2007). Resolución de problemas aritméticos verbales en la Educación Infantil: Una experiencia de enfoque investigativo. *Indivisa, monografía IX*, 23-47.
- De Castro, C., Pastor, C., Pina, L. C., Rojas, M. I., Escorial, B. (2009). Iniciación al estudio de las matemáticas de las cantidades. *Unión: revista iberoamericana de Educación Matemática*, 18, 105-128.

- Fuson, K.C. (1992). Research on whole number addition and subtraction. En Grouws, D. (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 243-275). New York: Macmillan.
- Hughes, M. (1981). Can pre-school children add and subtract? *Educational Psychology*, 1, 207-219.
- Marín, M. (2003). Cuentos para aprender Matemáticas. *ACTAS III Jornadas Provinciales de Matemáticas*. Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid. Madrid. Madrid, 89-102.
- Marín, M. (2007). El valor matemático de un cuento. *Sigma: revista matemática*, 31, 11-26.
- Marín, M. (2013). *Cuentos para aprender y enseñar matemáticas en Educación Infantil*. Madrid: Narcea.
- Maza, C. (1991). *Enseñanza de la suma y de la resta*. Madrid: Editorial Síntesis.
- ORDEN de 28 de marzo de 2008, por la que se aprueba el currículo de la Educación Infantil y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón, BOA nº 43 de 14 de abril de 2008.
- Puig, L. y Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Ramírez, M. (2015). *Desarrollo de conocimientos matemáticos informales a través de resolución de problemas aritméticos verbales en primer curso de educación primaria* (tesis doctoral). Universidad Complutense de Madrid, Madrid.
- Siegler, R. S. y Robinson, M. (1982). The development of numerical understandings. En Reese, H.W., y Lipsitt, L.P. (Eds.). *Advances in child development and behaviour* (pp. 242-312). New York: Academic Press.
- Starkey, P. y Gelman, R. (1982). The development of addition and subtraction abilities prior to formal schooling in arithmetic. En Carpenter, T.P., Moser, J.M., y Romberg, T.A. (Eds.). *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp. 99-116). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Vergnaud, G. (2002). Problemas aditivos y multiplicativos. En Chamorro, M.C. (Ed.). *Las dificultades de aprendizaje de las matemáticas* (pp. 189-228). Madrid: MECED.

# **VI. ANEXOS**



## ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1: cuento de “Los tres cerditos” .....	75
Anexo 2: fichas de lógico-matemáticas “Matemáticas – cuaderno de números 2” editorial Oxford .....	79
Anexo 3: Entrevista a la maestra-tutora del aula de 4 años .....	81
Anexo 4: Cartas de Ulises .....	82
Anexo 5: Estrategias utilizadas en la resolución del problema 1 .....	83
Anexo 6: Imágenes de resolución del problema 1 .....	88
Anexo 7: Dibujos del problema 1 .....	89
Anexo 8: Estrategias utilizadas en la resolución del problema 2 .....	90
Anexo 9: Imágenes de la resolución del problema 2.....	95
Anexo 10: Dibujos de la resolución del problema 2 .....	96
Anexo 11: Estrategias utilizadas en la resolución del problema 3 .....	97
Anexo 12: Imágenes de resolución del problema 3 .....	101
Anexo 13: Dibujos de la resolución del problema 3 .....	102
Anexo 14: Resultados de la ficha 1.....	103
Anexo 15: Estrategias utilizadas en la resolución del problema 4 .....	106
Anexo 16: Imágenes de resolución del problema 4 .....	111
Anexo 17: Dibujos de la resolución del problema 4 .....	112
Anexo 18: Estrategias utilizadas en la resolución del problema 5 .....	113
Anexo 19: Imágenes de la resolución del problema 5.....	119
Anexo 20: Dibujos de la representación del problema 5.....	120
Anexo 21: Estrategias utilizadas en la resolución del problema 6 .....	121
Anexo 22: Imágenes de resolución del problema 6 .....	127
Anexo 23: Dibujos de la resolución del problema 6 .....	128
Anexo 24: Estrategias utilizadas en la resolución del problema 7 .....	129
Anexo 25: Imágenes de la resolución del problema 7.....	134
Anexo 26: Dibujos de la resolución del problema 7 .....	135
Anexo 27: Resultados de la ficha 2.....	136
Anexo 28: Resultados de la ficha 3.....	139
Anexo 29: Resultados de la ficha 4.....	142
Anexo 30: Resultados de la ficha 5.....	145
Anexo 31: Tabla de resultados de la resolución de problemas .....	148
Anexo 32: Tabla de resultados de las fichas de hecho numéricos .....	150

**Anexo 1: cuento de “Los tres cerditos”****LOS TRES CERDITOS**

Érase una vez tres hermanos cerditos que decidieron que ya había llegado el momento de vivir separados, pero para ello tenían que construir una casa para cada uno. Los tres fueron al mercado: el pequeño compró paja; el mediano, madera; y el mayor, ladrillos. Una vez que tenían todo lo necesario se pusieron manos a la obra.

El cerdito pequeño tardó muy poco en construir su casa de paja.

- ¡Qué listo he sido! Ahora podré sentarme a descansar y comer manzanas. Me comeré tres verdes y dos rojas.

Pasado un rato, el cerdito pequeño fue a visitar a sus hermanos.

El cerdito mediano también estaba terminando su casa de madera. Había colocado cuatro plantas en las ventanas, pero el cerdito pequeño decidió recoger flores del campo para poder poner una más.

- ¡Ya hemos terminado! Ahora podremos descansar.

Los dos hermanos fueron a visitar a su hermano mayor que todavía estaba construyendo su casa.

- ¿Todavía no has terminado? – le preguntaron sus hermanos.
- Quiero construir una casa grande y fuerte, por eso he puesto ocho ladrillos.

Entonces los hermanos pequeños empezaron a molestarle y tres de los ladrillos se cayeron al suelo. El cerdito mayor se enfadó mucho con ellos y les mandó que se marcharan.

A la mañana siguiente todas las casas estaban terminadas. ¡Habían quedado preciosas! Y aunque todas ellas eran diferentes también se parecía ya que cada una tenía dos ventanas y una puerta.

Los tres hermanos se pasaron toda la mañana jugando, cuando de repente apareció un lobo hambriento y se abalanzó sobre ellos. Los cerditos empezaron a correr y cada uno se refugió en su casa.

El más pequeño llegó el primero pero tenía mucho miedo porque su casa estaba a oscuras. Entonces se le ocurrió una gran idea y encendió velas para alumbrarla. Justo cuando había terminado, el lobo llegó a su casa, empezó a soplar y soplar y apagó cuatro. El cerdito estaba muy asustado pero todavía le quedaban tres encendidas.

En un último soplido el lobo consiguió derrumbar la casa entera y el cerdito pequeño salió corriendo hacia la casa del mediano. Este le abrió la puerta y le dijo que podía estar tranquilo, pues su casa era de madera y el lobo no podría derrumbarla. Así que los dos hermanos se sentaron a tomar el té.

Seguidamente, el lobo llegó a la casa y sopló y sopló y consiguió derrumbarla; así que los dos hermanos salieron corriendo hacia casa del cerdito mayor.

El lobo les persiguió pero cuando llegó a la casa de ladrillos se dio cuenta de que era demasiado grande. Comenzó a soplar y soplar pero no podía derrumbarla, así que pensó en utilizar una escalera que le facilitara el trabajo. El lobo lo intentó de nuevo subiendo dos peldaños, pero sopló y sopló y no lo consiguió. Sin rendirse volvió a intentarlo de nuevo, y esta vez subió cuatro peldaños.

Después de tantos intentos la casa seguía sin derrumbarse, por lo que el lobo decidió entrar por la chimenea. Pero los cerditos habían colocado un cubo de agua caliente y el lobo se quemó el culo. Entonces empezó a gritar, salió corriendo al bosque y no volvió a molestar a los cerditos nunca más.

Los tres hermanos se abrazaron muy contentos y le dieron las gracias a su hermano mayor, pues solo su casa había servido para protegerles.

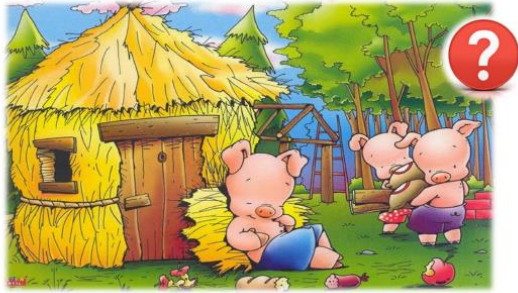


Érase una vez tres hermanos cerditos que decidieron que ya había llegado el momento de vivir separados, pero para ello tenían que construir una casa para cada uno.



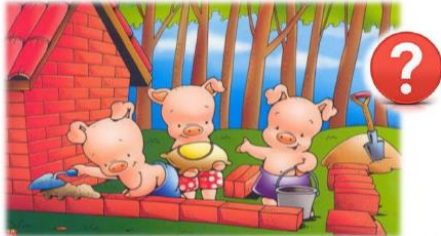
Los tres fueron al mercado: el pequeño compró paja, el mediano, madera, y el mayor, ladrillos. Una vez que tenían todo lo necesario se pusieron manos a la obra.





El cerdito pequeño tardó muy poco en construir su casa de paja.  
 - ¡Qué listo he sido! Ahora podré sentarme a descansar y comer manzanas. Me comeré tres verdes y dos rojas.  
 Pasado un rato, el cerdito pequeño fue a visitar a sus hermanos.

Los dos hermanos fueron a visitar a su hermano mayor que todavía estaba construyéndose su casa.  
 - ¿Todavía no has terminado? - le preguntaron.  
 - Quiero construir una casa grande y fuerte, por eso he puesto cinco ladrillos.

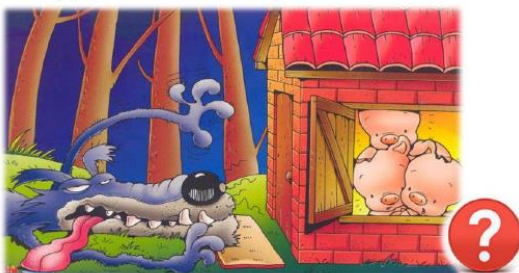


Entonces los hermanos pequeños empezaron a molestarle y tres de los ladrillos se cayeron al suelo. El cerdito mayor se enfadó mucho con ellos y les mandó que se marcharan.

El más pequeño llegó el primero pero tenía mucho miedo porque su casa estaba a oscuras. Entonces se le ocurrió una gran idea y encendió velas para alumbrarla. Justo cuando había terminado, el lobo llegó a su casa, empezó a soplar y soplar y apagó cuatro. El cerdito estaba muy asustado pero todavía le quedaba una encendida.



El lobo lo persiguió pero cuando llegó a la casa de ladrillos se dio cuenta de que era demasiado grande. Comenzó a soplar y soplar pero no podía derribarla, así que pensó en utilizar una escalera que le facilitara el trabajo. El lobo lo intentó de nuevo subiendo dos peldaños, pero sopló y sopló y no lo consiguió. Sin rendirse volvió a intentarlo, y esta vez subió cinco peldaños.



El cerdito mediano también estaba terminando su casa de madera. Había colocado cuatro plantas en las ventanas, pero el cerdito pequeño decidió recoger flores del campo para poder poner una más.

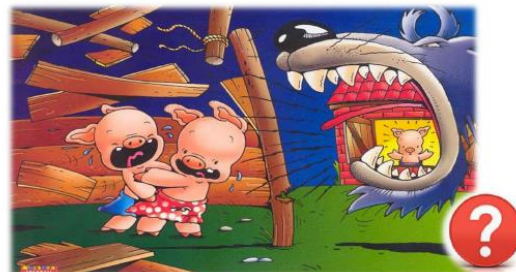


- ¡Ya hemos terminado! Ahora podremos descansar.



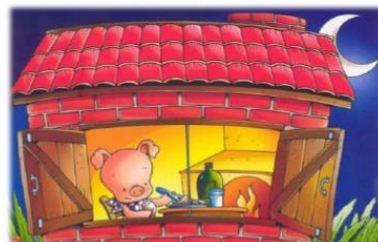
A la mañana siguiente todas las casas estaban terminadas. Habían quedado preciosas! Y aunque todas ellas eran diferentes también se parecían ya que cada una tenía dos ventanas y una puerta.

Los tres hermanos se pasaron toda la mañana jugando, cuando de repente apareció un lobo hambriento y se abalanzó sobre ellos. Los cerditos empezaron a correr y cada uno se refugió en su casa.



En un último soplo el lobo consiguió derribar la casa entera y el cerdito pequeño salió corriendo hacia la casa del mediano. Este le abrió la puerta y le dijo que podía estar tranquilo, pues su casa era de madera y el lobo no podría derribarla. Así que los dos hermanos se sentaron a tomar el té. Seguidamente, el lobo llegó a la casa y sopló y sopló y consiguió derribarla, entonces, los dos hermanos salieron corriendo hacia casa del cerdito mayor.

Después de tantos intentos la casa seguía sin derribarse, por lo que el lobo decidió entrar por la chimenea. Pero los cerditos habían colocado un cubo de agua caliente y el lobo se quemó el culo. Entonces empezó a gritar, salió corriendo al bosque y no volvió a molestar a los cerditos nunca más.



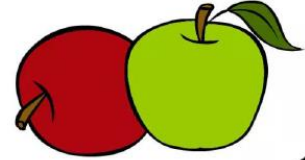
Los tres hermanos se abrazaron muy contentos y le dieron las gracias a su hermano mayor, pues solo su casa había servido para protegerles.





FIN

SI EL CERDITO PEQUEÑO SE COMIÓ 3 MANZANAS VERDES Y 2 ROJAS ¿CUÁNTAS MANZANAS SE COMIÓ EN TOTAL?



EL CERDITO MEDIANO HABÍA COLOCADO 4 PLANTAS PERO EL CERDITO PEQUEÑO PUSO 1 MÁS ¿CUÁNTAS PLANTAS HAY AHORA EN LA CASA?



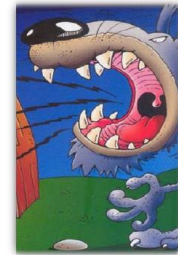
EL CERDITO MAYOR HABÍA COLOCADO 5 LADRILLOS Y 3 DE ELLOS SE CAYERON AL SUELO ¿CUÁNTOS LADRILLOS QUEDAN AHORA?



SI CADA CASA TENÍA 2 VENTANAS ¿CUÁNTAS VENTANAS HABÍA ENTRE TODAS LAS CASAS?



EL LOBO HABÍA APAGADO 4 VELAS PERO TODAVÍA QUEDÓ 1 ENCENDIDA ¿CUÁNTAS VELAS HABÍA ENCENDIDO EL CERDITO AL PRINCIPIO?



EL CERDITO MEDIANO TENIA 6 TAZAS, UNAS AZULES Y OTRAS ROJAS. SI 4 ERAN AZULES ¿CUÁNTAS ERAN ROJAS?



LA PRIMERA VEZ EL LOBO SUBIÓ 2 PELDAÑOS Y LA SEGUNDA VEZ 5 ¿CUÁNTOS PELDAÑOS SUBIÓ MÁS LA SEGUNDA VEZ QUE LA PRIMERA?



**Anexo 2: fichas de lógico-matemáticas “Matemáticas – cuaderno de números 2” editorial Oxford**

Añadimos las imágenes del libro de texto utilizado en el colegio, indicando en el pie de foto las indicaciones que se dan de cada una de las fichas.

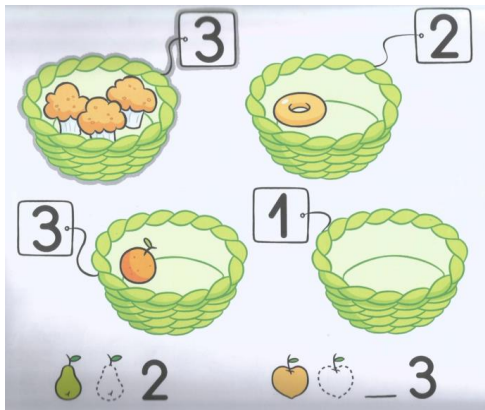


Ilustración 2.1. Ficha 3: Composición intuitiva.

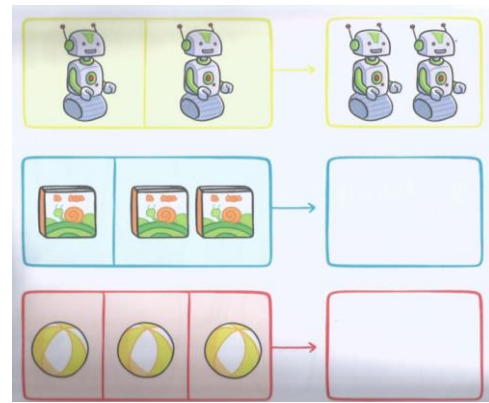


Ilustración 2.2. Ficha 5: Composición intuitiva.

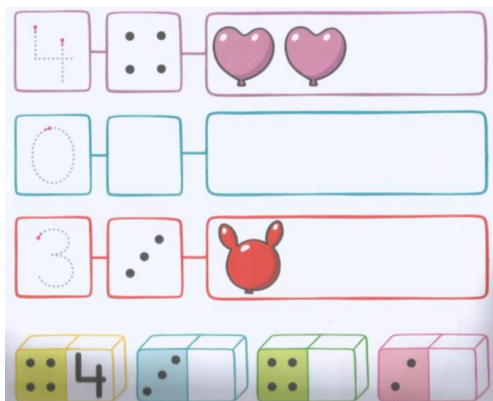


Ilustración 2.3. Ficha 10: Composición intuitiva.

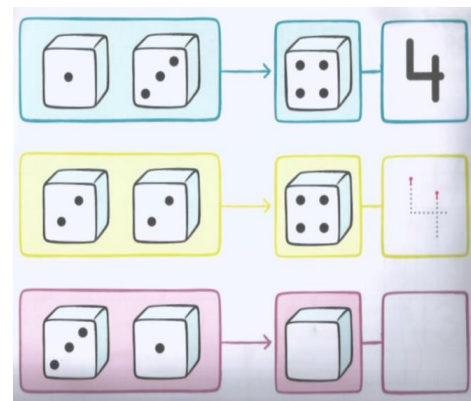


Ilustración 2.4. Ficha 12: Asociación cantidad y grafía.

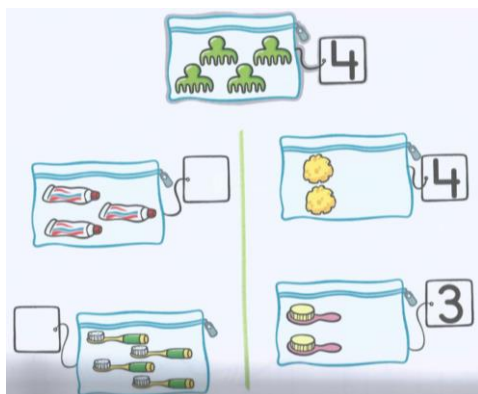


Ilustración 2.5. Ficha 13: Asociación cantidad y grafía.

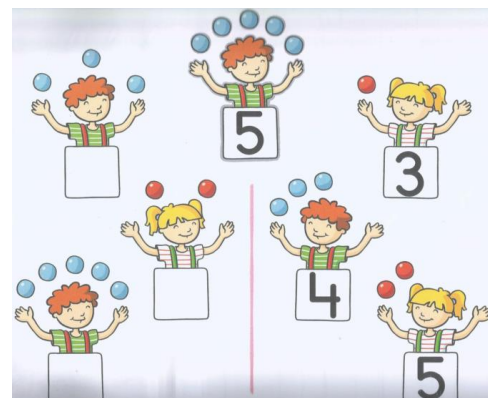


Ilustración 2.6. Ficha 19: Composición intuitiva.

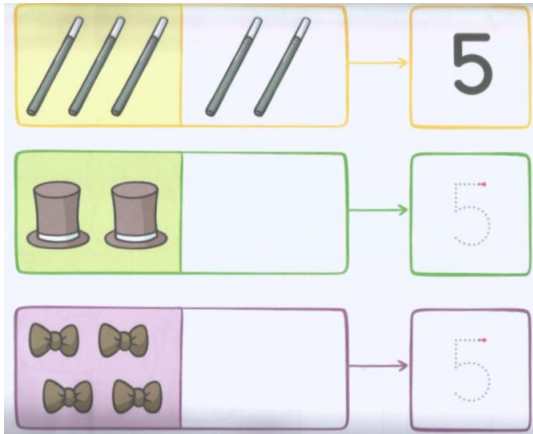


Ilustración 2.7. Ficha 20: Composición intuitiva.

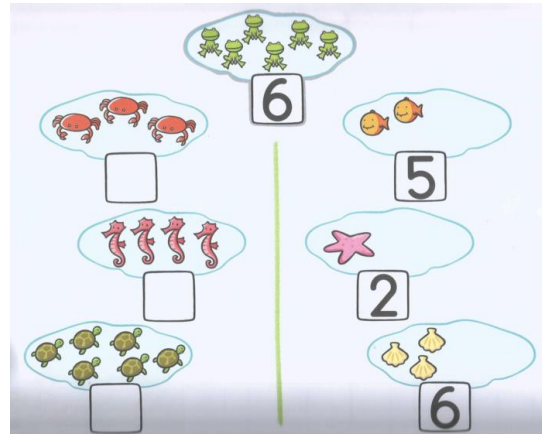


Ilustración 2.8. Ficha 26: Asociación cantidad y grafía.

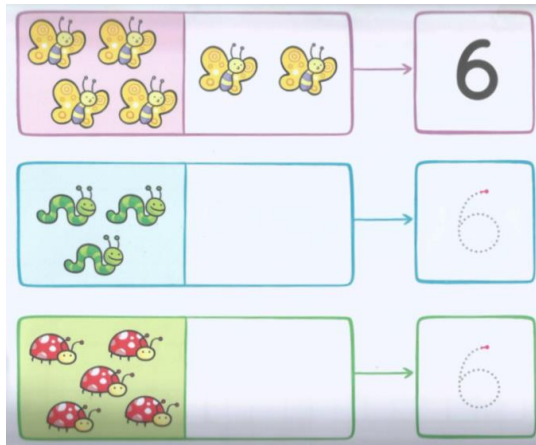


Ilustración 2.9. Ficha 27: Composición intuitiva.

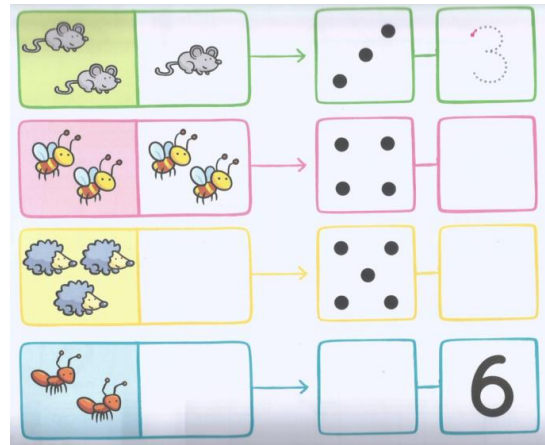


Ilustración 2.10. Ficha 29: Composición intuitiva.

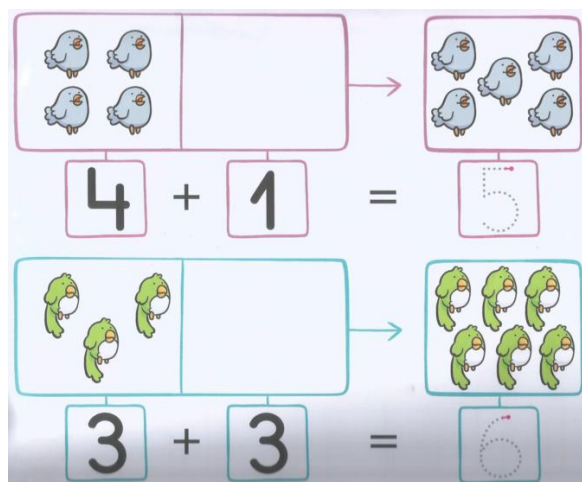


Ilustración 2.11. Ficha 31: Composición.



## Anexo 3: Entrevista a la maestra-tutora del aula de 4 años

**ENTREVISTA A LA MAESTRA TUTORA DE 4 AÑOS SOBRE LA  
ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN INFANTIL.**

1. ¿Piensas que los niños de 4 años pueden comprender el significado de la suma y de la resta de números naturales?

Si, considero que en relación a la suma y resta, los alumnos de 4 años pueden comprender y llegar a hacer mucho más de lo que se enseña. Sin embargo, esto requiere una forma de trabajo diferente a la que normalmente se utiliza, dado que los alumnos tienen que experimentar con sus propias manos hasta llegar a comprender lo que hacen.

2. Sobre el libro de texto utilizado en el aula, ¿crees que explica el significado de la suma o la resta de números mediante las ideas de juntar, añadir, separar, quitar o comparar?

No, considero que el libro de texto limita el pensamiento de los niños y les lleva a hacer acciones mecánicas que muchas veces ni terminan de comprender. Además, considero que las acciones comparativas a cada operación las debe aportar el docente y quedar a su elección, ya que la editorial tampoco proporciona una guía en lo que se indique el procedimiento a seguir en cada una de las fichas.

3. Las actividades que he realizado aprovechando la estancia en prácticas escolares, ¿crees que han sido adecuadas y han ayudado a la comprensión por parte de los alumnos?


Si, como he indicado en las preguntas anteriores, considero que lo sustancial de las matemáticas al igual que lo de otras materias, debe ser experimental y manipulativa ya que esto facilita en gran medida la comprensión por parte de los alumnos. Con respecto a la propuesta que has realizado, tiene muy en cuenta estos principios y considero que ha ayudado a que los niños hayan comprendido mejor.

4. ¿Qué podríamos haber hecho para mejorar dichas actividades?

Considero que la propuesta ha sido motivadora para los alumnos y a la vez les ha servido para aprender. Quizá un punto a mejorar podría ser que los alumnos tuvieran todavía más tiempo de manipulación antes de introducir la representación gráfica de las sumas y restas, ya que como hemos observado, los alumnos han obtenido buenos resultados en estas tareas cuando han contado con ayuda, pero no tan buenos cuando lo realizan por sí mismos.



## Anexo 4: Cartas de Ulises



Queridos alumnos de 2º de infantil C:


Como ya sabéis soy Ulises, y esta vez os escribo por algo urgente.

Me han regalado un cuento nuevo, el de "Los tres cerditos" ¿lo conocéis? Pero necesito vuestra ayuda para entenderlo.


El cuento tiene algunos problemas con números y todo eso que aprendéis en el cole que tendréis que resolver. Cuando ya tengáis todos hechos podéis mandármelos en una carta y así podré leer el cuento.

Os envío el cuento para que lo podáis leer con ayuda de vuestras maestras. Espero que os guste mucho y podáis ayudarme.

Nos vemos muy pronto:



Fdo: Ulises




Queridos alumnos de 2º de infantil C:

Me han contado vuestras maestras que estáis resolviendo los problemas del cuento de maravilla, ¡había que me ayudaríais!

Como lo estáis haciendo tan bien os mando un juego nuevo. Consiste en resolver unas pruebas con unas regletas de colores, pero para poder quedáros el juego en vuestra clase tendréis que mandarme las pruebas superadas.

Os envío el juego para que podáis probarlo. Espero que os guste mucho y vuestras maestras puedan ayudaros.

Nos vemos muy pronto:



Fdo: Ulises

**Anexo 5: Estrategias utilizadas en la resolución del problema 1**

**PROBLEMA 1:** *Si el cerdito pequeño se comió 3 manzanas verdes y 2 rojas ¿cuántas manzanas se comió en total?*

**Tipo:** Estado – Estado – Estado con la incógnita en el Estado final (suma).

**Estrategias a utilizar:**

1. *Recuento de todos:* el niño representa mediante la utilización de materiales las dos colecciones de las que habla el problema. Posteriormente junta o añade todos los elementos y vuelve a contarlos.
2. *Representación mental del problema y resolución del mismo sin material:* el niño representa los datos del problema mentalmente en su cabeza y procede a su resolución sin utilizar material. Posteriormente explica cómo lo ha realizado.
3. *Recitado del primer sumando y recuento del segundo sumando:* se recitan los números hasta llegar al primer sumando sin representar los objetos con materiales, y posteriormente se cuentan los objetos de la colección que representa al segundo sumando.
4. *Recitado del sumando mayor y recuento del menor:* es similar a la anterior pero en este caso se recitan los números del sumando mayor y de cuentan los elementos que representan al menor.
5. *Recuento a partir del sumando mayor:* el niño construye una colección de objetos que representa al sumando menor y la cuenta partiendo del sumando mayor.

ALUMNOS	ESTRATEGIA	PROCEDIMIENTO	COMENTARIOS
1. Diego	Recuento de todos.	Coge tres tapones verdes, después dos rojos, junta todos y los cuenta diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para la resolución.
Solución: 5			
2. Alonso			Únicamente juega porque no

Solución: -			comprende la tarea.
3. Maxim	Recuento de todos.	Coge tres tapones verdes, después dos rojos, junta todos y los cuenta diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para la resolución.
Solución: 5			
4. Ainara			Se encuentra ausente.
Solución: -			
5. Felipe			Se encuentra ausente.
Solución: -			
6. Daniela R.	Recuento de todos.	Coge tres tapones verdes, después dos rojos, junta todos y los cuenta diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para la resolución.
Solución: 5			
7. Carlota	Recuento de todos.	Coge tres tapones verdes, después dos rojos, junta todos y los cuenta diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para la resolución.
Solución: 5			
8. Kimberly	Recuento de todos.	Coge tres tapones verdes, después dos rojos, junta todos y los cuenta diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para la resolución.
Solución: 5			
9. Irene	Recuento de todos.	Coge tres tapones verdes, después dos rojos, junta todos y los cuenta diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para la resolución.
Solución: 5			

10. Aroa	Recuento de todos.	de	Coge tres tapones verdes, después dos rojos, junta todos y los cuenta diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para la resolución.
Solución: 5				
11. Leyre	Recuento de todos.	de	Coge tres tapones verdes, después dos rojos, junta todos y los cuenta diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para la resolución.
Solución: 5				
12. Noa	Recuento de todos.	de	Coge tres tapones verdes, después dos rojos, junta todos y los cuenta diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para la resolución.
Solución: 5				
13. Inés	Recuento de todos.	de	Presenta dudas en su resolución ya que no distingue muy bien entre el conjunto total y los datos indicados en el problema.	Utiliza tapones para la resolución.
Solución: 5				
14. Alejandra	Recuento de todos.	de	Coge tres tapones verdes, después dos rojos, junta todos y los cuenta diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para la resolución.
Solución: 5				
15. Hugo	Recuento de todos.	de	Presenta dudas en su resolución ya que no distingue muy bien entre el conjunto total y los datos indicados en el problema.	Utiliza tapones para la resolución.
Solución: 5				
16. Laura	Recuento de todos.	de	Coge tres tapones verdes, después dos rojos, junta todos y los cuenta diciendo “uno, dos, tres, cuatro y	Utiliza tapones para la resolución.
Solución: 5				

		cinco”.	
17. Daniela L.	Representación mental y resolución sin material.	Representa mentalmente tres manzanas verdes y dos rojas y procede a contar todas. Posteriormente, explica cómo lo ha hecho.	Lo realiza mentalmente. Tiene la idea de suma, ya que así lo indica en el dibujo grupal.
Solución: 5			
18. Damaris	Recuento de todos.	Coge tres tapones verdes, después dos rojos, junta todos y los cuenta diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para la resolución.
Solución: 5			
19. Samuel			Juega y dice las soluciones que dan otros porque no sabe resolver la tarea.
Solución: -			
20. Leo			Únicamente juega con los tapones porque no sabe resolver la tarea.
Solución: -			
21. Adrián	Representación mental y resolución sin material.	Representa mentalmente tres manzanas verdes y dos rojas y procede a contar todas. Posteriormente, explica cómo lo ha hecho.	Lo resuelve mentalmente.
Solución: 5			
22. Valeria	Recuento de todos.	Coge tres tapones verdes, después dos rojos, junta todos y los cuenta diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para la resolución.
Solución: 5			

23. Marco	Representación mental y resolución sin material.	Representa mentalmente tres manzanas verdes y dos rojas y procede a contar todas. Posteriormente, explica cómo lo ha hecho.	Lo resuelve mentalmente.
Solución: 5			
24. Millán	Recuento de todos.	Coge tres tapones verdes, después dos rojos, junta todos y los cuenta diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para la resolución.
Solución:			
25. Alejandro			Se encuentra ausente.
Solución: -			

### Anexo 6: Imágenes de resolución del problema 1



Ilustración 6.1. Resolución del problema 1 con taponés.

**Anexo 7: Dibujos del problema 1**

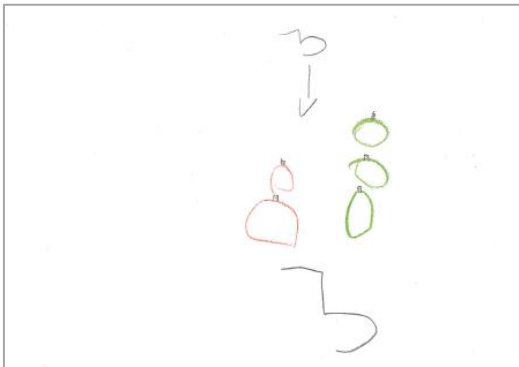


Ilustración 7.1. Equipo amarillo.



Ilustración 7.2. Equipo azul.

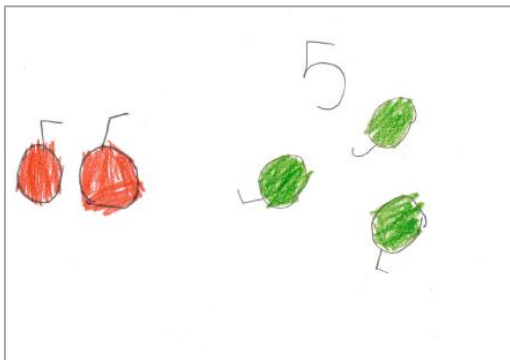


Ilustración 7.3. Equipo naranja.

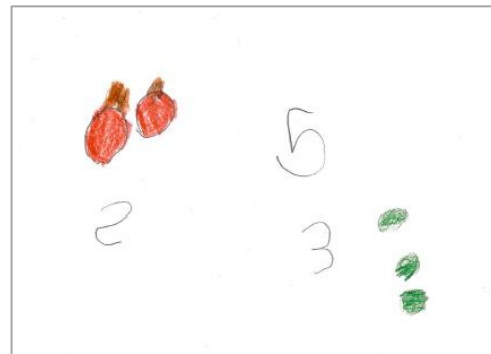


Ilustración 7.4. Equipo rojo.



Ilustración 7.5. Equipo verde.



**Anexo 8: Estrategias utilizadas en la resolución del problema 2**

<b>PROBLEMA 2: El cerdito mediano había colocado 4 plantas pero el cerdito pequeño puso 1 más ¿cuántas plantas hay ahora en la casa?</b>			
<b>Tipo:</b> Estado – Transformación – Estado con la incógnita en el Estado final (suma).			
<b>Estrategias a utilizar:</b>			
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <i>Recuento de todos:</i> el niño representa mediante la utilización de materiales las dos colecciones de las que habla el problema. Posteriormente junta o añade todos los elementos y vuelve a contarlos.</li> <li>2. <i>Representación mental del problema y resolución del mismo sin material:</i> el niño representa los datos del problema mentalmente en su cabeza y procede a su resolución sin utilizar material. Posteriormente explica cómo lo ha realizado.</li> <li>3. <i>Recitado del primer sumando y recuento del segundo sumando:</i> se recitan los números hasta llegar al primer sumando sin representar los objetos con materiales, y posteriormente se cuentan los objetos de la colección que representa al segundo sumando.</li> <li>4. <i>Recitado del sumando mayor y recuento del menor:</i> es similar a la anterior pero en este caso se recitan los números del sumando mayor y de cuentan los elementos que representan al menor.</li> <li>5. <i>Recuento a partir del sumando mayor:</i> el niño construye una colección de objetos que representa al sumando menor y la cuenta partiendo del sumando mayor.</li> </ol>			
ALUMNOS	ESTRATEGIA	PROCEDIMIENTO	COMENTARIOS
1. Diego	Recuento de todos (dirigido).	Coge cuatro taponos, añade uno más y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Presenta dudas en la resolución pero es capaz de resolverlo de manera dirigida. Utiliza taponos.
Solución: 5			
2. Alonso			Cuenta los números del 1 al 10

Solución: -			porque no sabe resolver la tarea.
3. Maxim	Recuento de todos (dirigido).	Coge cuatro tapones, añade uno más y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Presenta dudas en la resolución pero es capaz de resolverlo de manera dirigida. Utiliza tapones.
Solución: 5			
4. Ainara	Recuento de todos.	Coge cuatro tapones, añade uno más y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para la resolución.
Solución: 5			
5. Felipe	Representación mental y resolución sin material.	Representa mentalmente cuatro plantas, añade una más y procede a contar todas. Posteriormente, explica cómo lo ha hecho.	Lo realiza mentalmente aunque utiliza tapones posteriormente para explicar cómo lo ha representado en su cabeza.
Solución: 5			
6. Daniela R.	Recuento de todos (dirigido).	Coge cuatro tapones, añade uno más y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Presenta dudas en la resolución pero es capaz de resolverlo de manera dirigida. Utiliza tapones.
Solución: 5			
7. Carlota	Recuento de todos.	Coge cuatro tapones, añade uno más y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para la resolución.
Solución: 5			
8. Kimberly	Recuento de todos.	Coge cuatro tapones, añade uno más y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para la resolución.
Solución: 5			

9. Irene	Recuento de todos (dirigido).	Coge cuatro tapones, añade uno más y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Presenta dudas en la resolución pero es capaz de resolverlo de manera dirigida. Utiliza tapones.
Solución: 5			
10. Aroa	Recuento de todos (dirigido).	Coge cuatro tapones, añade uno más y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Presenta dudas en la resolución pero es capaz de resolverlo de manera dirigida. Utiliza tapones.
Solución: 5			
11. Leyre	Recuento de todos (dirigido).	Coge cuatro tapones, añade uno más y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Presenta dudas en la resolución pero es capaz de resolverlo de manera dirigida. Utiliza tapones.
Solución: 5			
12. Noa	Recuento de todos.	Pone cuatro dedos, después añade uno más y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza los dedos de las manos para la resolución. Intenta hacerlo con tapones para demostrarlo pero no sabe de este modo.
Solución: 5			
13. Inés	Recuento de todos (dirigido).	Coge cuatro tapones, añade uno más y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Presenta dudas en la resolución pero es capaz de resolverlo de manera dirigida. Utiliza tapones.
Solución: 5			
14. Alejandra	Recuento de todos.	Coge cuatro tapones, añade uno más y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para la resolución.
Solución: 5			
15. Hugo			Se encuentra ausente.

Solución: -			
16. Laura	Representación mental y resolución sin material.	Representa mentalmente cuatro plantas, añade una más y procede a contar todas. Posteriormente, explica cómo lo ha hecho.	Lo realiza mentalmente aunque utiliza tapones posteriormente para explicar cómo lo ha representado en su cabeza.
Solución: 5			
17. Daniela L.	Recuento de todos.	Pone cuatro dedos, después añade uno más y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza los dedos de las manos para la resolución.
Solución: 5			
18. Damaris	Recuento de todos.	Coge cuatro tapones, añade uno más y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para resolverlo.
Solución: 5			
19. Samuel	Recuento de todos (dirigido).	Coge cuatro tapones, añade uno más y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Presenta dudas en la resolución pero es capaz de resolverlo de manera dirigida. Utiliza tapones.
Solución: 5			
20. Leo			Juega con los tapones porque no sabe resolverlo.
Solución: -			
21. Adrián	Recuento de todos.	Coge cuatro tapones, añade uno más y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para resolverlo.
Solución: 5			
22. Valeria	Recuento de	Coge cuatro tapones, añade uno más y procede a	Utiliza tapones para resolverlo.

Solución: 5	todos.	contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	
23. Marco	Recuento de todos.	Coge cuatro tapones, añade uno más y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para resolverlo.
Solución: 5			
24. Millán	Representación mental y resolución sin material.	Representa mentalmente cuatro plantas, añade una más y procede a contar todas. Posteriormente, explica cómo lo ha hecho.	Lo realiza mentalmente aunque utiliza tapones posteriormente para explicar cómo lo ha representado en su cabeza.
Solución: 5			
25. Alejandro	Recuento de todos.	Coge cuatro tapones, añade uno más y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones para resolverlo.
Solución: 5			

### Anexo 9: Imágenes de la resolución del problema 2



Ilustración 9.1. Resolución del problema 2 con tapones.



Ilustración 9.2. Resolución del problema 2 con dedos.

**Anexo 10: Dibujos de la resolución del problema 2**

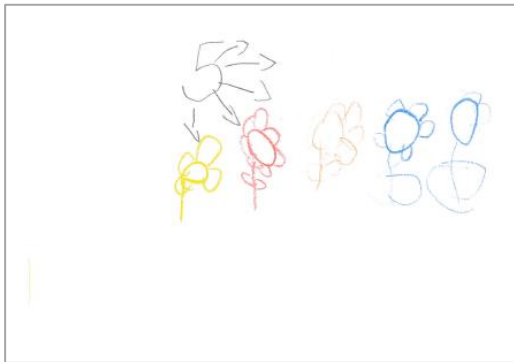


Ilustración 10.1. Equipo amarillo.



Ilustración 10.2. Equipo azul.



Ilustración 10.3. Equipo naranja.

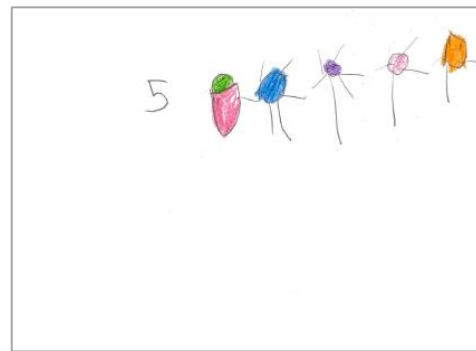


Ilustración 10.4. Equipo rojo.

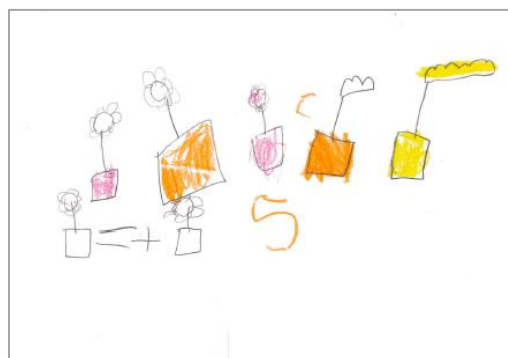


Ilustración 10.5. Equipo verde.

**Anexo 11: Estrategias utilizadas en la resolución del problema 3**

**PROBLEMA 3: El cerdito mayor había colocado 5 ladrillos y 3 de ellos se cayeron al suelo ¿cuántos ladrillos quedan ahora?**

**Tipo:** Estado – Transformación – Estado con la incógnita en el Estado final (resta).

**Estrategias a utilizar:**

1. *Recuento de la diferencia:* consiste en construir dos conjuntos y emparejar los elementos de un conjunto con los del otro para posteriormente contar los que quedan.
2. *Representación mental del problema y resolución del mismo sin material:* el niño representa los datos del problema mentalmente en su cabeza y procede a su resolución sin utilizar material. Posteriormente explica cómo lo ha realizado.
3. *Recuento de lo que queda:* consiste en utilizar objetos para representar el estado inicial para después quitar los que se indican y contar los que quedan.
4. *Recuento hacia atrás:* consiste en contar hacia atrás desde el minuendo tantas veces como indica el sustraendo, normalmente utilizando materiales o dedos.
5. *Recuento desde el sustraendo hasta el minuendo:* consiste en contar desde el sustraendo al minuendo llevando la cuenta de las palabras que se dicen con una colección de elementos o con los dedos para contarlos posteriormente.
6. *Recuento desde el minuendo al sustraendo:* consiste en contar (o hacer marcas o poner objetos) para llevar la cuenta de palabras desde el minuendo hasta nombrar el sustraendo. En ese momento el alumno se para y cuenta los contadores o marcas.

ALUMNOS	ESTRATEGIA	PROCEDIMIENTO	COMENTARIOS
1. Diego	Recuento de todos	Coge cinco taponos, quita tres y procede a contar los que quedan diciendo “uno y dos”.	Presenta dudas en la resolución pero es capaz de resolverlo de manera dirigida. Utiliza taponos.
Solución: 2			



2. Alonso			Juega con los tapones porque no sabe resolverlo.
Solución: -			
3. Maxim	Recuento de todos	Coge cinco tapones, quita tres y procede a contar los que quedan diciendo “uno y dos”.	Presenta dudas en la resolución pero es capaz de resolverlo de manera dirigida. Utiliza tapones.
Solución: 2			
4. Ainara		Se encuentra ausente.	
Solución: 2			
5. Felipe	Recuento de todos	Coge cinco tapones, quita tres y procede a contar los que quedan diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones para resolverlo.
Solución: 2			
6. Daniela R	Recuento de todos	Coge cinco tapones, quita tres y procede a contar los que quedan diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones para resolverlo.
Solución: 2			
7. Carlota	Recuento de todos	Coge cinco tapones, quita tres y procede a contar los que quedan diciendo “uno y dos”.	Presenta dudas en la resolución pero es capaz de resolverlo de manera dirigida. Utiliza tapones.
Solución: 2			
8. Kimberly	Recuento de todos	Coge cinco tapones, quita tres y procede a contar los que quedan diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones para resolverlo.
Solución: 2			
9. Irene	Recuento de todos	Coge cinco tapones, quita tres y procede a contar los que quedan diciendo “uno y dos”.	Presenta dudas en la resolución pero es capaz de resolverlo de manera dirigida. Utiliza tapones.
Solución: 2			
10. Aroa	Recuento de	Coge cinco tapones, quita tres y procede a contar	Utiliza tapones para resolverlo.

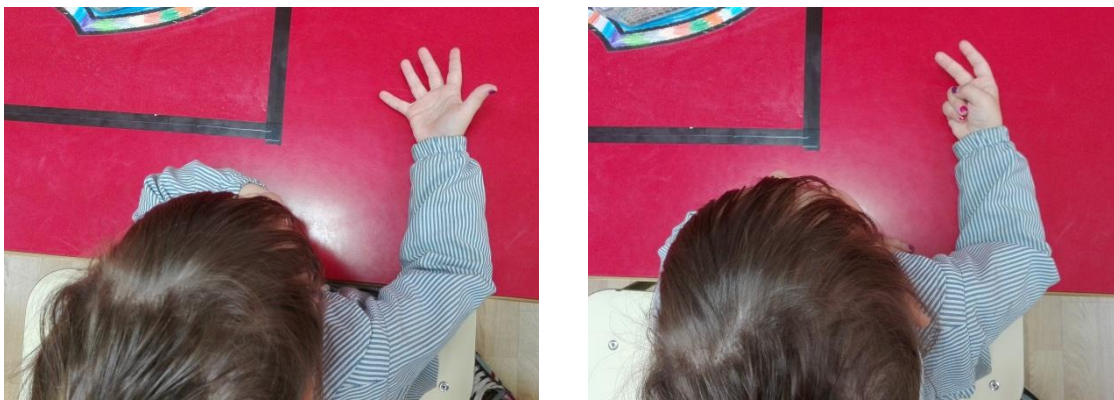
Solución: 2	todos	los que quedan diciendo “uno y dos”.	
11. Leyre	Recuento de	Coge cinco tapones, quita tres y procede a contar	Utiliza tapones para resolverlo.
Solución: 2	todos	los que quedan diciendo “uno y dos”.	
12. Noa	Recuento de	Pone cinco dedos, baja tres y cuenta los que le	Utiliza dedos para resolverlo.
Solución: 2	todos	quedan diciendo “uno y dos”.	
13. Inés	Recuento de	Pone cinco dedos, baja tres y cuenta los que le	Presenta dudas en la resolución pero es capaz de resolverlo de manera dirigida. Utiliza dedos.
Solución: 2	todos	quedan diciendo “uno y dos”.	
14. Alejandra	Recuento de	Se encuentra ausente.	
Solución: 2	todos		
15. Hugo	Recuento de	Coge cinco tapones, quita tres y procede a contar	Utiliza tapones para resolverlo.
Solución: 2	todos	los que quedan diciendo “uno y dos”.	
16. Laura	Recuento de	Coge cinco tapones, quita tres y procede a contar	Utiliza tapones para resolverlo.
Solución: 2	todos	los que quedan diciendo “uno y dos”.	
17. Daniela L	Recuento de	Coge cinco tapones, quita tres y procede a contar	Utiliza tapones para resolverlo.
Solución: 2	todos	los que quedan diciendo “uno y dos”.	
18. Damaris	Recuento de	Coge cinco tapones, quita tres y procede a contar	Utiliza tapones para resolverlo.
Solución: 2	todos	los que quedan diciendo “uno y dos”.	
19. Samuel	-	Coge cinco tapones, quita dos y procede a contar los	Utiliza tapones para resolverlo pero no tiene éxito.
Solución: 3		que quedan diciendo “uno, dos y tres”.	

20. Leo	Recuento de todos	Coge cinco tapones, quita tres y procede a contar los que quedan diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones para resolverlo.
Solución: 2			
21. Adrián	Recuento de todos	Coge cinco tapones, quita tres y procede a contar los que quedan diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones para resolverlo.
Solución: 2			
22. Valeria	Recuento de todos	Coge cinco tapones, quita tres y procede a contar los que quedan diciendo “uno y dos”.	Presenta dudas en la resolución pero es capaz de resolverlo de manera dirigida. Utiliza tapones.
Solución: 2			
23. Marco	Recuento de todos	Coge cinco tapones, quita tres y procede a contar los que quedan diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones para resolverlo.
Solución: 2			
24. Millán	Representación mental y resolución sin material	Representa mentalmente cinco ladrillos, quita tres y procede a contar las que quedan. Posteriormente, explica cómo lo ha hecho.	Lo resuelve mentalmente.
Solución: 2			
25. Alejandro	Recuento de todos	Coge cinco tapones, quita tres y procede a contar los que quedan diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones para resolverlo.
Solución: 2			

### Anexo 12: Imágenes de resolución del problema 3



Ilustraciones 12.1. Resolución del problema 3 con tapones.



Ilustraciones 12.2. Resolución del problema 3 con dedos.

**Anexo 13: Dibujos de la resolución del problema 3**

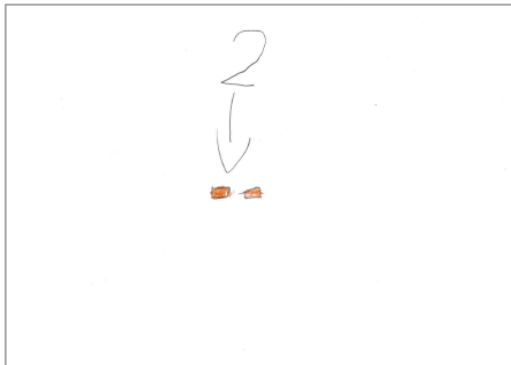


Ilustración 13.1. Equipo amarillo.



Ilustración 13.2. Equipo azul.

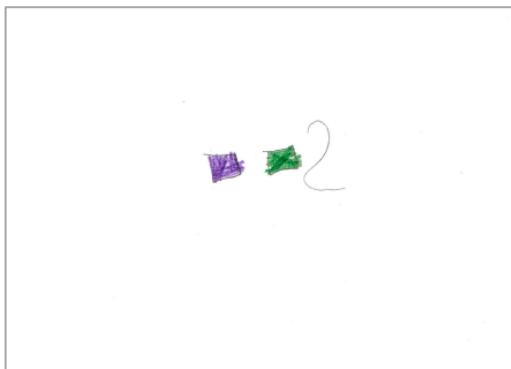


Ilustración 13.3. Equipo naranja.



Ilustración 13.4. Equipo rojo.

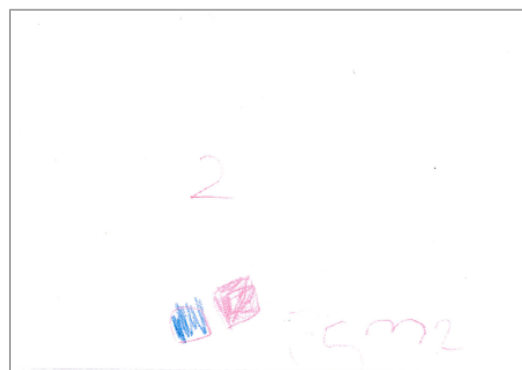


Ilustración 13.5. Equipo verde.

**Anexo 14: Resultados de la ficha 1**

NOMBRE \_\_\_\_\_ Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

DIEGO

NOMBRE ALONSO Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE MAXIM Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE ANARA Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE FELIPE Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 = \*      1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE DANIELA Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE CARLOTTA Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE KIMBERLY Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE IRENE Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE AROA Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE LEVI Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE NOA Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE IVÉS ALLOZA Ficha 1

1 + 1 = \*

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 = \*

NOMBRE ALEXANDRA Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE LIVSO Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE LAURA Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE DANIELA L Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE DAMARIS L SUMAYA Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE SAMUEL Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE LEO Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE ADRIAN Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE KALERIA Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE MARIO Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE MILLÁN Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =

NOMBRE ALEJANDRO Ficha 1

1 + 1 =

2 + 1 =       1 + 2 =

3 + 1 =       1 + 3 =



**Anexo 15: Estrategias utilizadas en la resolución del problema 4****PROBLEMA 4: Si cada casa tenía 2 ventanas ¿cuántas ventanas había entre todas las casas?****Tipo:** Estado – Razón – Estado con la incógnita en el Estado final (estructura multiplicativa).**Estrategias a utilizar:**

1. *Recuento de todos:* el niño representa mediante la utilización de materiales las tres colecciones de las que habla el problema. Posteriormente junta todos los elementos y vuelve a contarlos.
2. *Representación mental del problema y resolución del mismo sin material:* el niño representa los datos del problema mentalmente en su cabeza y procede a su resolución sin utilizar material. Posteriormente explica cómo lo ha realizado.
3. *Recitado del sumando mayor y recuento del menor:* es similar a la anterior pero en este caso se recitan los números del sumando mayor y de cuentan los elementos que representan al menor.
4. *Recuento a partir del sumando mayor:* el niño construye una colección de objetos que representa al sumando menor y la cuenta partiendo del sumando mayor.

ALUMNOS	ESTRATEGIA	PROCEDIMIENTO	COMENTARIOS
1. Diego Solución: 6	Recuento de todos	Hacen 3 montones de 2 tapones cada uno y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.	Utiliza tapones.
2. Alonso Solución: -			Se encuentra ausente.
3. Maxim	Recuento de	Hacen 3 montones de 2 tapones cada uno y procede	Utiliza tapones.

Solución: 6	todos	a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.	
4. Ainara	Recuento de todos	Hacen 3 montones de 2 tapones cada uno y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.	Utiliza tapones.
Solución: 6			
5. Felipe	Recuento de todos	Hacen 3 montones de 2 tapones cada uno y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.	Utiliza tapones.
Solución: 6			
6. Daniela R	Recuento de todos	Levanta dos dedos de una mano, luego otros dos y por último otros dos y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.	Utiliza dedos para la resolución y necesita ayuda.
Solución: 6			
7. Carlota	Recuento de todos	Hacen 3 montones de 2 tapones cada uno y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.	Utiliza tapones.
Solución: 6			
8. Kimberly	Recuento de todos	Hacen 3 montones de 2 tapones cada uno y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.	Utiliza tapones.
Solución: 6			
9. Irene	Recuento de todos	Hacen 3 montones de 2 tapones cada uno y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.	Utiliza tapones.
Solución: 6			

10. Aroa	Recuento de todos	de	Hacen 3 montones de 2 tapones cada uno y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.	Utiliza tapones.
Solución: 6				
11. Leyre	Recuento de todos	de	Hacen 3 montones de 2 tapones cada uno y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.	Utiliza tapones.
Solución: 6				
12. Noa	Recuento de todos	de	Levanta dos dedos de una mano, luego otros dos y por último otros dos y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.	Utiliza los dedos para la resolución y sabe que es una suma.
Solución: 6				
13. Inés	Recuento de todos	de	Levanta dos dedos de una mano, luego otros dos y por último otros dos y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.	Utiliza dedos para la resolución.
Solución: 6				
14. Alejandra	Recuento de todos	de	Levanta dos dedos de una mano, luego otros dos y por último otros dos y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.	Utiliza dedos para la resolución.
Solución: 6				
15. Hugo	Recuento de todos	de	Hacen 3 montones de 2 tapones cada uno y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.	Utiliza tapones.
Solución: 6				
16. Laura	Recuento de todos	de	Hacen 3 montones de 2 tapones cada uno y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco	Utiliza tapones.
Solución: 6				

		y seis”.	
17. Daniela L	Recuento de todos	Levanta dos dedos de una mano, luego otros dos y por último otros dos y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.	Utiliza dedos para la resolución.
Solución: 6			
18. Damaris	Recuento de todos	Hacen 3 montones de 2 tapones cada uno y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.	Utiliza tapones.
Solución: 6			
19. Samuel	Recuento de todos	Hacen 3 montones de 2 tapones cada uno y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.	Utiliza tapones.
Solución: 6			
20. Leo	Recuento de todos	Hacen 3 montones de 2 tapones cada uno y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.	Utiliza tapones.
Solución: 6			
21. Adrián	Recuento de todos	Hacen 3 montones de 2 tapones cada uno y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.	Utiliza tapones.
Solución: 6			
22. Valeria			Se encuentra ausente.
Solución: -			
23. Marco	Recuento de todos	Hacen 3 montones de 2 tapones cada uno y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco	Utiliza tapones.
Solución: 6			

		y seis”.	
24. Millán	Representación mental y resolución sin material	Piensa mentalmente en 2 ventanas de una casa y en 2 de otra y dice que son 4. Posteriormente añade 2 ventanas de la tercera casa y dice que son 6.	Lo realiza mentalmente.
Solución: 6			
25. Alejandro	Recuento de todos	Hacen 3 montones de 2 tapones cada uno y procede a contar todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis”.	Utiliza tapones.
Solución: 6			

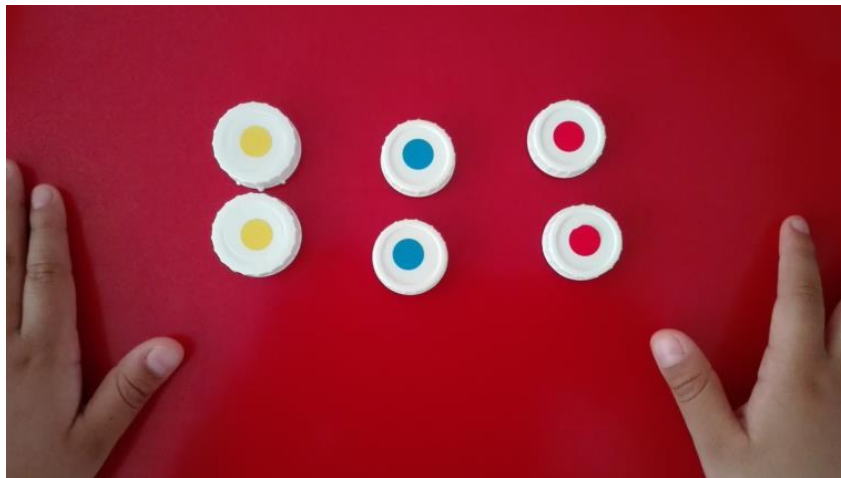
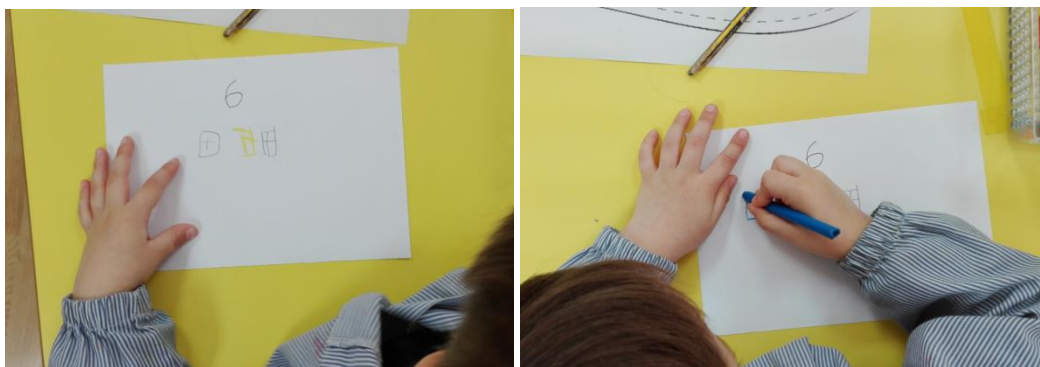
**Anexo 16: Imágenes de resolución del problema 4**

Ilustración 16.1. Resolución problema 4 con tapones.



Ilustraciones 16.2. Realización de la representación del problema 4 (equipo amarillo).



Ilustraciones 16.3. Realización de la representación del problema 4 (equipo azul).

**Anexo 17: Dibujos de la resolución del problema 4**

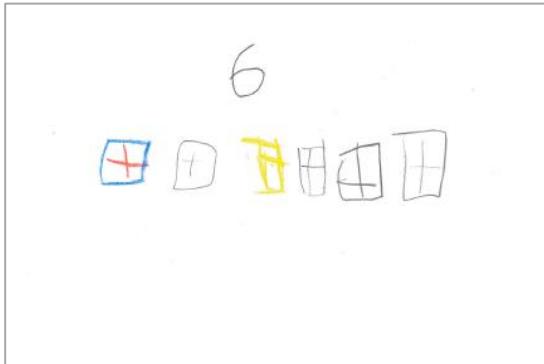


Ilustración 17.1. Equipo amarillo.

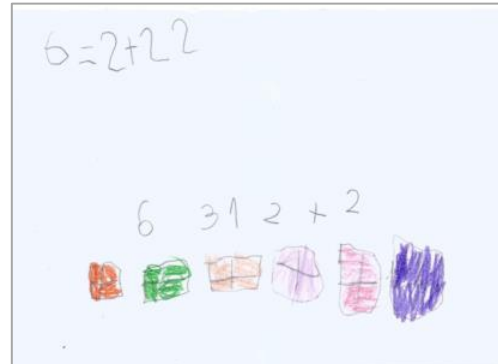


Ilustración 17.2. Equipo azul.

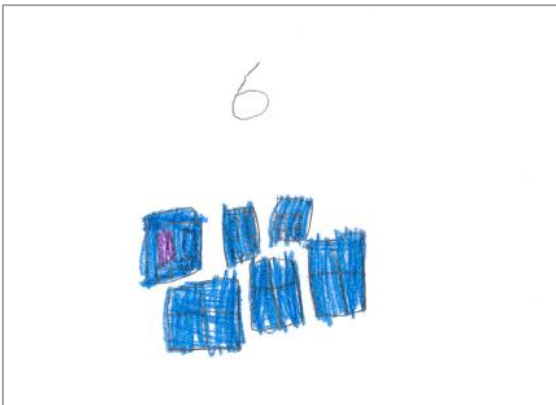


Ilustración 17.3. Equipo naranja.



Ilustración 17.4. Equipo rojo.



Ilustración 17.5. Equipo verde.

**Anexo 18: Estrategias utilizadas en la resolución del problema 5**

**PROBLEMA 5: El lobo había apagado 4 velas pero todavía quedó 1 encendida ¿cuántas velas había encendido el cerdito al principio?**

**Tipo:** Estado – Transformación – Estado con la incógnita en el Estado inicial (suma).

**Estrategias a utilizar:**

1. *Recuento de todos:* el niño representa mediante la utilización de materiales las dos colecciones de las que habla el problema. Posteriormente junta o añade todos los elementos y vuelve a contarlos.
2. *Representación mental del problema y resolución del mismo sin material:* el niño representa los datos del problema mentalmente en su cabeza y procede a su resolución sin utilizar material. Posteriormente explica cómo lo ha realizado.
3. *Recitado del primer sumando y recuento del segundo sumando:* se recitan los números hasta llegar al primer sumando sin representar los objetos con materiales, y posteriormente se cuentan los objetos de la colección que representa al segundo sumando.
4. *Recitado del sumando mayor y recuento del menor:* es similar a la anterior pero en este caso se recitan los números del sumando mayor y de cuentan los elementos que representan al menor.
5. *Recuento a partir del sumando mayor:* el niño construye una colección de objetos que representa al sumando menor y la cuenta partiendo del sumando mayor.

ALUMNOS	ESTRATEGIA	PROCEDIMIENTO	COMENTARIOS
1. Diego	Recuento de todos	Coloca 4 tapones simulando las velas apagadas y añade uno que representa a la encendida. Después cuenta todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones y necesita ayuda en la resolución.
Solución: 5			
2. Alonso	-	Juega con los tapones porque no sabe resolverlo.	



Solución: -			
3. Maxim	Recuento de todos	Coloca 4 tapones simulando las velas apagadas y añade uno que representa a la encendida. Después cuenta todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones y necesita ayuda en la resolución.
Solución: 5			
4. Ainara	Recuento de todos	Coloca 4 tapones simulando las velas apagadas y añade uno que representa a la encendida. Después cuenta todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones.
Solución: 5			
5. Felipe	Representación mental y resolución sin material	Sabe que son 5 pero no sabe explicar cómo lo ha hecho.	Lo realiza mentalmente.
Solución: 5			
6. Daniela R			Se encuentra ausente.
Solución: -			
7. Carlota	Recuento de todos	Coloca 4 tapones simulando las velas apagadas y añade uno que representa a la encendida. Después cuenta todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones.
Solución: 5			
8. Kimberly	Recuento de	Coloca 4 tapones simulando las velas apagadas y	Utiliza tapones.

Solución: 5	todos	añade uno que representa a la encendida. Después cuenta todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	
9. Irene	Recuento de todos	Coloca 4 tapones simulando las velas apagadas y añade uno que representa a la encendida. Después cuenta todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones.
Solución: 5			
10. Aroa	Recuento de todos	Levanta 4 dedos levantados en una mano representando las velas apagadas, y en la otra levanta un dedo simulando la encendida. Después junta las dos manos y procede a contar todos los dedos levantados diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza los dedos.
Solución: 5			
11. Leyre	Recuento de todos	Coloca 4 tapones simulando las velas apagadas y añade uno que representa a la encendida. Después cuenta todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones.
Solución: 5			
12. Noa	Recuento de todos	Levanta 4 dedos levantados en una mano representando las velas apagadas, y en la otra levanta un dedo simulando la encendida. Después	Utiliza los dedos.
Solución: 5			

		junta las dos manos y procede a contar todos los dedos levantados diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	
13. Inés	Recuento de todos	Coloca 4 tapones simulando las velas apagadas y añade uno que representa a la encendida. Después cuenta todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones.
Solución: 5			
14. Alejandra	Recuento de todos	Coloca 4 tapones simulando las velas apagadas y añade uno que representa a la encendida. Después cuenta todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones.
Solución: 5			
15. Hugo	Recuento de todos	Coloca 4 tapones simulando las velas apagadas y añade uno que representa a la encendida. Después cuenta todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones.
Solución: 5			
16. Laura	Representación mental y resolución sin material	Explica que piensa en 4 velas apagadas y 1 encendida y en total son 5.	Lo realiza mentalmente.
Solución: 5			
17. Daniela L	Representación	Explica que piensa en 4 velas apagadas y 1	Lo realiza mentalmente.

Solución: 5	mental y resolución sin material	encendida y en total son 5.	
18. Damaris	Recuento de todos	Levanta 4 dedos levantados en una mano representando las velas apagadas, y en la otra levanta un dedo simulando la encendida. Después junta las dos manos y procede a contar todos los dedos levantados diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza dedos.
Solución: 5			
19. Samuel			Se encuentra ausente.
Solución: -			
20. Leo			Se encuentra ausente.
Solución: -			
21. Adrián	Recuento de todos	Coloca 4 tapones simulando las velas apagadas y añade uno que representa a la encendida. Después cuenta todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones.
Solución: 5			
22. Valeria		Utiliza tapones pero pone 4 y después los quita para dejar solo 1.	
Solución: -			
23. Marco	Recuento de	Coloca 4 tapones simulando las velas apagadas y	Utiliza tapones.

Solución: 5	todos	añade uno que representa a la encendida. Después cuenta todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	
24. Millán	Representación	Sabe que son 5 pero no sabe explicar cómo lo ha hecho.	Lo resuelve mentalmente.
Solución: 5	mental y resolución sin material		
25. Alejandro	Recuento de	Coloca 4 tapones simulando las velas apagadas y añade uno que representa a la encendida. Después cuenta todos diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”.	Utiliza tapones.
Solución: 5	todos		

**Anexo 19: Imágenes de la resolución del problema 5**



Ilustraciones 19.1. Resolución problema 5 con tapones.

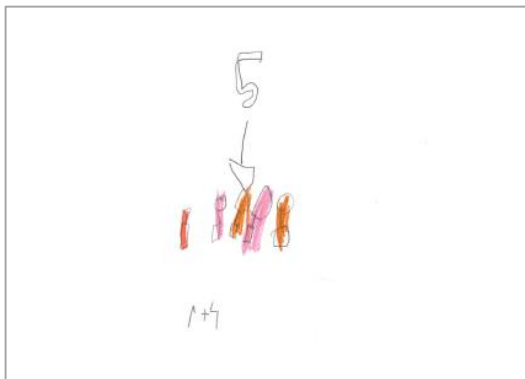
**Anexo 20: Dibujos de la representación del problema 5**

Ilustración 20.1. Equipo amarillo.

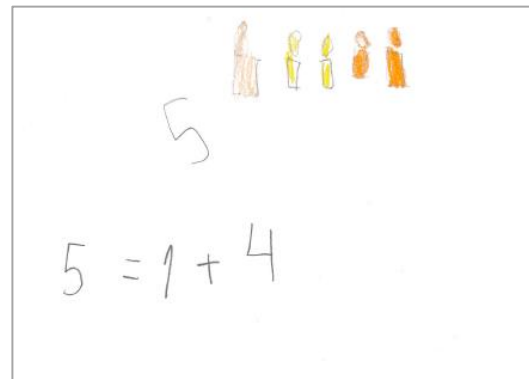


Ilustración 20.2. Equipo azul.



Ilustración 20.3. Equipo naranja.



Ilustración 20.4. Equipo rojo.



Ilustración 20.5. Equipo verde.

**Anexo 21: Estrategias utilizadas en la resolución del problema 6**

**PROBLEMA 6:** *El cerdito mediano tenía 6 tazas, unas azules y otras rojas. Si 4 eran azules ¿cuántas eran rojas?*

**Tipo:** Estado – Estado – Estado con la incógnita en un Estado parcial (resta).

**Estrategias a utilizar:**

1. *Recuento de la diferencia:* consiste en construir dos conjuntos y emparejar los elementos de un conjunto con los del otro para posteriormente contar los que quedan.
2. *Ensayo – error:* consiste en colocar tapones para crear un conjunto de cantidad conocida (en este caso 4 tazas azules) y añadir un número al azar de tapones para representar el otro conjunto. Posteriormente, se cuentan todos empezando por el conjunto de cantidad dada y siguiendo por el de cantidad desconocida hasta escuchar el número total de objetos que nos indica el problema. Finalmente, se eliminan los tapones sobrantes y se cuentan los que hemos utilizado del conjunto que hemos puesto al azar.
3. *Recuento de lo que queda:* consiste en utilizar objetos para representar el estado inicial para después quitar los que se indican y contar los que quedan.
4. *Recuento desde el sustraendo hasta el minuendo:* consiste en contar desde el sustraendo al minuendo llevando la cuenta de las palabras que se dicen con una colección de elementos o con los dedos para contarlos posteriormente.
5. *Recuento hacia atrás:* consiste en contar hacia atrás desde el minuendo tantas veces como indica el sustraendo, normalmente utilizando materiales o dedos.

ALUMNOS	ESTRATEGIA	PROCEDIMIENTO	COMENTARIOS
1. Diego	Ensayo – error	Construye un conjunto de 4 tapones azules y otro con muchos tapones rojos. Cuenta empezando por los azules y dice “uno, dos, tres, cuatro” y continúa	Utiliza tapones para la resolución.
Solución: 2			



		por los rojos diciendo “cinco y seis”. Después elimina todos los rojos que no ha utilizado y cuenta los que sí diciendo “uno y dos”.	
2. Alonso	-		Se encuentra ausente.
Solución: -			
3. Maxim	Recuento de todos	Pone 4 tapones azules y va añadiendo tapones y contando todos desde 1 hasta tener una colección de 6. Posteriormente, cuenta los rojos diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones.
Solución: 2			
4. Ainara		Pone 4 tapones azules y va añadiendo tapones y contando todos desde 1 hasta tener una colección de 6. Posteriormente, cuenta los rojos diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones.
Solución: 2			
5. Felipe		Pone 4 tapones azules y va añadiendo tapones y contando todos desde 1 hasta tener una colección de 6. Posteriormente, cuenta los rojos diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones.
Solución: 2			
6. Daniela R	Recuento de lo que queda	Levanta 6 dedos de las manos, después baja 4 simulando las 4 tazas azules y procede a contar los que le quedan levantados diciendo “uno y dos”.	Utiliza los dedos.
Solución: 2			

7. Carlota		Pone 4 tapones azules y va añadiendo tapones y contando todos desde 1 hasta tener una colección de 6. Posteriormente, cuenta los rojos diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones.
Solución: 2			
8. Kimberly		Pone 4 tapones azules y va añadiendo tapones y contando todos desde 1 hasta tener una colección de 6. Posteriormente, cuenta los rojos diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones.
Solución: 2			
9. Irene		Pone 4 tapones pero no sabe continuar.	Utiliza tapones.
Solución: -			
10. Aroa		Pone 4 tapones azules y va añadiendo tapones y contando todos desde 1 hasta tener una colección de 6. Posteriormente, cuenta los rojos diciendo “uno y dos”.	Sabe que tiene que añadir 2. Utiliza tapones.
Solución: 2			
11. Leyre		Construye un conjunto de 4 tapones azules y otro con muchos tapones rojos. Cuenta empezando por los azules y dice “uno, dos, tres, cuatro” y continúa por los rojos diciendo “cinco y seis”. Después elimina todos los rojos que no ha utilizado y cuenta los que sí diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones.
Solución: 2	Ensayo – error		

12. Noa		Pone 4 tapones azules y va añadiendo tapones y contando todos desde 1 hasta tener una colección de 6. Posteriormente, cuenta los rojos diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones.
Solución: 2			
13. Inés	Recuento de lo que queda	Levanta 6 dedos de las manos, después baja 4 simulando las 4 tazas azules y procede a contar los que le quedan levantados diciendo “uno y dos”.	Utiliza los dedos.
Solución: 2			
14. Alejandra		Pone 4 tapones azules y añade 2 tapones rojos diciendo “cinco y seis”. Posteriormente, cuenta los rojos diciendo “uno y dos”.	No necesita contar desde el principio cada vez que añade un tapón, puesto que sabe que son 2. Utiliza tapones.
Solución: 2			
15. Hugo		Pone 4 tapones azules y va añadiendo tapones y contando todos desde 1 hasta tener una colección de 6. Posteriormente, cuenta los rojos diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones. Necesita ayuda ya que parece no distinguir las categorías y el total.
Solución: 2			
16. Laura	Recuento de lo que queda	Levanta 6 dedos de las manos, después baja 4 simulando las 4 tazas azules y procede a contar los que le quedan levantados diciendo “uno y dos”.	Utiliza los dedos.
Solución: 2			
17. Daniela L		Pone 4 tapones azules y va añadiendo tapones y contando todos desde 1 hasta tener una colección de	Utiliza tapones.
Solución: 2			

		6. Posteriormente, cuenta los rojos diciendo “uno y dos”.	
18. Damaris	Ensayo – error	Construye un conjunto de 4 tapones azules y otro con muchos tapones rojos. Cuenta empezando por los azules y dice “uno, dos, tres, cuatro” y continúa por los rojos diciendo “cinco y seis”. Después elimina todos los rojos que no ha utilizado y cuenta los que sí diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones.
Solución: 2			
19. Samuel		Pone 4 tapones azules y va añadiendo tapones y contando todos desde 1 hasta tener una colección de 6. Posteriormente, cuenta los rojos diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones pero necesita mucha ayuda.
Solución: 2			
20. Leo		Pone 4 tapones azules y va añadiendo tapones y contando todos desde 1 hasta tener una colección de 6. Posteriormente, cuenta los rojos diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones.
Solución: 2			
21. Adrián		Pone 4 tapones azules y va añadiendo tapones y contando todos desde 1 hasta tener una colección de 6. Posteriormente, cuenta los rojos diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones.
Solución: 2			

22. Valeria		Pone 4 tapones azules y va añadiendo tapones y contando todos desde 1 hasta tener una colección de 6. Posteriormente, cuenta los rojos diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones.
Solución: 2			
23. Marco		Pone 4 tapones azules y va añadiendo tapones y contando todos desde 1 hasta tener una colección de 6. Posteriormente, cuenta los rojos diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones.
Solución: 2			
24. Millán		Pone 4 tapones azules y va añadiendo tapones y contando todos desde 1 hasta tener una colección de 6. Posteriormente, cuenta los rojos diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones.
Solución: 2			
25. Alejandro		Pone 4 tapones azules y va añadiendo tapones y contando todos desde 1 hasta tener una colección de 6. Posteriormente, cuenta los rojos diciendo “uno y dos”.	Utiliza tapones.
Solución: 2			

## Anexo 22: Imágenes de resolución del problema 6

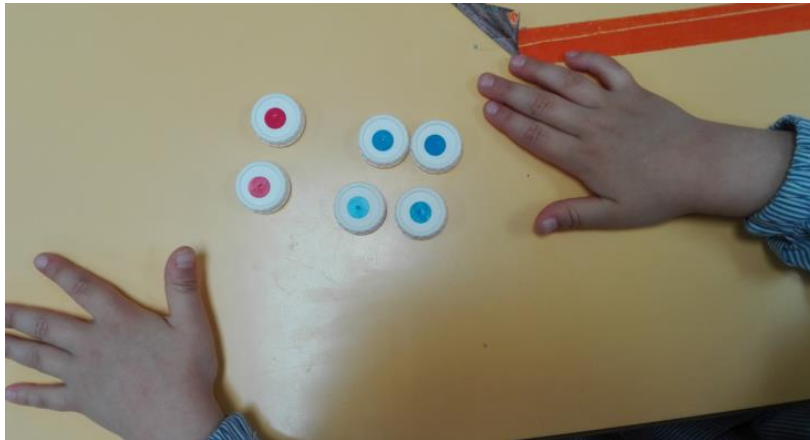


Ilustración 22.1. Resolución del problema 6 con tapones.



Ilustración 22.2. Resolución del problema 6 con dedos.

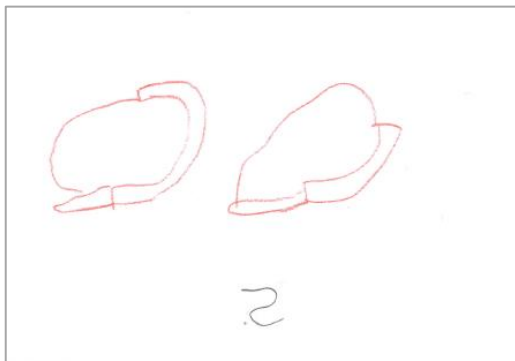
**Anexo 23: Dibujos de la resolución del problema 6**

Ilustración 23.1. Equipo amarillo.

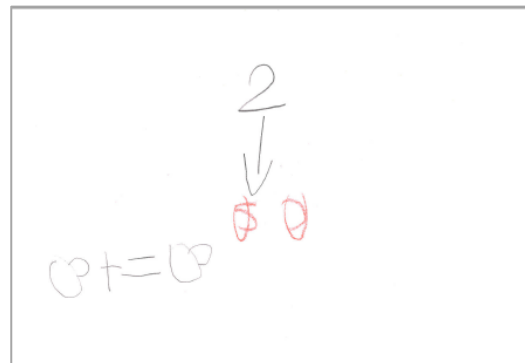


Ilustración 23.2. Equipo azul.

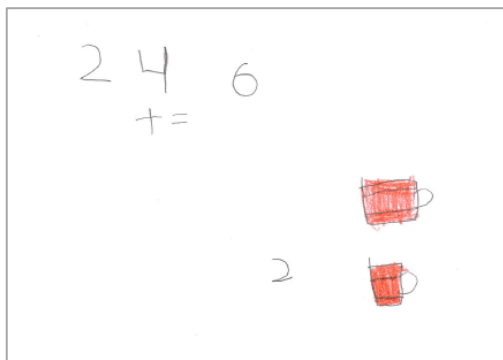


Ilustración 23.3. Equipo naranja.

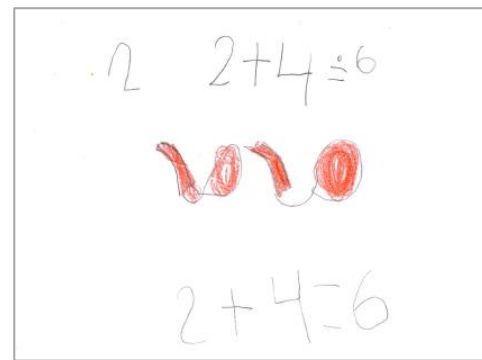


Ilustración 23.4. Equipo rojo.

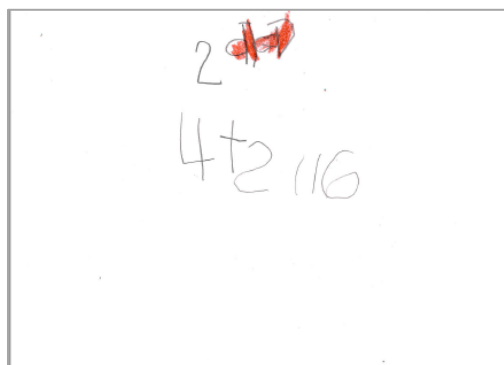


Ilustración 23.5. Equipo verde.

**Anexo 24: Estrategias utilizadas en la resolución del problema 7**

**PROBLEMA 7: La primera vez el lobo subió 2 peldaños y la segunda vez 5 ¿cuántos peldaños subió más la segunda vez que la primera?**

**Tipo:** Estado – Comparación – Estado con la incógnita en la Comparación (resta).

**Estrategias a utilizar:**

1. *Recuento de la diferencia:* consiste en construir dos conjuntos y emparejar los elementos de un conjunto con los del otro para posteriormente contar los que quedan.
2. *Recuento de lo que queda:* consiste en utilizar objetos para representar el estado inicial para después quitar los que se indican y contar los que quedan.
3. *Recuento desde el sustraendo hasta el minuendo:* consiste en contar desde el sustraendo al minuendo llevando la cuenta de las palabras que se dicen con una colección de elementos o con los dedos para contarlos posteriormente.
4. *Recuento desde el minuendo al sustraendo:* consiste en contar (o hacer marcas o poner objetos) para llevar la cuenta de palabras desde el minuendo hasta nombrar el sustraendo. En ese momento el alumno se para y cuenta los contadores o marcas.

ALUMNOS	ESTRATEGIA	PROCEDIMIENTO	COMENTARIOS
1. Diego		No sabe resolverlo. Construye dos montones uno de 5 y otro de 2 tapones y dice que en el de 5 hay más, pero no sabe cuántos más.	
Solución: -			
2. Alonso		No sabe resolverlo, por lo que juega con los tapones.	
Solución: -			
3. Maxim		No sabe resolverlo. Construye dos montones uno de	



Solución: -		5 y otro de 2 tapones y dice que en el de 5 hay más, pero no sabe cuántos más.	
4. Ainara		No sabe resolverlo. Construye dos montones uno de 5 y otro de 2 tapones y dice que en el de 5 hay más, pero no sabe cuántos más.	
Solución: -			
5. Felipe		No sabe resolverlo. Construye dos montones uno de 5 y otro de 2 tapones y dice que en el de 5 hay más, pero no sabe cuántos más.	
Solución: -			
6. Daniela R		No sabe resolverlo. Construye dos montones uno de 5 y otro de 2 tapones y dice que en el de 5 hay más, pero no sabe cuántos más.	
Solución: -			
7. Carlota		No sabe resolverlo. Construye dos montones uno de 5 y otro de 2 tapones y dice que en el de 5 hay más, pero no sabe cuántos más.	
Solución: -			
8. Kimberly	Recuento de la diferencia	Levanta 5 dedos de una mano y 2 de la otra.	Utiliza los dedos pero necesita ayuda.
Solución: 3		Después, baja dos dedos de cada mano emparejando los dedos. Finalmente, cuenta los dedos que quedan levantados diciendo “uno, dos y tres”.	
9. Irene		No sabe resolverlo. Construye dos montones uno de 5 y otro de 2 tapones y dice que en el de 5 hay más,	
Solución: -			

		pero no sabe cuántos más.	
10. Aroa			Se encuentra ausente.
Solución: -			
11. Leyre		No sabe resolverlo. Construye dos montones uno de 5 y otro de 2 tapones y dice que en el de 5 hay más, pero no sabe cuántos más.	
Solución: -			
12. Noa	Recuento de la diferencia	Levanta 5 dedos de una mano y 2 de la otra.	Utiliza dedos.
Solución: 3		Después, baja dos dedos de cada mano emparejando los dedos. Finalmente, cuenta los dedos que quedan levantados diciendo “uno, dos y tres”.	
13. Inés	Recuento de la diferencia	Levanta 5 dedos de una mano y 2 de la otra.	Utiliza dedos pero necesita ayuda.
Solución: 3		Después, baja dos dedos de cada mano emparejando los dedos. Finalmente, cuenta los dedos que quedan levantados diciendo “uno, dos y tres”.	
14. Alejandra	Recuento de la diferencia	Levanta 5 dedos de una mano y 2 de la otra.	Utiliza dedos.
Solución: 3		Después, baja dos dedos de cada mano emparejando los dedos. Finalmente, cuenta los dedos que quedan levantados diciendo “uno, dos y tres”.	
15. Hugo		No sabe resolverlo. Construye dos montones uno de 5 y otro de 2 tapones y dice que en el de 5 hay más,	
Solución: -			

		pero no sabe cuántos más.	
16. Laura	Recuento de lo que queda	Construye una escalera colocando una línea de 5 tapones. Cuenta todos los tapones que subió el lobo la segunda vez diciendo “uno, dos, tres, cuatro y cinco”. Después, cuenta los que subió el lobo la primera vez diciendo “uno y dos”. Finalmente, cuenta los que se ha dejado sin contar en este último recuento diciendo “uno, dos y tres”.	Utiliza tapones y necesita ayuda.
Solución: 3			
17. Daniela L	Recuento de la diferencia	Construye un conjunto con 5 tapones y otro con dos. Después, empareja los tapones de un grupo con los del otro y cuenta los que quedan sin pareja diciendo “uno, dos y tres”.	Utiliza tapones.
Solución: 3			
18. Damaris			Se encuentra ausente.
Solución: -			
19. Samuel		No sabe resolverlo. Construye dos montones uno de 5 y otro de 2 tapones y dice que en el de 5 hay más, pero no sabe cuántos más.	
Solución: -			
20. Leo		No sabe resolverlo. Construye dos montones uno de 5 y otro de 2 tapones y dice que en el de 5 hay más, pero no sabe cuántos más.	
Solución: -			

21. Adrián	Recuento de la diferencia	Construye un conjunto con 5 tapones y otro con dos. Después, empareja los tapones de un grupo con los del otro y cuenta los que quedan sin pareja diciendo “uno, dos y tres”.	Utiliza tapones.
Solución: 3			
22. Valeria		No sabe resolverlo. Construye dos montones uno de 5 y otro de 2 tapones y dice que en el de 5 hay más, pero no sabe cuántos más.	
Solución: -			
23. Marco	Recuento de la diferencia	Levanta 5 dedos de una mano y 2 de la otra. Después, baja dos dedos de cada mano emparejando los dedos. Finalmente, cuenta los dedos que quedan levantados diciendo “uno, dos y tres”.	Utiliza dedos y necesita ayuda.
Solución: 3			
24. Millán	Recuento de la diferencia	Construye un conjunto con 5 tapones y otro con dos. Después, empareja los tapones de un grupo con los del otro y cuenta los que quedan sin pareja diciendo “uno, dos y tres”.	Utiliza tapones.
Solución: 3			
25. Alejandro	Recuento de la diferencia	Construye un conjunto con 5 tapones y otro con dos. Después, empareja los tapones de un grupo con los del otro y cuenta los que quedan sin pareja diciendo “uno, dos y tres”.	Utiliza tapones.
Solución: 3			

**Anexo 25: Imágenes de la resolución del problema 7**



Ilustración 25.1. Resolución del problema 7 con tapones.



Ilustraciones 25.2. Resolución del problema 7 con dedos.

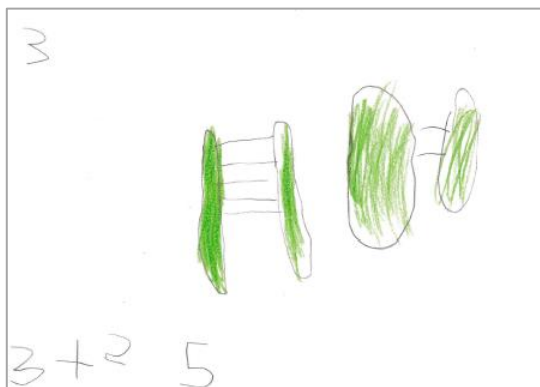
**Anexo 26: Dibujos de la resolución del problema 7**

Ilustración 26.1. Equipo amarillo.

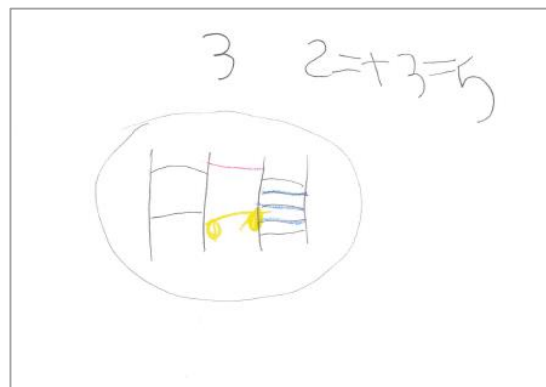


Ilustración 26.2. Equipo azul.

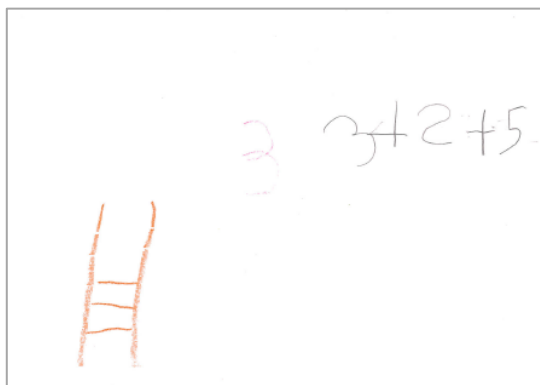


Ilustración 26.3. Equipo naranja.

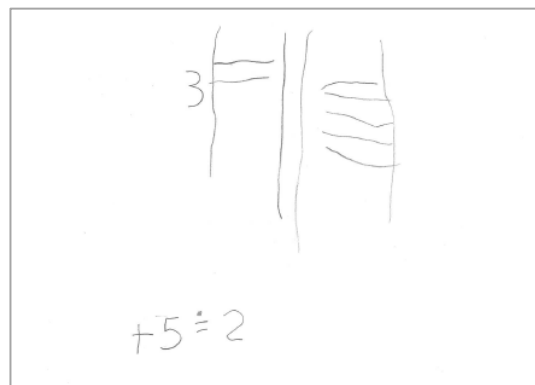


Ilustración 26.4. Equipo rojo.

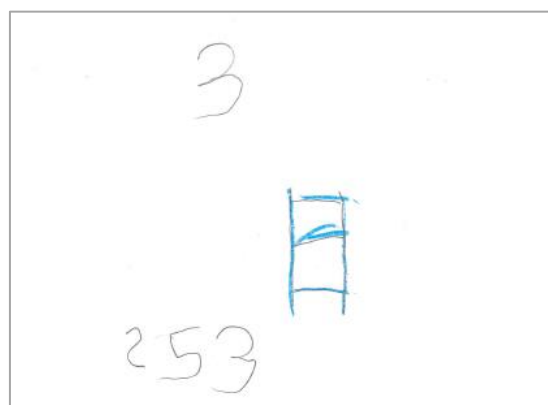


Ilustración 26.5. Equipo verde.

**Anexo 27: Resultados de la ficha 2**

NOMBRE DIEGO Ficha 2

2 + 2 =

3 + 2 =  (s)      2 + 3 =  (s)

4 + 1 =       1 + 4 =

NOMBRE ALONSO Ficha 2

2 + 2 =

3 + 2 =       2 + 3 =

4 + 1 =       1 + 4 =

NOMBRE MAXIM Ficha 2

2 + 2 =

3 + 2 =       2 + 3 =

4 + 1 =       1 + 4 =

NOMBRE ANARA Ficha 2

2 + 2 =

3 + 2 =       2 + 3 =

4 + 1 =       1 + 4 =

NOMBRE FELIPE Ficha 2

2 + 2 =

3 + 2 =       2 + 3 =

4 + 1 =       1 + 4 =

NOMBRE DANIELA Ficha 2  
(con ayuda - bledas)

2 + 2 =

3 + 2 =       2 + 3 =

4 + 1 =       1 + 4 =

NOMBRE CARLOTA Ficha 2

2 + 2 =

3 + 2 =       2 + 3 =

4 + 1 =       1 + 4 =

NOMBRE KIMBRLY Ficha 2

2 + 2 =

3 + 2 =       2 + 3 =  (s)

4 + 1 =  (s)      1 + 4 =

NOMBRE IPÉNE Ficha 2

2 + 2 =

3 + 2 =

4 + 1 =  (2)

2 + 3 =  (ayuda)

1 + 4 =  (ayuda)

NOMBRE AROA AMOS Ficha 2

2 + 2 =

3 + 2 =  (unno)

4 + 1 =  (2)

2 + 3 =  (5)

1 + 4 =  (5)

NOMBRE LEPTE FVANDO Ficha 2

2 + 2 =

3 + 2 =

4 + 1 =

2 + 3 =

1 + 4 =

NOMBRE NOA CARO Ficha 2

2 + 2 =

3 + 2 =

4 + 1 =

2 + 3 =

1 + 4 =

NOMBRE INÉS Ficha 2

(con ayuda - tarjetas)

2 + 2 =

3 + 2 =

4 + 1 =  (no sabe)

2 + 3 =  (dobos)

1 + 4 =  (no sabe)

NOMBRE ALVARO Ficha 2

2 + 2 =

3 + 2 =

4 + 1 =

2 + 3 =

1 + 4 =

NOMBRE HUGO Ficha 2

2 + 2 =

3 + 2 =

4 + 1 =

2 + 3 =

1 + 4 =

NOMBRE LAURA Ficha 2

2 + 2 =

3 + 2 =  (5)

4 + 1 =  (5)

2 + 3 =  (5)

1 + 4 =  (5)



NOMBRE DANIEL A LAVENTE Ficha 2

$2 + 2 = 4$

$3 + 2 = 5$        $2 + 3 = 5$

$4 + 1 = 5$        $1 + 4 = 5$

NOMBRE \_\_\_\_\_ Ficha 2

$2 + 2 = 2$

$3 + 2 = 5$        $2 + 3 = 2$

$4 + 1 = 4$        $1 + 4 = 1$

SAMUEL

NOMBRE ADRIAN Ficha 2

$2 + 2 = 4$

$3 + 2 = 2$        $2 + 3 = 8$

$4 + 1 = 2$        $1 + 4 = 2$

NOMBRE VALENTIA Ficha 2

Las resuelvo con ella.

$2 + 2 = 11$  (4)

$3 + 2 = 2$  (4)

$4 + 1 = 2$  (5)

$2 + 3 = 3$  (4)

$1 + 4 = 3$  (4)

NOMBRE MARCO LOPEZ Ficha 2

$2 + 2 = 4$

$3 + 2 = 5$        $2 + 3 = 5$  (3)

$4 + 1 = 5$        $1 + 4 = 5$  (3)

NOMBRE MALILAN Ficha 2

$2 + 2 = 4$

$3 + 2 = 8$        $2 + 3 = 2$

$4 + 1 = 5$        $1 + 4 = 4$

NOMBRE ALEJANDRO Ficha 2

$2 + 2 = 4$

$3 + 2 = 2$

$4 + 1 = 5$

$2 + 3 = 2$

$1 + 4 = 1$

**Anexo 28: Resultados de la ficha 3**

NOMBRE DIEGO Ficha 3

$3 + 3 = 2$

$4 + 2 = 4$        $2 + 4 = 2$

$5 + 1 = 5$        $1 + 5 = 1$

NOMBRE ALONSO Ficha 3

$3 + 3 = \square$

$4 + 2 = \square$        $2 + 4 = \square$

$5 + 1 = \square$        $1 + 5 = \square$

NOMBRE MAXIM Ficha 3

$3 + 3 = 2$

$4 + 2 = 3$        $2 + 4 = 6$

$5 + 1 = 2$        $1 + 5 = 2$

NOMBRE AINARA Ficha 3

$3 + 3 = 6$

$4 + 2 = 6$        $2 + 4 = 6$

$5 + 1 = 6$        $1 + 5 = 6$  (paso 5)

NOMBRE FELIPE Ficha 3

$3 + 3 = 6$  (2) repite

$4 + 2 = 6$  (3) repite       $2 + 4 = 6$  \* paso 5 calculada 6

$5 + 1 = 6$  (2) repite       $1 + 5 = 6$

NOMBRE DANIELA Ficha 3

(tapones)

$3 + 3 = 3$

$4 + 2 = 6$        $2 + 4 = 6$

$5 + 1 = 6$  (tapones)       $1 + 5 = 5$

NOMBRE CARLOTA Ficha 3

$3 + 3 = 6$

$4 + 2 = 6$        $2 + 4 = 6$

$5 + 1 = 6$  (7)

$1 + 5 = 6$

NOMBRE KIMBERLY Ficha 3

$3 + 3 = 3$

$4 + 2 = 4$        $2 + 4 = 2$  (6)

$5 + 1 = 2$  (6)       $1 + 5 = 2$

NOMBRE IRENE Ficha 3

$3 + 3 = 6$

$4 + 2 = 6$        $2 + 4 = 8$

$5 + 1 = 6$        $1 + 5 = 8$

NOMBRE AROA Ficha 3

$3 + 3 = 6$

$4 + 2 = 2$  (2)       $2 + 4 = 0$

$5 + 1 = 0$  (6)       $1 + 5 = 2$  (5)

NOMBRE LEIRE HERNANDEZ Ficha 3

$3 + 3 = 6$

$4 + 2 = 0$        $2 + 4 = 5$  (6)

$5 + 1 =$  (no sabe)       $1 + 5 = 5$  (6)

NOMBRE NOACAROD Ficha 3

$3 + 3 = 5$

$4 + 2 = 6$        $2 + 4 = 0$

$5 + 1 = 6$        $1 + 5 = 6$  (piso 5)

NOMBRE LAÍS Ficha 3

$3 + 3 = 3$

$4 + 2 = 0$  (no sabe) (4 y 2)

$5 + 1 = 0$  (no sabe)

$2 + 4 = 0$  (no sabe)

$1 + 5 = 6$  (dudos)

NOMBRE ALEJANDRA Ficha 3

$3 + 3 = 6$

$4 + 2 = 6$        $2 + 4 = 6$

$5 + 1 = 6$        $1 + 5 = 6$  (piso 7)

NOMBRE HUGO Ficha 3

$3 + 3 = 8$

$4 + 2 = 4$        $2 + 4 = 4$

$5 + 1 = 5$        $1 + 5 = 5$

NOMBRE LAURA Ficha 3

$3 + 3 = 6$

$4 + 2 = 6$        $2 + 4 = 6$

$5 + 1 = 6$        $1 + 5 = 6$

NOMBRE ANGELA LA FUENTE Ficha 3

$3 + 3 =$

$4 + 2 =$         $2 + 4 =$

$5 + 1 =$         $1 + 5 =$

NOMBRE SAMUEL Ficha 3

$3 + 3 =$

$4 + 2 =$         $2 + 4 =$

$5 + 1 =$         $1 + 5 =$

NOMBRE ADRIAN Ficha 3

$3 + 3 =$

$4 + 2 =$         $2 + 4 =$

$5 + 1 =$         $1 + 5 =$

NOMBRE VALDI Ficha 3

$3 + 3 =$   <sup>(6)</sup>

$4 + 2 =$   <sup>(5)</sup>       $2 + 4 =$   <sup>(6)</sup>

$5 + 1 =$   <sup>(6)</sup>       $1 + 5 =$   <sup>(6)</sup>

NOMBRE MARCO LOPEZ Ficha 3

$3 + 3 =$

$4 + 2 =$         $2 + 4 =$

$5 + 1 =$         $1 + 5 =$

NOMBRE MILLAN Ficha 3

$3 + 3 =$

$4 + 2 =$         $2 + 4 =$

$5 + 1 =$         $1 + 5 =$

NOMBRE ALEJANDRO Ficha 3

$3 + 3 =$

$4 + 2 =$         $2 + 4 =$

$5 + 1 =$         $1 + 5 =$

## Anexo 29: Resultados de la ficha 4

NOMBRE DIEGO Ficha 4

$2 + 1 =$    $3 - 1 =$    $3 - 2 =$

$3 + 1 =$    $4 - 1 =$    $4 - 3 =$

NOMBRE ALONSO Ficha 4

$2 + 1 =$    $3 - 1 =$    $3 - 2 =$

$3 + 1 =$    $4 - 1 =$    $4 - 3 =$

NOMBRE MAXIM Ficha 4

$2 + 1 =$    $3 - 1 =$    $3 - 2 =$

$3 + 1 =$    $4 - 1 =$    $4 - 3 =$

NOMBRE ANARA Ficha 4

$2 + 1 =$    $3 - 1 =$    $3 - 2 =$

$3 + 1 =$    $4 - 1 =$    $4 - 3 =$

NOMBRE FELIPE Ficha 4

$2 + 1 =$    $3 - 1 =$    $3 - 2 =$

$3 + 1 =$    $4 - 1 =$    $4 - 3 =$

NOMBRE BANUELA Ficha 4

$2 + 1 =$    $3 - 1 =$    $3 - 2 =$

$3 + 1 =$    $4 - 1 =$    $4 - 3 =$

NOMBRE CARLOTA Ficha 4

$2 + 1 =$    $3 - 1 =$    $3 - 2 =$

$3 + 1 =$    $4 - 1 =$    $4 - 3 =$

NOMBRE IRENE Ficha 4

$2 + 1 =$    $3 - 1 =$    $3 - 2 =$

$3 + 1 =$    $4 - 1 =$    $4 - 3 =$

NOMBRE ARDA Ficha 4

2 + 1 =     3 - 1 =     3 - 2 =  (s)

3 + 1 =     4 - 1 =  (s)    4 - 3 =  (a)

NOMBRE LEYRE Ficha 4

2 + 1 =     3 - 1 =  (a)    3 - 2 =

3 + 1 =     4 - 1 =     4 - 3 =

NOMBRE NOA Ficha 4

2 + 1 =     3 - 1 =     3 - 2 =

3 + 1 =     4 - 1 =     4 - 3 =

NOMBRE IVAS ALLOSA Ficha 4

2 + 1 =     3 - 1 =     3 - 2 =

3 + 1 =     4 - 1 =     4 - 3 =

NOMBRE ALEJANDRA Ficha 4

2 + 1 =     3 - 1 =     3 - 2 =

3 + 1 =     4 - 1 =     4 - 3 =

NOMBRE LIVSO Ficha 4

2 + 1 =     3 - 1 =     3 - 2 =

3 + 1 =     4 - 1 =     4 - 3 =

NOMBRE LAURA Ficha 4

2 + 1 =     3 - 1 =     3 - 2 =

3 + 1 =     4 - 1 =     4 - 3 =  (a)

NOMBRE DANIEL ALAVENTE Ficha 4

2 + 1 =     3 - 1 =     3 - 2 =

3 + 1 =     4 - 1 =     4 - 3 =



NOMBRE DANIEL S Ficha 4

$2 + 1 = 3$     $3 - 1 = 2$     $3 - 2 = 1$

$3 + 1 = 4$     $4 - 1 = 3$     $4 - 3 = 1$

NOMBRE SOAL Ficha 4

$2 + 1 = 3$     $3 - 1 = 2$     $3 - 2 = 1$

$3 + 1 = 4$     $4 - 1 = 3$     $4 - 3 = 1$

NOMBRE ADRIAN Ficha 4

$2 + 1 = 3$     $3 - 1 = 2$     $3 - 2 = 1$

$3 + 1 = 4$     $4 - 1 = 3$     $4 - 3 = 1$

NOMBRE VALEDIA Ficha 4

$2 + 1 = 3$     $3 - 1 = 2$     $3 - 2 = 1$  <sup>(s)</sup>

$3 + 1 = 4$     $4 - 1 = 3$  <sup>(s)</sup>    $4 - 3 = 1$  <sup>(s)</sup>

NOMBRE MARCO LOPEZ Ficha 4

$2 + 1 = 3$  <sup>(s)</sup>    $3 - 1 = 2$     $3 - 2 = 1$

$3 + 1 = 4$     $4 - 1 = 3$     $4 - 3 = 1$

NOMBRE MELLAN Ficha 4

$2 + 1 = 3$     $3 - 1 = 2$     $3 - 2 = 1$

$3 + 1 = 4$     $4 - 1 = 3$     $4 - 3 = 1$

NOMBRE ALEJANDRO Ficha 4

$2 + 1 = 3$     $3 - 1 = 2$     $3 - 2 = 1$

$3 + 1 = 4$     $4 - 1 = 3$     $4 - 3 = 1$

## Anexo 30: Resultados de la ficha 5

NOMBRE DIEGO Ficha 5

$4 + 1 = 5$     $5 - 1 = 4$     $5 - 4 = 1$

$3 + 2 = 5$     $5 - 2 = 3$     $5 - 3 = 2$

NOMBRE ALONSO Ficha 5

$4 + 1 = \square$     $5 - 1 = \square$     $5 - 4 = \square$

$3 + 2 = \square$     $5 - 2 = \square$     $5 - 3 = \square$

NOMBRE MAXIM Ficha 5

$4 + 1 = 5$     $5 - 1 = 4$     $5 - 4 = 1$

$3 + 2 = 5$     $5 - 2 = 3$     $5 - 3 = 2$

NOMBRE ANARA Ficha 5

$4 + 1 = 5$     $5 - 1 = 4$     $5 - 4 = 1$

$3 + 2 = 5$     $5 - 2 = 3$     $5 - 3 = 2$

NOMBRE FELIPE Ficha 5

$4 + 1 = 5$     $5 - 1 = 4$     $5 - 4 = 1$

$3 + 2 = 5$     $5 - 2 = 3$     $5 - 3 = 2$

NOMBRE DANIELA Ficha 5

$4 + 1 = 5$     $5 - 1 = 4$     $5 - 4 = 1$

$3 + 2 = 5$     $5 - 2 = 3$     $5 - 3 = 2$

NOMBRE CARLOTA Ficha 5

$4 + 1 = 5$     $5 - 1 = 4$     $5 - 4 = 1$

$3 + 2 = 5$     $5 - 2 = 3$     $5 - 3 = 2$

NOMBRE IRENE Ficha 5

$4 + 1 = 5$     $5 - 1 = 4$     $5 - 4 = 1$

$3 + 2 = 5$     $5 - 2 = 3$     $5 - 3 = 2$



NOMBRE ARDA Ficha 5

$4 + 1 = 2$     $5 - 1 = 6$     $5 - 4 = 9$  (9)

$3 + 2 = 2$  (5)    $5 - 2 = 7$  (7)    $5 - 3 = 8$  (8)

NOMBRE LEIRE Ficha 5

$4 + 1 = 9$     $5 - 1 = 6$     $5 - 4 = 1$

$3 + 2 = 2$     $5 - 2 = 6$     $5 - 3 = 6$

NOMBRE NOA Ficha 5

$4 + 1 = 5$     $5 - 1 = 4$     $5 - 4 = 1$

$3 + 2 = 5$     $5 - 2 = 3$     $5 - 3 = 2$

NOMBRE IVÉS ALONSO Ficha 5

$4 + 1 = 4$     $5 - 1 = 1$     $5 - 4 = 5$

$3 + 2 = 2$     $5 - 2 = 2$     $5 - 3 = 3$

NOMBRE ALEJANDRA Ficha 5

$4 + 1 = 5$     $5 - 1 = 4$     $5 - 4 = 1$

$3 + 2 = 5$     $5 - 2 = 3$     $5 - 3 = 2$

NOMBRE HUGO Ficha 5

$4 + 1 = 1$     $5 - 1 = 5$     $5 - 4 = 4$

$3 + 2 = 2$     $5 - 2 = 5$     $5 - 3 = 5$

NOMBRE LAURA Ficha 5

$4 + 1 = 5$     $5 - 1 = 6$     $5 - 4 = 9$  (9)

$3 + 2 = 5$     $5 - 2 = 7$  (7)    $5 - 3 = 8$  (8)

NOMBRE DANIELA ALLENDE Ficha 5

$4 + 1 = 4$     $5 - 1 = 2$     $5 - 4 = 2$

$3 + 2 = 4$     $5 - 2 = 4$     $5 - 3 = 4$

NOMBRE DAMARIS Ficha 5

$4 + 1 = 5$     $5 - 1 = 4$     $5 - 4 = 1$

$3 + 2 = 3$     $5 - 2 = 3$     $5 - 3 = 2$

NOMBRE NOEL Ficha 5

$4 + 1 = 4$     $5 - 1 = 4$     $5 - 4 = 1$

$3 + 2 = 2$     $5 - 2 = 3$     $5 - 3 = 2$

NOMBRE ADRIAN Ficha 5

$4 + 1 = 2$     $5 - 1 = 4$     $5 - 4 = 4$

$3 + 2 = 4$     $5 - 2 = 3$     $5 - 3 = 2$

NOMBRE VALERIA Ficha 5

$4 + 1 = 4$     $5 - 1 = 6$     $5 - 4 = 7$

$3 + 2 = 3$     $5 - 2 = 7$     $5 - 3 = 8$

NOMBRE MARCO LOPEZ Ficha 5

$4 + 1 = 5$     $5 - 1 = 5$     $5 - 4 = 5$

$3 + 2 = 5$     $5 - 2 = 5$     $5 - 3 = 5$

NOMBRE MILLAN Ficha 5

$4 + 1 = 2$     $5 - 1 = 1$     $5 - 4 = 4$

$3 + 2 = 2$     $5 - 2 = 2$     $5 - 3 = 3$

NOMBRE ALEJANDRO Ficha 5

$4 + 1 = 3$     $5 - 1 = 4$     $5 - 4 = 3$

$3 + 2 = 1$     $5 - 2 = 3$     $5 - 3 = 2$

Anexo 31: Tabla de resultados de la resolución de problemas

ALUMNOS	Prob 1 (EEE en E final)					Prob 2 (ETE en E final)					Prob 3 (ETE en E final)					Prob 4 (ERE en E final)				
	Éxito	Éxito con ayuda	Fracaso	No acepta	Estrategia	Éxito	Éxito con ayuda	Fracaso	No acepta	Estrategia	Éxito	Éxito con ayuda	Fracaso	No acepta	Estrategia	Éxito	Éxito con ayuda	Fracaso	No acepta	Estrategia
Diego	1	0	0	0	3	0	1	0	0	3	0	1	0	0	3	1	0	0	0	3
Alonso	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
Maxim	1	0	0	0	3	0	1	0	0	3	0	1	0	0	3	1	0	0	0	3
Ainara	0	0	0	0	0	1	0	0	0	3	0	0	0	0	0	1	0	0	0	3
Felipe	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3
Daniela R	1	0	0	0	3	0	1	0	0	3	1	0	0	0	3	0	1	0	0	2
Carlota	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	0	1	0	0	3	1	0	0	0	3
Kimberly	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3
Irene	1	0	0	0	3	0	1	0	0	3	0	1	0	0	3	1	0	0	0	3
Aroa	1	0	0	0	3	0	1	0	0	3	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3
Leyre	1	0	0	0	3	0	1	0	0	3	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3
Noa	1	0	0	0	3	1	0	0	0	2	1	0	0	0	2	1	0	0	0	2
Inés	0	1	0	0	3	0	1	0	0	3	0	1	0	0	2	1	0	0	0	2
Alejandra	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2
Hugo	0	1	0	0	3	0	0	0	0	0	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3
Laura	1	0	0	0	3	1	0	0	0	1	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3
Daniela L	1	0	0	0	1	1	0	0	0	2	1	0	0	0	3	1	0	0	0	2
Damaris	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3
Samuel	0	0	1	1	0	0	1	0	0	3	0	0	1	1	3	1	0	0	0	3
Leo	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3
Adrián	1	0	0	0	1	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3
Valeria	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	0	1	0	0	3	0	0	0	0	0
Marco	1	0	0	0	1	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3
Millán	1	0	0	0	3	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
Alejandro	0	0	0	0	0	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3
<b>TOTAL</b>	<b>17</b>	<b>2</b>	<b>3</b>			<b>14</b>	<b>8</b>	<b>2</b>			<b>15</b>	<b>6</b>	<b>2</b>			<b>22</b>	<b>1</b>	<b>0</b>		
<b>Estrategias</b>	0	Desconocida			6					3					3					2
	1	Mentalmente			3					3					1					1
	2	Utiliza dedos			0					2					2					5
	3	Otros contadore			16					17					19					17

ALUMNOS	Prob 5 (EEE en E parcial)					Prob 6 (ETE en E inicial)					Prob 7 (ECE en C)					Éxito	Éxito con ayuda	Fracaso	No acepta	% Éxito	% Éxito con ayuda	% Fracaso
	Éxito	Éxito con ayuda	Fracaso	No acepta	Estrategia	Éxito	Éxito con ayuda	Fracaso	No acepta	Estrategia	Éxito	Éxito con ayuda	Fracaso	No acepta	Estrategia							
Diego	0	1	0	0	3	1	0	0	0	3	0	0	1	1	0	3	3	1	1	43%	43%	14%
Alonso	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	5	5	0%	0%	100%
Maxim	0	1	0	0	3	1	0	0	0	3	0	0	1	1	0	3	3	1	1	43%	43%	14%
Ainara	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	0	0	1	1	0	4	0	1	1	80%	0%	20%
Felipe	1	0	0	0	1	1	0	0	0	3	0	0	1	1	0	5	0	1	1	83%	0%	17%
Daniela R	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	0	0	1	1	0	3	2	1	1	50%	33%	17%
Carlota	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	0	0	1	1	0	5	1	1	1	71%	14%	14%
Kimberly	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	0	1	0	0	2	6	1	0	0	86%	14%	0%
Irene	1	0	0	0	3	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	3	2	2	2	43%	29%	29%
Aroa	1	0	0	0	2	1	0	0	0	3	0	0	0	0	0	5	1	0	0	83%	17%	0%
Leyre	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	0	0	1	1	0	5	1	1	1	71%	14%	14%
Noa	1	0	0	0	2	1	0	0	0	3	1	0	0	0	2	7	0	0	0	100%	0%	0%
Inés	1	0	0	0	3	1	0	0	0	2	0	1	0	0	2	3	4	0	0	43%	57%	0%
Alejandra	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	1	0	0	0	2	6	0	0	0	100%	0%	0%
Hugo	1	0	0	0	3	0	1	0	0	3	0	0	1	1	0	3	2	1	1	50%	33%	17%
Laura	1	0	0	0	1	1	0	0	0	2	0	1	0	0	3	6	1	0	0	86%	14%	0%
Daniela L	1	0	0	0	1	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	7	0	0	0	100%	0%	0%
Damaris	1	0	0	0	2	1	0	0	0	3	0	0	0	0	0	6	0	0	0	100%	0%	0%
Samuel	0	0	0	0	0	0	1	0	0	3	0	0	1	1	0	1	2	3	3	17%	33%	50%
Leo	0	0	0	0	0	1	0	0	0	3	0	0	1	1	0	3	0	3	3	50%	0%	50%
Adrián	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	7	0	0	0	100%	0%	0%
Valeria	0	0	1	1	0	1	0	0	0	3	0	0	1	1	0	3	1	2	2	50%	17%	33%
Marco	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	0	1	0	0	2	6	1	0	0	86%	14%	0%
Millán	1	0	0	0	1	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	7	0	0	0	100%	0%	0%
Alejandro	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	1	0	0	0	3	6	0	0	0	100%	0%	0%
<b>TOTAL</b>	<b>18</b>	<b>2</b>	<b>2</b>			<b>21</b>	<b>2</b>	<b>1</b>			<b>6</b>	<b>4</b>	<b>13</b>						<b>TOTAL %</b>	<b>69%</b>	<b>15%</b>	<b>16%</b>
<b>Estrategias</b>	0	Desconocida			5					2					15							
	1	Mentalmente			4					0					0							
	2	Utiliza dedos			3					3					5							
	3	Otros contadore			13					20					5							

## Anexo 32: Tabla de resultados de las fichas de hecho numéricos

Alumno	Ficha 1				Ficha 2			Ficha 3			Ficha 4			Ficha 5			Total			% Total			
	Aciertos	Errores	Sin resolver	Estrategia	Aciertos	Errores	Sin resolver	Aciertos	Errores	Sin resolver	Aciertos	Errores	Sin resolver	Aciertos	Errores	Sin resolver	Aciertos	Errores	Sin resolver	% Aciertos	% Errores	% Sin resolver	
Diego	5	0	0	2	4	1	0	0	5	0	0	6	0	0	6	0	9	18	0	33%	67%	0%	
Alonso	4	0	1	0	0	0	5	0	0	5	0	0	6	0	0	6	4	0	23	15%	0%	85%	
Maxim	5	0	0	2	1	4	0	1	4	0	3	3	0	1	5	0	11	16	0	41%	59%	0%	
Ainara	5	0	0	2	5	0	0	5	0	0	6	0	0	6	0	0	27	0	0	100%	0%	0%	
Felipe	5	0	0	0 3	5	0	0	5	0	0	5	1	0	2	4	0	22	5	0	81%	19%	0%	
Daniela R	5	0	0	2	4	1	0	3	2	0	2	4	0	2	4	0	16	11	0	59%	41%	0%	
Carlota	5	0	0	0	4	1	0	4	1	0	6	0	0	4	2	0	23	4	0	85%	15%	0%	
Kimberly	5	0	0	2	4	1	0	2	3	0	0	0	0	0	0	0	11	4	0	73%	27%	0%	
Irene	5	0	0	2 3	4	1	0	3	2	0	4	2	0	2	4	0	18	9	0	67%	33%	0%	
Aroa	5	0	0	2	4	1	0	4	1	0	2	4	0	2	4	0	17	10	0	63%	37%	0%	
Leyre	4	1	0	1	5	0	0	4	0	1	4	2	0	3	3	0	20	6	1	74%	22%	4%	
Noa	5	0	0	2	5	0	0	5	0	0	5	1	0	6	0	0	26	1	0	96%	4%	0%	
Inés	5	0	0	2 3	2	3	0	1	4	0	0	6	0	0	6	0	8	19	0	30%	70%	0%	
Alejandra	4	1	0	2	5	0	0	5	0	0	6	0	0	6	0	0	26	1	0	96%	4%	0%	
Hugo	5	0	0	2	2	3	0	0	5	0	0	6	0	0	6	0	7	20	0	26%	74%	0%	
Laura	5	0	0	2	5	0	0	5	0	0	2	4	0	2	4	0	19	8	0	70%	30%	0%	
Daniela L	5	0	0	2	5	0	0	5	0	0	2	4	0	0	6	0	17	10	0	63%	37%	0%	
Damaris	5	0	0	2	0	0	0	0	0	0	5	1	0	5	1	0	15	2	0	88%	12%	0%	
Samuel	5	0	0	0	0	5	0	0	5	0	0	6	0	0	6	0	5	22	0	19%	81%	0%	
Leo	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	100%	0%	0%	
Adrián	5	0	0	3	4	1	0	5	0	0	6	0	0	3	3	0	23	4	0	85%	15%	0%	
Valeria	5	0	0	3	2	3	0	4	1	0	2	4	0	1	5	0	14	13	0	52%	48%	0%	
Marco	5	0	0	2 3	5	0	0	5	0	0	2	4	0	2	4	0	19	8	0	70%	30%	0%	
Millán	5	0	0	0	1	4	0	0	5	0	4	2	0	2	4	0	12	15	0	44%	56%	0%	
Alejandro	5	0	0	1 2	2	3	0	0	5	0	4	2	0	4	2	0	15	12	0	56%	44%	0%	
<b>TOTAL</b>	<b>122</b>	<b>2</b>	<b>1</b>		<b>78</b>	<b>32</b>	<b>5</b>	<b>66</b>	<b>43</b>	<b>6</b>	<b>70</b>	<b>62</b>	<b>6</b>	<b>53</b>	<b>79</b>	<b>6</b>	<b>389</b>	<b>218</b>	<b>24</b>				
Estrategias:	0	Tapones u objetos discretos																		<b>TOTAL %</b>	<b>63%</b>	<b>33%</b>	<b>4%</b>
	1	Utiliza regletas de H-L																					
	2	Utiliza dedos																					
	3	De cabeza																					