

Trabajo de Fin de Máster.

Estudio de la dinámica de estados helicoidales metastables en imanes quirales monoaxiales.



Máster en Física y Tecnologías Físicas

Departamento de Física de la Materia Condensada

Autor: Diego Bazo Sánchez

Directores:

Víctor Laliena Bielsa

Departamento de Matemática Aplicada

y

Javier Campo Ruíz

Instituto de Nanociencia y Materiales de Aragón

Fecha: Junio 2023

Resumen

A baja temperatura, aplicando un campo magnético paralelo al eje quiral de un imán quiral monoaxial, además de un estado de equilibrio cónico de la imanación, también existirá un continuo de estados cónicos, que serán mínimos locales de la energía y que diferirán entre sí en su número de onda y en la componente de la imanación a lo largo del eje quiral. En este trabajo, se estudiará en detalle la metaestabilidad de estos estados, a los que se les llamará $p - states$. De este estudio, resulta que la aplicación de un campo magnético externo en la dirección del eje quiral tiene un doble efecto: por un lado, introduce una deformación cónica de los $p - states$, y por otro lado, desestabiliza algunos de ellos, acortando el rango de p en el que los $p - states$ son metaestables. De igual manera, se verá que, si se aplica una corriente eléctrica a lo largo del eje quiral, los $p - states$ alcanzan un estado de movimiento estacionario con una velocidad constante proporcional a la intensidad de la corriente. Además de este efecto dinámico, la corriente eléctrica también induce una deformación cónica y reduce el rango de estabilidad de los $p - states$. El estudio del diagrama de estabilidad en el plano campo aplicado - intensidad de corriente aplicada refleja ciertas características interesantes como que, entre otras cosas, existe la posibilidad de manipular los $p - states$ mediante una combinación de campos aplicados y corrientes. Estas características se pueden explotar para diseñar procesos de cambio entre $p - states$. En particular, hay $p - states$ con p negativa, lo que abre la posibilidad al cambio de helicidad, lo cual puede ser aplicado en dispositivos de almacenamiento de memoria.

Índice

1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Fundamento teórico	1
1.3. Objetivos	4
2. Estudio de los estados cónicos	5
2.1. Estados cónicos estáticos	5
2.2. Aplicación de una corriente eléctrica: estados cónicos estacionarios	8
3. Estudio de la estabilidad de los estados magnéticos	12
3.1. Estabilidad de los estados cónicos	12
3.2. Estabilidad de los estados ferromagnéticos forzados	20
3.3. Análisis de los resultados obtenidos del diagrama de estabilidad	22
4. Conclusiones	25
5. Bibliografía	27

1. Introducción

1.1. Motivación

Desde la época de los antiguos griegos, se conoce la existencia del magnetismo; sin embargo, no fue hasta el advenimiento de la mecánica cuántica que se comprendió realmente su origen. El estudio profundo de las propiedades magnéticas de la materia, posibilitó la aparición de aplicaciones cada vez más sofisticadas del magnetismo. Actualmente, el estudio de los materiales magnéticos tiene una importancia fundamental, ya sea para descubrir y comprender diversas propiedades de la materia, o para utilizarlos desde un punto de vista aplicado, ya que, hoy en día, estos materiales tienen una gran relevancia en numerosas aplicaciones, tales como en dispositivos de almacenamiento de memoria.

De entre todos los tipos de materiales magnéticos, destacan los imanes quirales; es decir, aquellos imanes en los que aparecen espontáneamente estados magnéticos ordenados en los que la imanación rompe la simetría quiral. La importancia de este tipo de materiales magnéticos viene dada, principalmente, por su simetría desde el punto de vista teórico. Por otro lado, las texturas magnéticas no colineales, como por ejemplo, las hélices magnéticas, los skyrmiones o las paredes de dominio, son de gran interés, debido a su posible aplicación en espintrónica, disciplina cuyo objetivo es aprovechar el espín del electrón en los dispositivos de estado sólido. La mayor eficiencia se da en magnónica, donde se intenta reemplazar a la corriente eléctrica por ondas de espín. Como estas ondas de espín no involucran el movimiento de carga, no disipan calor por efecto Joule [1]. La ventaja de las texturas no colineales en espintrónica y magnónica, es que aparecen espontáneamente y pueden ser controladas por estímulos externos como campos magnéticos o corrientes eléctricas polarizadas [2, 3, 4]. No obstante, para que estas texturas magnéticas sean aprovechables, han de ser estables o, por lo menos, metaestables, para algunos valores de los parámetros externamente controlables. Es por ello que el uso de imanes quirales tiene tanta relevancia, ya que, estas texturas magnéticas, aparecen como estados de equilibrio del sistema a bajas temperaturas.

1.2. Fundamento teórico

A nivel mesoscópico, un sistema magnético, viene caracterizado por la imanación en cada punto (*i.e.*, por el campo vectorial que expresa la densidad de los momentos dipolares magnéticos permanentes o inducidos en un material magnético).

A bajas temperaturas, el módulo de la imanación es esencialmente constante y, por tanto, los únicos grados de libertad son los correspondientes a su dirección. De esta forma, la imanación en cada punto, podrá expresarse como $\vec{m}(\vec{r}) = M_s \hat{n}(\vec{r})$, donde M_s es la imanación de saturación, y \hat{n} , es un campo vectorial unitario que describe la dirección de la imanación en cada punto. Dado que el valor de la imanación de saturación es constante, para aligerar la escritura, en vez de referirnos a \hat{n} como dirección de la imanación en cada

punto, nos referiremos directamente como imanación [5].

Las propiedades magnéticas del material, están caracterizadas por la energía magnética, que es un funcional de la imanación, que viene dada por la siguiente expresión:

$$E[\hat{n}] = \int d^3r e(\vec{r}). \quad (1)$$

Esta energía magnética depende de las interacciones atómicas, incluidas en $e(\vec{r})$. Estas interacciones se dividen en:

- Interacción de intercambio simétrico, que en este trabajo se tomará como intercambio ferromagnético, y es la interacción que tiende a alinear los momentos magnéticos del material.
- La interacción de Dzyaloshinskii-Moriya (DMI), la cual es un tipo de interacción de intercambio antisimétrico entre momentos magnéticos vecinos en una red cristalina, que surge del acoplamiento espín-órbita relativista entre el espín de un electrón y su movimiento en una red cristalina, y es la responsable de la aparición de la quiralidad magnética. En este caso, la energía se minimiza cuando los momentos magnéticos acoplados son perpendiculares entre sí.
- La anisotropía magnética, que es la responsable de hacer que los momentos magnéticos apunten preferentemente en determinadas direcciones.
- La energía Zeeman, que es la energía asociada al campo externo aplicado.
- La energía magnetostática, que es la energía asociada al campo magnético creado por la imanación. Cuando la imanación varía solo en una dirección, la energía magnetostática es local y puede asociarse a una anisotropía magnética uniaxial.

Los estados no homogéneos que aparecen en este trabajo, son resultado de la competencia entre estas interacciones.

Como la imanación depende de la posición y del tiempo, su dinámica obedece a una ecuación en derivadas parciales conocida como la ecuación Landau-Lifschitz-Gilbert (LLG) [5]:

$$\partial_t \hat{n} = \gamma \vec{B}_{\text{eff}} \times \hat{n} + \alpha \hat{n} \times \partial_t \hat{n} + \vec{\tau}, \quad (2)$$

En esta ecuación, el miembro de la derecha tiene tres términos. El primer término, causa la precesión instantánea de la imanación sobre el campo efectivo instantáneo \vec{B}_{eff} , el cual es la derivada variacional de la energía respecto de $M_s \hat{n}$ y es una función de la propia imanación. La constante γ , es la constante giromagnética del electrón, que da cuenta de la proporción entre el momento magnético y el momento angular del sistema. Si se toma $\alpha = 0$ y $\tau = 0$, los dos últimos términos de la ecuación LLG serán nulos, y la ecuación LLG, conservará la energía. De lo contrario, el segundo término, en el que $\alpha > 0$ es el parámetro de amortiguamiento o de *damping* Gilbert, es un término disipativo, que tiende

a conducir a la imanación a un punto de equilibrio (*i.e.*, un mínimo local de la energía). Se puede obtener que, para $\vec{\tau} = 0$:

$$\frac{dE}{dt} = -\alpha \int \left(B_{eff}^2 - (\hat{n} \cdot \vec{B}_{eff}) \right) d^3r \leq 0 \quad (3)$$

Por lo tanto, si $\vec{\tau} = 0$, la energía nunca aumenta. Por último, $\vec{\tau}$, representa un torque sobre la imanación, causado por agentes externos que no pueden incluirse en la energía, como por ejemplo corrientes eléctricas.

En ausencia de torque, las soluciones estáticas $\partial_t \hat{n} = 0$, están dadas por $\vec{B}_{eff} \times \hat{n} = 0$, esto significa que la imanación es paralela al campo efectivo. Esta ecuación es equivalente a la ecuación de Euler-Lagrange del funcional de energía, $\vec{B}_{eff} = \lambda \hat{n}$, donde λ es el multiplicador de Lagrange que implementa la ligadura $\hat{n}^2 = 1$. Por lo tanto, las soluciones estáticas son los puntos estacionarios de la energía y las soluciones estáticas estables son los puntos de equilibrio (mínimos locales de la energía).

El funcional de la energía dado en la ecuación (1) depende de la simetría del sistema. Este trabajo se centra en el estudio de imanes quirales monoaxiales. Estos sistemas son fuertemente anisotrópicos y en ellos, la DMI, se propaga solo a lo largo de un eje de simetría cristalino, al cual se llamará eje quiral. No es sorprendente que estos imanes presenten además una fuerte anisotropía magnética uniaxial (UMA). En este trabajo, nos centraremos en imanes con UMA de plano fácil, que corresponde al plano perpendicular al eje quiral. Como se ha comentado, la competición entre la interacción de intercambio ferromagnética, la DMI, la UMA y el campo externo aplicado, determinará los estados de equilibrio del sistema magnético a temperaturas lo suficientemente bajas como para que las fluctuaciones térmicas sean despreciables. Para estos imanes, la densidad de energía es:

$$e(\vec{r}) = A \sum_i (\partial_i \hat{n})^2 - D \hat{z} \cdot (\hat{n} \times \partial_z \hat{n}) - K (\hat{z} \cdot \hat{n})^2 - M_s \vec{B} \cdot \hat{n}. \quad (4)$$

En la ecuación (4), el subíndice i , toma valores en las tres componentes del espacio $\{x, y, z\}$. La constante A es la constante de rigidez de intercambio, mientras que las constantes D , K , modulan la intensidad de la interacción de Dzyaloshinskii-Moriya y de la anisotropía magnética uniaxial, respectivamente. El factor \vec{B} , es la intensidad del campo magnético aplicado. Se toma $K < 0$, de manera que se tendrá el plano fácil perpendicular al eje Z. El término $D \hat{z} \cdot (\hat{n} \times \partial_z \hat{n})$ proporciona las propiedades quirales del sistema. La presencia del vector unitario \hat{z} , le da el carácter monoaxial. Por otro lado, si se invierte la dirección de \hat{z} , se invertirá también el signo de D , por ello, sin pérdida de generalidad, se considerará $D > 0$.

El campo efectivo, \vec{B}_{eff} , vendrá caracterizado por la siguiente expresión:

$$\vec{B}_{eff} = \frac{2A}{M_s} \left(\nabla^2 \hat{n} - 2q_0 \hat{z} \times \partial_z \hat{n} + q_0^2 \kappa (\hat{z} \cdot \hat{n}) \hat{z} + q_0^2 \vec{h} \right), \quad (5)$$

donde

$$q_0 = \frac{D}{2A}, \quad \omega_0 = \frac{2\gamma q_0^2 A}{M_s(1 + \alpha^2)}, \quad \kappa = \frac{4AK}{D^2}, \quad \vec{h} = \frac{2AM_s}{D^2} \vec{B}. \quad (6)$$

Las dimensiones de q_0 son de inversa de la longitud y las de ω_0 de frecuencia, mientras que κ y \vec{h} son adimensionales. Para simplificar las ecuaciones, se va a considerar una escala de longitud y de tiempo tal que $\omega_0 = 1$ y $q_0 = 1$.

Los estados de equilibrio termodinámico (*i.e.*, mínimos absolutos de la energía) de los imanes quirales monoaxiales, dependen de la dirección en la que se aplica el campo externo. En el caso de que el campo externo sea nulo, el estado de equilibrio es una hélice magnética con vector de onda a lo largo del eje quiral y, su número de onda, q_0 , vendrá dado por la competición entre la interacción de canje y la DMI. En presencia de un campo magnético aplicado suficientemente débil, se dan dos posibles escenarios, dependiendo de si el campo aplicado es perpendicular o paralelo al eje quiral del sistema. En el caso de que el campo vaya en dirección perpendicular al eje quiral, el estado de equilibrio es una red de solitones quirales, cuyo periodo, depende de la intensidad del campo aplicado [6, 7]. Por el contrario, si el campo va en dirección paralela al eje quiral, el estado de equilibrio es un estado cónico, cuyo número de ondas es q_0 [8, 9]. En el supuesto de que el campo aplicado no vaya ni en dirección perpendicular ni paralela al eje quiral, el estado de equilibrio será una textura magnética unidimensional, que se propaga a lo largo del eje quiral, que conectará suavemente los dos casos límite a medida que la dirección del campo magnético varía de perpendicular a paralela al eje quiral [8]. Por último, si el campo externo aplicado es suficientemente intenso, el estado de equilibrio será un estado ferromagnético forzado (FFM), en el cual la imanación es uniforme, apuntando en la dirección del campo externo.

En este trabajo, nos centramos en el estudio del iman quiral monoaxial con un campo paralelo al eje quiral, en el cual, a bajas temperaturas, además del estado de equilibrio cónico, existe un continuo de estados cónicos que difieren en su número de onda y en la componente de la imanación a lo largo del eje quiral, que son mínimos locales de la energía [10]. Estos estados cónicos aquí serán llamados *p-states*.

1.3. Objetivos

El objetivo de este trabajo es analizar en detalle las propiedades de estos estados cónicos, o *p-states*, en imanes quirales monoaxiales, aclarando su papel como estados metaestables y estudiando su comportamiento bajo la acción de corrientes eléctricas desde un punto de vista teórico. Estos *p-states* son físicamente distinguibles y, por tanto, podrían constituir una forma de almacenar información a modo de bits, por ejemplo, a través de su imanación total o de sus propiedades de transporte (conductividad eléctrica). Es por esto que resulta de gran interés el estudio detallado de sus propiedades.

2. Estudio de los estados cónicos

Como ya hemos comentado, se van a estudiar los estados cónicos que aparecen cuando el campo se aplica en la dirección del eje quiral en los imanes quirales monoaxiales. Por tanto, se considera $\vec{h} = h\hat{z}$, y despejando $\partial_t \hat{n}$ de la ecuación (2), se llega a la ecuación explícita de la dinámica de la imanación, que será utilizada en esta sección.

$$\partial_t \hat{n} = \frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \vec{B}_{eff} \times \hat{n} + \frac{\alpha\gamma}{1 + \alpha^2} \hat{n} \times (\vec{B}_{eff} \times \hat{n}) + \frac{1}{1 + \alpha^2} \vec{\tau} + \frac{\alpha}{1 + \alpha^2} \hat{n} \times \vec{\tau}. \quad (7)$$

2.1. Estados cónicos estáticos

Ya se ha visto que, los estados estáticos estables, serán aquellos que, en ausencia de torques no conservativos (*i.e.*, $\vec{\tau} = 0$), minimizan la energía, por lo que una condición necesaria es $\partial_t \hat{n} = 0$.

Parametrizando la imanación con coordenadas polares:

$$\hat{n} = \sin \theta \cos \phi \hat{x} + \sin \theta \sin \phi \hat{y} + \cos \theta \hat{z}, \quad (8)$$

se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\theta'' - (\phi' - 1)^2 \sin \theta \cos \theta + (h_c \cos \theta - h) \sin \theta = 0, \quad (9)$$

$$\sin \theta \phi'' + 2 \cos \theta \theta' (\phi' - 1) = 0. \quad (10)$$

Estas ecuaciones son el caso particular para corriente nula, $\vec{\tau} = 0$, de las ecuaciones generales ((36) y (37)), que se obtendrán explícitamente en el siguiente apartado.

De las ecuaciones (9) y (10), se tiene que una posible solución viene dada por los siguientes estados de equilibrio:

$$\cos \theta_p = \frac{h}{h_c - (p - 1)^2}, \quad \phi_p(z) = pz, \quad (11)$$

donde $h_c = 1 - \kappa > 1$, es el campo crítico, ya que para $h \geq h_c$, se puede ver que $\cos \theta_p > 1$, lo cual carece de sentido y en ese caso, tal como se ha explicado en la introducción, se tendría un ordenamiento FFM, con una imanación en dirección al eje Z. En caso de que $h < h_c$, la ecuación estática admite las soluciones presentadas en (11) y el estado de equilibrio será una hélice cónica propagándose a lo largo del eje Z, con un ángulo con respecto al mismo determinado por θ_p . El valor de ϕ_p determina el giro de la solución alrededor del eje Z. El parámetro p es el número de onda expresado en unidades de q_0 . Estos estados serán denominados como *p-states*, *i.e.*, estados cónicos con número de onda $q = pq_0$. Como $|\cos \theta_p| \leq 1$, el valor de p estará limitado entre:

$$1 - \sqrt{h_c - |h|} \leq p \leq 1 + \sqrt{h_c - |h|}. \quad (12)$$

Donde cabe recordar que $h_c > 1$, por lo que, para un $|h|$ lo suficientemente pequeño, p puede ser negativo, lo que significa que existen *p-states* que, como se verá más adelante,

son estables con una helicidad opuesta a la favorecida por la DMI. La estabilidad de estos estados se debe a la UMA de plano fácil. Del mismo modo, existen valores de $|h|$ para los que $p = 0$, por lo que el estado será ferromagnético.

Sustituyendo las soluciones (11), en la expresión de la densidad de energía (4), se llega a la siguiente expresión para la densidad de energía en función de los p -states:

$$e(p) = Aq_0^2 \left[(p-1)^2 - 1 - \frac{h^2}{h_c - (p-1)^2} \right]. \quad (13)$$

Como se puede comprobar en la ecuación, y como se ve en la figura 1, en el caso de $h < h_c$, el mínimo de la energía se da para $p = 1$. Por lo tanto, los estados de equilibrio termodinámico se darán para $p = 1$, es decir, aquellos estados que tengan número de onda igual a q_0 . No obstante, tal y como se mostrará en la sección 3.1, existe un rango de valores de p , alrededor de $p = 1$, para los que los p -states son metaestables, es decir, son mínimos locales del funcional de la energía.

En la figura 1, se muestra la densidad de energía de los p -states en función del valor de p . En concreto, se muestra la representación para los casos de $h = 0$ y $h = 2$, considerando en ambos casos $h_c = 6$, de manera que se cumple la condición de $h < h_c$.

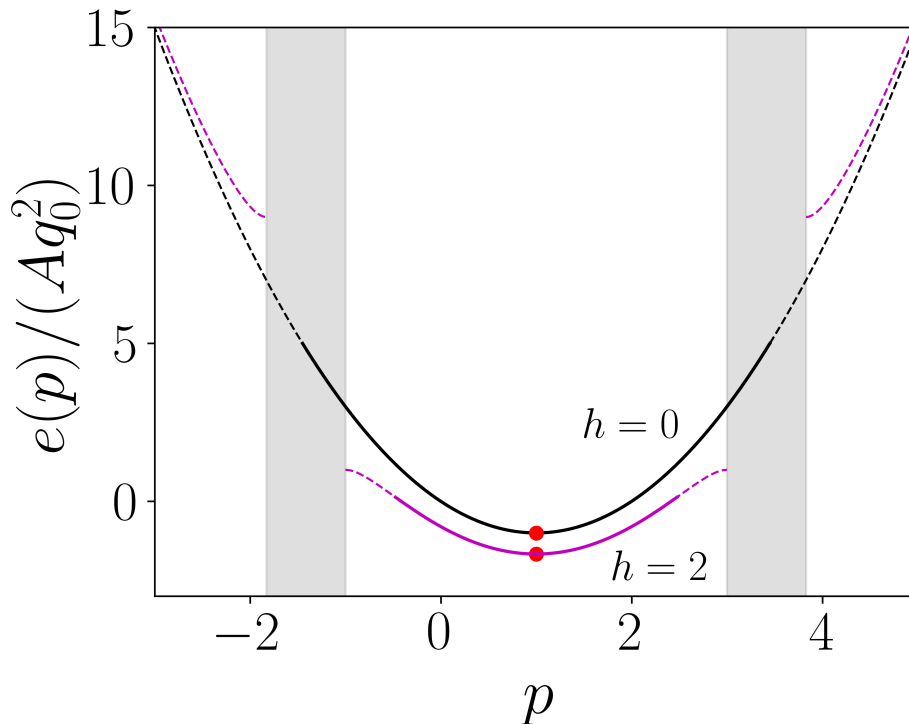


Figura 1: Densidad de energía en función de los p -states.

En esta figura, el punto rojo en $p = 1$, se corresponde con el mínimo de la energía y por tanto es el estado estable del sistema. Como se puede ver, este estado es el de mínima

energía independientemente del valor de h . Tal y como se ha comentado, existe un rango de valores de p para los que los p - *states* son metaestables, este rango viene representado en la figura por una línea continua. Por último, ha de notarse que, para valores de h mayores que 0, existe un *gap* para el que no hay solución; es decir, no existe ningún p - *state* que satisfaga la condición de $|\cos \theta_p| \leq 1$. Este *gap* es el representado, para el caso de $h = 2$, con el sombreado gris.

Analizando la figura 1, resulta especialmente llamativa la afirmación de que las líneas continuas representan estados metaestables, puesto que la figura parece indicar que es posible disminuir la energía mediante un pequeño cambio en p . Sin embargo, puede comprobarse, que un pequeño cambio en p , no tiene por qué corresponderse con un pequeño cambio en la imanación.

Para ver esto, se considera una pequeña perturbación de p , δp , y se estudia si la diferencia entre $\hat{n}_{p+\delta p} - \hat{n}_p$ es pequeña. Para llevar a cabo este procedimiento se hará uso de las siguientes identidades trigonométricas:

$$\cos(a + b) = \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b), \quad (14)$$

$$\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \sin(b) \cos(a), \quad (15)$$

$$\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a), \quad (16)$$

$$\sin(2a) = 2 \sin(a) \cos(a). \quad (17)$$

Sustituyendo \hat{n}_p por $\hat{n}_{p+\delta p}$ en la ecuación (8), y haciendo uso de las propiedades (14) y (15), se tendrá la siguiente expresión para $\hat{n}_{p+\delta p}$ cuando se toma $\delta p \rightarrow 0$:

$$\hat{n}_{p+\delta p} \approx \sin \theta_p [(\cos \phi_p \cos \phi_{\delta p} - \sin \phi_p \sin \phi_{\delta p}) \hat{x} + (\sin \phi_p \cos \phi_{\delta p} + \sin \phi_{\delta p} \cos \phi_p) \hat{y}] + \cos \theta_p, \quad (18)$$

donde se ha aproximado que $\theta_{p+\delta p} \approx \theta_p$, ya que, como se ve en la ecuación (11), una pequeña perturbación en p , apenas cambiará el valor de θ_p , mientras que, dado que el valor de z puede ser arbitrariamente elevado, el valor de ϕ_p , sí que cambiará. Por tanto la expresión de $\hat{n}_{p+\delta p} - \hat{n}_p$ podrá expresarse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \hat{n}_{p+\delta p} - \hat{n}_p \approx \sin \theta_p \sin \phi_{\delta p} \left[\left(\frac{\cos \phi_p (\cos \phi_{\delta p} - 1)}{\sin \phi_{\delta p}} - \sin \phi_p \right) \hat{x} \right. \\ \left. + \left(\frac{\sin \phi_p (\cos \phi_{\delta p} - 1)}{\sin \phi_{\delta p}} + \cos \phi_p \right) \hat{y} \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Aplicando ahora las propiedades (17) y (16), se llega a

$$\begin{aligned} \hat{n}_{p+\delta p} - \hat{n}_p \approx 2 \sin \theta_p \sin \phi_{\frac{\delta p}{2}} \left[\left(-\cos \phi_p \sin \phi_{\frac{\delta p}{2}} - \sin \phi_p \cos \phi_{\frac{\delta p}{2}} \right) \hat{x} \right. \\ \left. + \left(\sin \phi_p \sin \phi_{\frac{\delta p}{2}} + \cos \phi_p \cos \phi_{\frac{\delta p}{2}} \right) \hat{y} \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Por último, aplicando de nuevo las propiedades (14) y (15), se llega a

$$\hat{n}_{p+\delta p} - \hat{n}_p \approx 2 \sin \theta_p \sin \left(\frac{\delta p z}{2} \right) \hat{u}(z), \quad (21)$$

donde

$$\hat{u}(z) = -\sin\left(\left(p + \frac{\delta p}{2}\right)z\right)\hat{x} + \cos\left(\left(p + \frac{\delta p}{2}\right)z\right)\hat{y} \quad (22)$$

es un vector unitario. Por lo tanto, en la ecuación (21), no se puede considerar que un pequeño cambio de p suponga tan solo una pequeña perturbación en n_p , ya que la diferencia $|n_{p+\delta p} - n_p|$ no será despreciable si el valor de $z\delta p$ es cercano a π , y esta situación puede darse, ya que, el valor de z , puede ser arbitrariamente elevado. Por lo tanto, queda claro que un cambio en p , por muy pequeño que sea, no supondrá una pequeña perturbación en el p - *state*, y por consiguiente, es incorrecto inferir de la figura 1, que los p - *states* contenidos en la línea continua no son metaestables.

La ecuación (21), muestra que p - *states* con distinto p están separados en el espacio de configuración de la imanación, aunque p esté infinitamente próximo a p' . Además, el hecho de que los p - *states* son metaestables, significa que están separados por barreras energéticas. De estas barreras de energía dependerá lo larga que sea la vida de estos p - *states* metaestables. No obstante, en este trabajo no se estudiará esta cuestión.

2.2. Aplicación de una corriente eléctrica: estados cónicos estacionarios

A continuación, se va a proceder a estudiar la respuesta de los p - *states* a una corriente eléctrica a lo largo del eje quiral. Tal y como se ha comentado, el aplicar una corriente eléctrica externa en el sistema, va a suponer la aparición de un torque no conservativo, $\vec{\tau}$, en la ecuación LLG. El estudio microscópico de la interacción entre los electrones que fluyen con la corriente eléctrica y los electrones localizados que originan la imanación, muestra que el torque impartido a la imanación, tiene la siguiente expresión [12]:

$$\vec{\tau} = -jb_j(\partial_z\hat{n} - \beta\hat{n} \times \partial_z\hat{n}), \quad (23)$$

donde j es el módulo de la densidad de la corriente aplicada a lo largo del eje quiral, $\vec{j} = -j\hat{z}$ y b_j es una constante caracterizada por la siguiente expresión:

$$b_j = \frac{P\mu_B}{|e|M_s}, \quad (24)$$

donde P es el grado de polarización de la corriente, e es carga del electrón, μ_B hace referencia al magnetón de Bohr y M_s es la imanación de saturación, ya introducida anteriormente. El primer sumando de (23), corresponde al torque reactivo (adiabático), según el cual, el espín de los electrones se ajusta a la imanación local, mientras que el segundo sumando, da cuenta del torque disipativo (no adiabático), que es una corrección a este ajuste del espín de los electrones, cuya intensidad viene regulada por el parámetro β [13].

Puesto que se acaba de introducir un torque no conservativo en la ecuación LLG (2), las soluciones que se encuentren, ya no tienen por qué ser estáticas. Es por ello que, en

esta sección, se van a buscar soluciones estacionarias. En concreto, se buscarán soluciones estacionarias, que tengan la forma de un estado moviéndose de manera rígida, a lo largo del eje z , con una velocidad constante v . La solución general estará caracterizada por dos funciones, $\theta(w)$ y $\phi(w)$, de la variable $w = (z - vt)$. Para obtener las ecuaciones del movimiento del estado estacionario no hay más que introducir este *ansatz* en la ecuación LLG (7). A continuación, se muestran los cálculos necesarios para llegar a dichas ecuaciones del movimiento.

En primer lugar, conviene definir un sistema de coordenadas para la imanación, asociado al triedro ortonormal formado por los siguientes vectores:

$$\hat{n} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta), \quad (25)$$

$$\hat{e}_1 = \partial_\theta \hat{n} = (\cos \theta \cos \phi, \cos \theta \sin \phi, -\sin \theta), \quad (26)$$

$$\hat{e}_2 = \frac{1}{\sin \theta} \partial_\phi \hat{n} = (-\sin \phi, \cos \phi, 0). \quad (27)$$

Con estas definiciones, ya se pueden obtener cada uno de los términos de la ecuación LLG (7) en función de $\theta(w)$, $\phi(w)$ y sus derivadas. En primer lugar:

$$\partial_t \hat{n} = -v \hat{n}' = -v \theta' \hat{e}_1 - v \phi' \sin \theta \hat{e}_2, \quad (28)$$

donde \hat{n}' hace referencia a la derivada de \hat{n} con respecto a w . A continuación, se puede obtener la expresión desarrollada del campo efectivo, definido en (5). Desarrollando cada término de dicha ecuación, se llega a:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \vec{B}_{eff} &= (\theta'' - \sin \theta \cos \theta \phi'^2 + 2 \sin \theta \cos \theta \phi' - (\kappa \cos \theta + h) \sin \theta) \hat{e}_1 \\ &+ (\sin \theta \phi'' + 2 \cos \theta \theta' \phi' - 2 \cos \theta \theta') \hat{e}_2 \\ &+ (-\theta'^2 - \sin^2 \theta \phi'^2 + 2 \sin^2 \theta \phi' + (\kappa \cos \theta + h) \cos \theta) \hat{n}. \end{aligned} \quad (29)$$

Y el torque se puede expresar de la siguiente manera:

$$\frac{1}{1 + \alpha^2} \vec{\tau} = v_0 (-\theta' - \beta \sin \theta \phi') \hat{e}_1 + v_0 (-\sin \theta \phi' + \beta \theta') \hat{e}_2, \quad (30)$$

donde $v_0 = \frac{jb_j q_0}{\omega_0(1 + \alpha^2)}$, aunque en nuestras unidades q_0 y ω_0 son igual a 1. Con esto, ya se tiene todo lo necesario para expresar cada término de la ecuación LLG en función de $\theta(w)$ y $\phi(w)$. La expresión de estos términos será como sigue. Para el primer término:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \vec{B}_{eff} \times \hat{n} &= (\sin \theta \phi'' + 2 \cos \theta \theta' \phi' - 2 \cos \theta \theta') \hat{e}_1 \\ &+ (-\theta'' + \sin \theta \cos \theta \phi'^2 - 2 \sin \theta \cos \theta \phi' + (\kappa \cos \theta + h) \sin \theta) \hat{e}_2, \end{aligned} \quad (31)$$

El segundo sumando tendrá la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha \gamma}{1 + \alpha^2} \hat{n} \times (\vec{B}_{eff} \times \hat{n}) &= \frac{\alpha \gamma}{1 + \alpha^2} \left(\vec{B}_{eff} - (\vec{B}_{eff} \cdot \hat{n}) \hat{n} \right) = \\ &\alpha (\theta'' - \sin \theta \cos \theta \phi'^2 + 2 \sin \theta \cos \theta \phi' - (\kappa \cos \theta + h) \sin \theta) \hat{e}_1 \\ &+ \alpha (\sin \theta \phi'' + 2 \cos \theta \theta' \phi' - 2 \cos \theta \theta') \hat{e}_2. \end{aligned} \quad (32)$$

El tercer sumando ya ha sido calculado en la ecuación (30) y, el último sumando tendrá la siguiente expresión:

$$\frac{\alpha}{1 + \alpha^2} \hat{n} \times \vec{\tau} = \alpha v_0 (\sin \theta \phi' - \beta \theta') \hat{e}_1 + \alpha v_0 (-\theta' - \beta \sin \theta \phi') \hat{e}_2. \quad (33)$$

Juntándolo todo, se tendrán dos ecuaciones, una para cada vector unitario, \hat{e}_1 y \hat{e}_2 , que tendrán las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} & \sin \theta \phi'' + 2 \cos \theta \theta' \phi' - 2 \cos \theta \theta' + v \theta' - v_0 \theta' - v_0 \beta \sin \theta \phi' \\ & + \alpha (\theta'' - \sin \theta \cos \theta \phi'^2 + 2 \sin \theta \cos \theta \phi' - (\kappa \cos \theta + h) \sin \theta + v_0 \sin \theta \phi' - v_0 \beta \theta') = 0, \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} & - (\theta'' - \sin \theta \cos \theta \phi'^2 + 2 \sin \theta \cos \theta \phi' - (\kappa \cos \theta + h) \sin \theta - v \sin \theta \phi' + v_0 \sin \theta \phi' - v_0 \beta \theta') \\ & + \alpha (\sin \theta \phi'' + 2 \cos \theta \theta' \phi' - 2 \cos \theta \theta' - v_0 \theta' - v_0 \beta \sin \theta \phi') = 0. \end{aligned} \quad (35)$$

Ahora, haciendo (34) + α (35) y α (34) - (35), se llega a las buscadas ecuaciones del movimiento del estado estacionario:

$$\theta'' - (\phi' - 1)^2 \sin \theta \cos \theta + (h_c \cos \theta - h) \sin \theta + \Omega \theta' - \Gamma \sin \theta \phi' = 0, \quad (36)$$

$$\sin \theta \phi'' + 2 \cos \theta \theta' (\phi' - 1) + \Gamma \theta' + \Omega \sin \theta \phi' = 0, \quad (37)$$

donde Ω y Γ son

$$\Omega = \frac{q_0 \alpha}{\omega_0} \left(v - \frac{\beta}{\alpha} b_j j \right), \quad (38)$$

$$\Gamma = \frac{q_0}{\omega_0} (v - b_j j), \quad (39)$$

donde hay que recordar que $q_0 = \omega_0 = 1$. También es digno de mención el hecho de que, el torque transferido por el espín, el *damping* de Gilbert, el coeficiente de no-adiabaticidad y la velocidad estacionaria, aparecen en las ecuaciones del movimiento unicamente a través de los parámetros Γ y Ω .

En esta sección se pretende estudiar soluciones de la forma *p-state*; es decir, soluciones cónicas con un desplazamiento estacionario. Por tanto, se considerará que θ es constante para un valor de p dado y se corresponderá con el ángulo que forma el *p-state* con respecto al eje quiral. Del mismo modo, el ángulo ϕ dará cuenta del giro del *p-state* alrededor del eje quiral con velocidad p . Por lo tanto, los *p-states* con movimiento estacionario buscados, serán las soluciones de las ecuaciones del movimiento (36) y (37), para las que $\theta = \theta_p$, constante y $\phi' = p$. Incorporando este *ansatz* en las ecuaciones (36) y (37) se llega a lo siguiente. En el caso de la ecuación (36):

$$\sin \theta_p \left(-(p - 1)^2 \cos \theta_p + h_c \cos \theta_p - h - \Gamma p \right) = 0, \quad (40)$$

lo cual tiene dos posibles soluciones, o bien $\sin \theta_p = 0$, lo cual se correspondería a un estado ferromagnético, o bien, la solución del estado cónico caracterizada por la siguiente expresión:

$$\cos \theta_p = \frac{h + p\Gamma}{h_c - (p - 1)^2}. \quad (41)$$

Este p -state estacionario, tan solo puede darse si $|h + p\Gamma| \leq h_c - (p-1)^2$. Además, para que esta solución sea estable, ha de cumplir otras condiciones que serán discutidas en la próxima sección.

En el caso de la ecuación (37), teniendo en cuenta que $\phi' = p$ es una constante, se tiene:

$$\Omega \sin \theta_p p = 0, \quad (42)$$

donde la única posibilidad para tener un estado cónico, pasa por que $\Omega = 0$, ya que si $\sin \theta_p$ o q son iguales a cero, el estado al que se daría lugar sería un estado uniforme. Esta condición de $\Omega = 0$, proporciona una relación entre la velocidad estacionaria y la intensidad de la corriente aplicada, siendo esta relación la siguiente:

$$v = \frac{\beta}{\alpha} b_j j. \quad (43)$$

Ha de notarse que, mientras que j es un parámetro que controlamos externamente, v no; es decir, j es un estímulo controlado externamente y v es una respuesta a dicho estímulo. Por consiguiente, se tiene que la respuesta viene caracterizada por un estímulo controlado.

Como se ha visto que la velocidad estacionaria y la intensidad de la corriente aplicada son proporcionales, el factor Γ será también proporcional a la corriente, obedeciendo a la siguiente expresión:

$$\Gamma = \frac{(\beta - \alpha)}{\alpha} b_j j. \quad (44)$$

Lo más llamativo de que la velocidad del estado estacionario crezca linealmente con la densidad de corriente, con una movilidad $m = (\beta/\alpha)b_j$ y que sea independiente de los parámetros κ y h , es que esta relación parece ser una característica universal de la respuesta de los estados modulados magnéticos unidimensionales a las corrientes polarizadas, ya que este mismo comportamiento aparece en el caso de paredes de dominio [13], en paredes de dominio de 360° [14], y en solitones aislados y redes de solitones quirales en imanes quirales monoaxiales [15].

La ecuación (43) implica que la velocidad del estado estacionario será cero si $\beta = 0$; es decir, la solución estacionaria será estática si no hay un torque disipativo, aunque esta solución será diferente de la obtenida en la sección 2.1, ya que habrá una deformación en el ángulo θ_p producida por la corriente, alcanzando un estado de equilibrio diferente, un p -state cónico estático deformado, con ángulo respecto al eje quiral dado por la ecuación (41). El caso $\beta = \alpha$ también es especial, ya que entonces $\Omega = 0$ y $\Gamma = 0$, y por lo tanto las ecuaciones (36) y (37) son independientes de la corriente aplicada. Esto implica que en este caso el p -state es arrastrado rígidamente por la corriente, con velocidad $v = b_j j$, manteniendo el ángulo del cono igual a su valor estático.

3. Estudio de la estabilidad de los estados magnéticos

Para que las soluciones anteriores sean relevantes y puedan tener aplicaciones prácticas, han de ser soluciones estables. En esta sección, se estudiará la estabilidad de los $p - states$, así como también se discutirá la estabilidad del estado FFM y se explorarán las propiedades del diagrama de estabilidad. Para llevar a cabo este estudio, se analizará la estabilidad de las soluciones frente a pequeñas perturbaciones.

3.1. Estabilidad de los estados cónicos

En este apartado, se estudia la estabilidad de los $p - states$ que se han obtenido de forma general en el caso estacionario para un valor dado de h y Γ . Las soluciones obtenidas en la sección 2.1, para el caso de $p - states$ estáticos, serán casos particulares de los $p - states$ obtenidos en la sección 2.2, ya que, si se comparan las soluciones presentadas en (41) y (11), se puede comprobar que la solución estática se corresponde con la solución estacionaria pero con $\Gamma = 0$. Esto es razonable, ya que como se ha comentado al final de la sección 2.2, el factor Γ va a ser proporcional a la corriente, por lo que en el caso en el que no se considera la acción de una corriente eléctrica externa, este valor ha de ser igual a cero. Por lo tanto, un $p - state$ será estacionario si $\Gamma \neq 0$ y estático si $\Gamma = 0$.

Para llevar a cabo este estudio, se introduce el vector unitario \hat{n}_p , que hace referencia a la imanación del $p - state$ estacionario móvil, con θ_p dada por (41) y $\phi_p = p(z - vt)$, donde v ya ha sido definida en (43). Como se ha comentado, para hacer el análisis de la estabilidad, se tendrá en cuenta una pequeña perturbación de \hat{n}_p . Esta pequeña perturbación, vendrá caracterizada por dos campos, ξ_1 y ξ_2 , que dependerán de las tres coordenadas espaciales x, y, z y del tiempo t . Para ξ_1 y ξ_2 lo suficientemente pequeñas, la imanación perturbada, vendrá dada por:

$$\hat{n} = \sqrt{1 - \xi_1^2 - \xi_2^2} \hat{n}_p + \xi_1 \hat{e}_1 + \xi_2 \hat{e}_2, \quad (45)$$

donde $\{\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{n}_p\}$ es el triedro ortonormal dextrógiro, definido en (25), (26) y (27). Para asegurar que la energía de la perturbación sea finita, se requiere que, para t fijo, los campos ξ_1 y ξ_2 , sean funciones cuadrado integrable de (x, y, z) .

Para $\xi_1^2 + \xi_2^2 \rightarrow 0$, se tiene que:

$$\hat{n} \approx \hat{n}_p + \delta\hat{n} + O(\xi_1^2 + \xi_2^2), \quad (46)$$

donde $\delta\hat{n} = \xi_1 \hat{e}_1 + \xi_2 \hat{e}_2$, hace referencia a la perturbación introducida en el sistema. Para obtener las ecuaciones de la dinámica de la perturbación, dado que la imanación perturbada ha de ser también solución de la ecuación LLG, hay que resolver dicha ecuación, sustituyendo \hat{n} por la ecuación (45) y quedándonos con los términos lineales en ξ (*i.e.*, por

su perturbación). La ecuación LLG a orden $\delta\hat{n}$, vendrá dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}\partial_t\delta\hat{n} &= \frac{\gamma}{1+\alpha^2}\vec{B}_{eff}^0 \times \delta\hat{n} + \frac{\gamma}{1+\alpha^2}\delta\vec{B}_{eff} \times \hat{n}_p + \frac{\alpha\gamma}{1+\alpha^2}\delta\hat{n} \times (\vec{B}_{eff}^0 \times \hat{n}_p) \\ &+ \frac{\alpha\gamma}{1+\alpha^2}\hat{n}_p \times (\delta\vec{B}_{eff} \times \hat{n}_p) + \frac{\alpha\gamma}{1+\alpha^2}\hat{n}_p \times (\vec{B}_{eff}^0 \times \delta\hat{n}) + \frac{1}{1+\alpha^2}\delta\vec{\tau} \\ &+ \frac{\alpha}{1+\alpha^2}\delta\hat{n} \times \vec{\tau}^0 + \frac{\alpha}{1+\alpha^2}\hat{n}_p \times \delta\vec{\tau},\end{aligned}\quad (47)$$

donde \vec{B}_{eff}^0 y $\vec{\tau}^0$, hacen referencia al campo efectivo sin perturbar y al torque no conservativo sin perturbar, respectivamente. Sus perturbaciones, se expresan como

$$\frac{\gamma}{1+\alpha^2}\delta\vec{B}_{eff} = \nabla^2\delta\hat{n} - 2\hat{z} \times \partial_z\delta\hat{n} + \kappa(\hat{z} \cdot \delta\hat{n})\hat{z}, \quad (48)$$

$$\frac{1}{1+\alpha^2}\delta\vec{\tau} = -v_0\partial_z\delta\hat{n} + \beta\delta\hat{n} \times (v_0\partial_z)\hat{n}_p + \beta\hat{n}_p \times (v_0\partial_z)\delta\hat{n}. \quad (49)$$

Ahora, se mostrará el valor de cada uno de los términos de la ecuación (47):

$$\begin{aligned}\partial_t\delta\hat{n} &= (\partial\xi_1)\hat{e}_1 + (\partial\xi_2)\hat{e}_2 - v\xi_1\hat{e}'_1 - v\xi_2\hat{e}'_2 \\ &= (\partial_t\xi_1 + vp\cos\theta\xi_2)\hat{e}_1 + (\partial_t\xi_2 - vp\cos\theta\xi_1)\hat{e}_2 + vp\sin\theta\xi_2\hat{n}_p,\end{aligned}\quad (50)$$

donde, como siempre, el apóstrofe, hace referencia a la derivada con respecto a w .

Para obtener el valor de $\delta\vec{B}_{eff}$, es necesario obtener primero las expresiones de $\nabla^2\delta\hat{n}$, $\hat{z} \times \partial_z\delta\hat{n}$ y $(\hat{z} \cdot \delta\hat{n})\hat{z}$. Así pues:

$$\begin{aligned}\nabla^2\delta\hat{n} &= (\nabla^2\xi_1)\hat{e}_1 + (\nabla^2\xi_2)\hat{e}_2 + 2(\partial_z\xi_1)\hat{e}'_1 + 2(\partial_z\xi_2)\hat{e}'_2 + \xi_1\hat{e}''_1 + \xi_2\hat{e}''_2 \\ &= (\nabla^2\xi_1 - 2p\cos\theta\partial_z\xi_2 - p^2\cos^2\theta\xi_1)\hat{e}_1 + (\nabla^2\xi_2 + 2p\cos\theta\partial_z\xi_1 - p^2\xi_2)\hat{e}_2 \\ &+ (-2p\sin\theta\partial_z\xi_2 - p^2\sin\theta\cos\theta\xi_1)\hat{n}_p,\end{aligned}\quad (51)$$

$$\begin{aligned}\hat{z} \times \partial_z\delta\hat{n} &= \hat{z} \times ((\partial_z\xi_1)\hat{e}_1 + (\partial_z\xi_2)\hat{e}_2 + \xi_1\hat{e}'_1 + \xi_2\hat{e}'_2) \\ &= -\cos\theta(\partial_z\xi_2 + p\cos\theta\xi_1)\hat{e}_1 + (\cos\theta\partial_z\xi_1 - p\xi_2)\hat{e}_2 - \sin\theta(\partial_z\xi_2 + p\cos\theta\xi_1)\hat{n}_p,\end{aligned}\quad (52)$$

$$(\hat{z} \cdot \delta\hat{n})\hat{z} = \sin^2\theta\xi_1\hat{e}_1 - \sin\theta\cos\theta\xi_1\hat{n}_p. \quad (53)$$

Introduciendo estos desarrollos en (48), se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}\frac{\gamma}{1+\alpha^2}\delta\vec{B}_{eff} &= (\nabla^2\xi_1 + ((2p-p^2)\cos^2\theta + \kappa\sin^2\theta)\xi_1 - 2(p-1)\cos\theta\partial_z\xi_2)\hat{e}_1 \\ &+ (\nabla^2\xi_2 + 2(p-1)\cos\theta\partial_z\xi_1 + q(2-p)\xi_2)\hat{e}_2 \\ &+ (-2(p-1)\partial_z\xi_2 + (h_c - (p-1)^2)\cos\theta\xi_1)\sin\theta\hat{n}_p.\end{aligned}\quad (54)$$

Ahora, desarrollando la expresión (49), se llega a la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}\frac{1}{1+\alpha^2}\delta\vec{\tau} &= -v_0(\partial_z\xi_1 + \beta p\cos\theta\xi_1 + \beta\partial_z\xi_2 - p\cos\theta\xi_2)\hat{e}_1 \\ &- v_0(-\beta\partial_z\xi_1 + p\cos\theta\xi_1 + \partial_z\xi_2 + \beta p\cos\theta\xi_2)\hat{e}_2 \\ &+ v_0p\sin\theta(\beta\xi_1 + \xi_2)\hat{n}_p.\end{aligned}\quad (55)$$

Con estas dos últimas expresiones, ya se pueden obtener todos los términos de la ecuación (47), que serán los siguientes:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{1+\alpha^2} \vec{B}_{eff}^0 \times \delta \hat{n} &= \frac{\gamma}{1+\alpha^2} \left(\xi_1 \vec{B}_{eff}^0 \times \hat{e}_1 + \xi_2 \vec{B}_{eff}^0 \times \hat{e}_2 \right) = \\ &(- (p-1)^2 \sin^2 \theta + 1 - (h_c \cos \theta - h) \cos \theta) \xi_1 \hat{e}_2 \\ &+ \left((p-1)^2 \sin^2 \theta - 1 + (h_c \cos \theta - h) \cos \theta \right) \xi_2 \hat{e}_1 + \\ &+ \left(-(p-1)^2 \cos \theta + (h_c \cos \theta - h) \right) \sin \theta \xi_2 \hat{n}_p. \end{aligned} \quad (56)$$

Ahora, se calcula $\frac{\gamma}{1+\alpha^2} \delta \vec{B}_{eff} \times \hat{n}_p$:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{1+\alpha^2} \delta \vec{B}_{eff} \times \hat{n}_p &= (\nabla^2 \xi_2 + p(2-p)\xi_2 + 2(p-1) \cos \theta \partial_z \xi_1) \hat{e}_1 \\ &- (\nabla^2 \xi_1 + ((2p-p^2) \cos^2 \theta + \kappa \sin^2 \theta) \xi_1 - 2(p-1) \cos \theta \partial_z \xi_2) \hat{e}_2. \end{aligned} \quad (57)$$

A continuación, se muestra la expresión que tendrá $\frac{\alpha\gamma}{1+\alpha^2} \delta \hat{n} \times (\vec{B}_{eff}^0 \times \hat{n}_p)$:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha\gamma}{1+\alpha^2} \delta \hat{n} \times (\vec{B}_{eff}^0 \times \hat{n}_p) &= \frac{\alpha\gamma}{1+\alpha^2} \left(\vec{B}_{eff}^0 (\hat{n}_p \cdot \delta \hat{n}) - (\delta \hat{n} \cdot \vec{B}_{eff}^0) \hat{n}_p \right) \\ &= -\alpha \left(-(p-1)^2 \cos \theta + (h_c \cos \theta - h) \right) \sin \theta \xi_1 \hat{n}_p. \end{aligned} \quad (58)$$

El siguiente término a desarrollar será $\frac{\alpha\gamma}{1+\alpha^2} \hat{n}_p \times (\delta \vec{B}_{eff} \times \hat{n}_p)$:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha\gamma}{1+\alpha^2} \hat{n}_p \times (\delta \vec{B}_{eff} \times \hat{n}_p) &= \frac{\alpha\gamma}{1+\alpha^2} \left(\delta \vec{B}_{eff} - (\hat{n}_p \cdot \delta \vec{B}_{eff}) \hat{n}_p \right) \\ &= \alpha \left(\nabla^2 \xi_1 + ((2p-p^2) \cos^2 \theta + \kappa \sin^2 \theta) \xi_1 - 2(p-1) \cos \theta \partial_z \xi_2 \right) \hat{e}_1 \\ &+ \alpha \left(\nabla^2 \xi_2 + p(2-p)\xi_2 + 2(p-1) \cos \theta \partial_z \xi_1 \right) \hat{e}_2. \end{aligned} \quad (59)$$

Por su parte, la expresión de $\frac{\alpha\gamma}{1+\alpha^2} \hat{n}_p \times (\vec{B}_{eff}^0 \times \delta \hat{n})$ será:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha\gamma}{1+\alpha^2} \hat{n}_p \times (\vec{B}_{eff}^0 \times \delta \hat{n}) &= \frac{\alpha\gamma}{1+\alpha^2} \left(\vec{B}_{eff}^0 (\hat{n}_p \cdot \delta \hat{n}) - (\hat{n}_p \cdot \vec{B}_{eff}^0) \delta \hat{n} \right) \\ &= \alpha \left(-(p-1)^2 \sin^2 \theta + 1 - (h_c \cos \theta - h) \cos \theta \right) \xi_1 \hat{e}_1 \\ &- \alpha \left(-(p-1)^2 \sin^2 \theta + 1 - (h_c \cos \theta - h) \cos \theta \right) \xi_2 \hat{e}_2. \end{aligned} \quad (60)$$

Ahora, $\frac{\alpha}{1+\alpha^2} \delta \hat{n} \times \vec{\tau}^0$ tendrá la siguiente expresión:

$$\frac{\alpha}{1+\alpha^2} \delta \hat{n} \times \vec{\tau}^0 = \alpha \left(-v_0 p \sin \theta \xi_1 + v_0 \beta p \sin \theta \xi_2 \right) \hat{n}_p. \quad (61)$$

Y por último, $\frac{\alpha}{1+\alpha^2} \hat{n}_p \times \delta \vec{\tau}$, se podrá expresar como:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{1+\alpha^2} \hat{n}_p \times \delta \vec{\tau} &= \alpha v_0 \left(\partial_z \xi_2 + \beta p \cos \theta \xi_2 - \beta \partial_z \xi_1 + p \cos \theta \xi_1 \right) \hat{e}_1 \\ &- \alpha v_0 \left(\partial_z \xi_1 + \beta p \cos \theta \xi_1 + \beta \partial_z \xi_2 - p \cos \theta \xi_2 \right) \hat{e}_2. \end{aligned} \quad (62)$$

Con todo esto, ya se puede obtener la expresión desarrollada de (47), para ello, en primer lugar, se mostrará la proyección de la misma sobre cada una de las direcciones $\{\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{n}_p\}$.

Para la proyección sobre \hat{e}_1 , se tendrá la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}
\partial_t \xi_1 + vp \cos \theta \xi_2 &= ((p-1)^2 \sin^2 \theta - 1 + (h_c \cos \theta - h) \cos \theta) \xi_2 \\
&+ (\nabla^2 \xi_2 + p(2-p)\xi_2 + 2(p-1) \cos \theta \partial_z \xi_1) \\
&+ \alpha (\nabla^2 \xi_1 + ((2p-p^2) \cos^2 \theta + \kappa \sin^2 \theta) \xi_1 - 2(p-1) \cos \theta \partial_z \xi_2) \\
&- \alpha (-(p-1)^2 \sin^2 \theta + 1 - (h_c \cos \theta - h) \cos \theta) \xi_1 \\
&- v_0 (\partial_z \xi_1 + \beta p \cos \theta \xi_1 + \beta \partial_z \xi_2 - p \cos \theta \xi_2) \\
&+ \alpha v_0 (\partial_z \xi_2 + \beta p \cos \theta \xi_2 - \beta \partial_z \xi_1 + p \cos \theta \xi_1).
\end{aligned} \tag{63}$$

En el caso de la proyección en \hat{e}_2 , la ecuación que se obtiene es la siguiente:

$$\begin{aligned}
\partial_t \xi_2 - vp \cos \theta \xi_1 &= (-(p-1)^2 \sin^2 \theta + 1 - (h_c \cos \theta - h) \cos \theta) \xi_1 \\
&- (\nabla^2 \xi_1 + ((2p-p^2) \cos^2 \theta + \kappa \sin^2 \theta) \xi_1 - 2(p-1) \cos \theta \partial_z \xi_2) \\
&+ \alpha (\nabla^2 \xi_2 + p(2-p)\xi_2 + 2(p-1) \cos \theta \partial_z \xi_1) \\
&- \alpha (-(p-1)^2 \sin^2 \theta + 1 - (h_c \cos \theta - h) \cos \theta) \xi_2 \\
&- v_0 (-\beta \partial_z \xi_1 + p \cos \theta \xi_1 + \partial_z \xi_2 + \beta p \cos \theta \xi_2) \\
&- \alpha v_0 (\partial_z \xi_1 + \beta p \cos \theta \xi_1 + \beta \partial_z \xi_2 - p \cos \theta \xi_2)
\end{aligned} \tag{64}$$

Y por último, la proyección sobre \hat{n}_p será:

$$\begin{aligned}
vp \sin \theta \xi_2 &= (-(p-1)^2 \cos \theta + (h_c \cos \theta - h)) \sin \theta \xi_2 \\
&- \alpha (-(p-1)^2 \cos \theta + (h_c \cos \theta - h)) \sin \theta \xi_1 \\
&+ v_0 p \sin \theta (\beta \xi_1 + \xi_2) + \alpha (-v_0 p \sin \theta \xi_1 + v_0 \beta p \sin \theta \xi_2).
\end{aligned} \tag{65}$$

Dado que, a orden lineal, la perturbación afecta sólo a las direcciones \hat{e}_1 y \hat{e}_2 , la ecuación correspondiente a la proyección de la ecuación (47) sobre la dirección \hat{n}_p , ha de satisfacerse idénticamente. Introduciendo las expresiones de $\cos \theta = \frac{h+p\Gamma}{h_c-(p-1)^2}$, $v_0 = \frac{\alpha}{\beta-\alpha}\Gamma$ y $v = (1+\alpha^2)\frac{\beta}{\alpha}v_0$ en la ecuación anterior, se obtiene

$$\begin{aligned}
vp \sin \theta \xi_2 &= (-\alpha p \Gamma + \beta p v_0 - \alpha p v_0) \sin \theta \xi_1 + (p \Gamma + p v_0 + p v_0 \alpha \beta) \sin \theta \xi_2 \\
\implies v \xi_2 &= (-\alpha \Gamma + (\beta - \alpha) v_0) \xi_1 + (\Gamma + (1 + \alpha \beta) v_0) \xi_2 \\
&= (-\alpha \Gamma + \alpha \Gamma) \xi_1 + \left(\frac{\beta - \alpha}{\alpha} v_0 + (1 + \alpha \beta) v_0 \right) \xi_2 \\
\implies v &= (1 + \alpha^2) \frac{\beta}{\alpha} v_0 \implies 0 = 0,
\end{aligned} \tag{66}$$

por lo que se ve que, efectivamente, la proyección de (47) sobre \hat{n}_p , se satisface idénticamente. De esta manera, esta solución es idéntica al caso sin perturbar y, por lo tanto, no dará información de la estabilidad de las soluciones frente a pequeñas perturbaciones.

Así pues, para estudiar la dinámica de las perturbaciones, basta con considerar las ecuaciones para las proyecciones de (47) sobre \hat{e}_1 y \hat{e}_2 . Las ecuaciones a las que se llegan son

las siguientes:

$$\begin{aligned} \partial_t \xi_1 &= \alpha(\nabla^2 - a^2)\xi_1 + (2(p-1)\cos\theta - (1 + \alpha\beta)v_0)\partial_z \xi_1 \\ &+ \nabla^2 \xi_2 - (2\alpha(p-1)\cos\theta + (\beta - \alpha)v_0)\partial_z \xi_1, \end{aligned} \quad (67)$$

$$\begin{aligned} \partial_t \xi_2 &= \alpha\nabla^2 \xi_2 + (2(p-1)\cos\theta - (1 + \alpha\beta)v_0)\partial_z \xi_2 \\ &- (\nabla^2 - a^2)\xi_1 + (2\alpha(p-1)\cos\theta + (\beta - \alpha)v_0)\partial_z \xi_1, \end{aligned} \quad (68)$$

donde $a^2 = (1 - (p-1)^2 - \kappa)(1 - \cos^2\theta)$.

Estas ecuaciones se pueden escribir como:

$$\partial_t \xi = D\xi + \alpha JD\xi, \quad (69)$$

donde $\xi = (\xi_1, \xi_2)^T$ y J y D son dos matrices caracterizadas por las siguientes expresiones:

$$J = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} D_3 & -D_2 + D_4 \\ D_1 - D_4 & D_3 \end{pmatrix}, \quad (70)$$

donde:

$$D_1 = -\nabla^2 + a^2, \quad (71)$$

$$D_2 = -\nabla^2, \quad (72)$$

$$D_3 = (2(p-1)\cos\theta - v_0)\partial_z, \quad (73)$$

$$D_4 = -\beta v_0 \partial_z. \quad (74)$$

Considerando el *ansatz*, $\xi = e^{\lambda t} V(\vec{r})$, donde λ es un número complejo, $\lambda = a + ib$, se tiene la siguiente expresión de la ecuación (69):

$$\partial_t \xi = \lambda \xi = (D + \alpha JD)\xi. \quad (75)$$

El p -state será estable si toda perturbación inicial acotada se mantiene acotada en el tiempo. Dado que en el *ansatz* que hemos introducido arriba, ξ es proporcional a $\exp(\lambda t)$, una condición necesaria para la estabilidad de un p -state, será que la parte real de λ no sea positiva, ya que, de lo contrario, la perturbación del p -state crecería indefinidamente. La ecuación (75) muestra que λ debe ser un elemento del espectro del operador $D + \alpha JD$, por lo que, para que la perturbación se mantenga acotada, es necesario que el espectro del operador $D + \alpha JD$ esté en el semiplano complejo con parte real no positiva. Como es un operador diferencial lineal de coeficientes constantes, el espectro de $D + \alpha JD$ puede obtenerse fácilmente por transformada de Fourier:

$$V(\vec{r}) = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} e^{i\vec{k}\vec{r}} \tilde{V}(\vec{k}). \quad (76)$$

Cuando se sustituye esta expresión en (75), se tiene:

$$(D + \alpha JD)V(\vec{r}) = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} e^{i\vec{k}\vec{r}} M(\vec{k}) \tilde{V}(\vec{k}). \quad (77)$$

Comparando, se llega a que $\lambda(\vec{k})\tilde{V}(\vec{k}) = M(\vec{k})\tilde{V}(\vec{k})$, donde $M(\vec{k})$ representa la acción de $(D + \alpha JD)$ en el espacio transformado.

La transformada de Fourier, con \vec{k} , vector de onda, se puede escribir:

$$\tilde{D}_1 = k^2 + a^2, \quad (78)$$

$$\tilde{D}_2 = k^2, \quad (79)$$

$$\tilde{D}_3 = (2(p-1)\cos\theta - v_0)ik_z, \quad (80)$$

$$\tilde{D}_4 = -\beta v_0 ik_z. \quad (81)$$

Por tanto, para cada \vec{k} el espectro de $D + \alpha JD$ está dado por los dos valores propios de la matriz $M(\vec{k})$:

$$M(\vec{k}) = \begin{pmatrix} (2(p-1)\cos\theta - v_0)ik_z & -k^2 - i\beta v_0 k_z \\ k^2 + a^2 + i\beta v_0 k_z & (2(p-1)\cos\theta - v_0)ik_z \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} -k^2 - a^2 - i\beta v_0 k_z & -(2(p-1)\cos\theta - v_0)ik_z \\ (2(p-1)\cos\theta - v_0)ik_z & -k^2 - i\beta v_0 k_z \end{pmatrix}. \quad (82)$$

Para estudiar la condición de estabilidad de que el espectro de $D + \alpha JD$ caiga en la parte del plano complejo de parte real no positiva, se obtienen los valores propios de la matriz $M(\vec{k})$, los cuales vienen caracterizados por la siguiente expresión:

$$\lambda_{\pm}(\vec{k}) = -\frac{\alpha}{2}(2k^2 + a^2) + i(\Delta - (1 + \alpha\beta)v_0)k_z \pm \sqrt{a_r + ia_i}, \quad (83)$$

con $\Delta = 2q_0(p-1)\cos\theta$ y con

$$a_r = -k^2(k^2 + a^2) + \frac{\alpha^2 a^4}{4} + (\alpha\Delta + (\beta - \alpha)v_0)^2 k_z^2, \quad (84)$$

$$a_i = -(\alpha\Delta + (\beta - \alpha)v_0)(2k^2 + a^2)k_z. \quad (85)$$

Las condiciones de la estabilidad vendrán dadas por tanto por los valores λ que tengan parte real positiva. Así pues, para llevar a cabo este estudio, buscamos el conjunto de valores de h y Γ para los que se satisface la siguiente condición:

$$\text{Re } \lambda_+ \leq 0 \implies \sqrt{\frac{\sqrt{a_r^2 + a_i^2} + a_r}{2}} \leq \frac{\alpha}{2}(2k^2 + a^2), \quad (86)$$

donde se ha considerado el valor de λ_+ debido a que su parte real es mayor que la de λ_- , considerándose de esta manera el caso más restrictivo. Sustituyendo las expresiones de a_r y a_i , se llega a la siguiente ecuación:

$$(\alpha\Delta + (\beta - \alpha)v_0)^2 k_z^2 \leq \alpha^2 k^2 (k^2 + a^2). \quad (87)$$

Dado que la parte izquierda de la desigualdad no puede ser negativa, y dado que esta desigualdad debe cumplirse para cualquier k , en particular ha de cumplirse para $k \rightarrow 0$,

se tiene que $a^2 \geq 0$. De esta manera, sustituyendo la expresión de a^2 , se obtienen los límites del valor de p , para los $p - states$ estables:

$$1 - \sqrt{h_c} \leq p \leq 1 + \sqrt{h_c}. \quad (88)$$

Como $a \geq 0$, la parte derecha de la desigualdad (87) crecerá con $k_x^2 + k_y^2$, por tanto, la desigualdad se satisfará si y solo si se satisface para $k_x^2 + k_y^2 = 0$. De esta manera, se puede tomar $k^2 = k_z^2$, teniendo entonces:

$$k_z^2 (k_z^2 + a^2 - (\Delta + \Gamma)^2) \geq 0. \quad (89)$$

Teniendo claro que, dado que $a^2 \geq 0$, la desigualdad (87) se cumplirá para todo \vec{k} si y solo si se cumple para $\vec{k} = k_z \hat{z}$, la condición de estabilidad se reduce a:

$$(\Delta + \Gamma) \leq a^2. \quad (90)$$

Sustituyendo las expresiones de a^2 , Δ y $\cos \theta$ en esta desigualdad, se llega a la siguiente expresión para la condición de estabilidad:

$$A(p)\Gamma^2 + 2B(p)\Gamma h + C(p)h^2 \leq D(p), \quad (91)$$

donde

$$A(p) = 2(p-1)^3 + 3(h_c+1)(p-1)^2 + 6h_c(p-1) + h_c(h_c+1), \quad (92)$$

$$B(p) = (p-1)^3 + 3(p-1)^2 + 3h_c(p-1) + h_c, \quad (93)$$

$$C(p) = h_c + 3(p-1)^2, \quad (94)$$

$$D(p) = (h_c - (p-1)^2)^3. \quad (95)$$

Debe notarse que $D(p) \geq 0$ para cualquier valor de p dentro de los límites (88). La desigualdad (91) determina una región en el plano (h, Γ) limitada por una sección cónica. El discriminante de la parte izquierda de la desigualdad (91) es:

$$B^2(p) - A(p)C(p) = -D(p) \leq 0. \quad (96)$$

Por lo tanto, la sección cónica es una elipse centrada en $(0, 0)$, con los ejes principales rotados con respecto a los ejes de coordenadas. La cantidad de rotación de estos ejes depende del valor de p . El $p - state$ estacionario será estable dentro de la región del plano (h, Γ) encerrada por la elipse correspondiente. La estabilidad de los $p - states$ estáticos obtenidos en la sección 2.1, será un caso particular de este enfoque general, que se obtendrá cuando $\Gamma = 0$ (*i.e.*, cuando se toma que la corriente aplicada es cero). Por lo tanto, el $p - state$ estático será estable en el rango de h determinado por la intersección entre su elipse de estabilidad con el eje Γ .

La región del plano (h, Γ) en la cual existen $p - states$ estacionarios estables está limitada por la envolvente de la familia de elipses dada por (91). La envolvente se puede calcular

como el conjunto de puntos para los que se cumple simultáneamente que $f(h, \Gamma, p) = 0$ y $\frac{\partial f}{\partial p} = 0$, donde

$$f(h, \Gamma, p) = A(p)\Gamma^2 + 2B(p)\Gamma h + C(p)h^2 - D(p). \quad (97)$$

Al tener dos ecuaciones con tres incógnitas, es posible despejar h y Γ en función de p , obteniendo las ecuaciones paramétricas de la envolvente, que tienen cuatro ramas determinadas por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} h = -[(p-1)^2 + 2(p-1) + h_c] \\ \Gamma = 2(p-1) \end{cases} \quad (98)$$

$$\begin{cases} h = (p-1)^2 + 2(p-1) + h_c \\ \Gamma = -2(p-1) \end{cases} \quad (99)$$

$$\begin{cases} h = -[(p-1)^2 + 2(p-1) + h_c]/\sqrt{h_c} \\ \Gamma = [(p-1)^2 + h_c]/\sqrt{h_c} \end{cases} \quad (100)$$

$$\begin{cases} h = [(p-1)^2 + 2(p-1) + h_c]/\sqrt{h_c} \\ \Gamma = -[(p-1)^2 + h_c]/\sqrt{h_c} \end{cases} \quad (101)$$

donde p se encuentra en el rango dado por la ecuación (88).

Esta envolvente limita la región del plano (h, Γ) , donde existe algún p - *state* estable. A esta región, se le llamará *región de estabilidad de los estados cónicos*. Fuera de esta región, ningún estado cónico será estable.

En la figura 2, se muestran las cuatro ramas de la envolvente para el caso de $h_c = 6$, a lo largo de cada rama, p varía de forma continua dentro de sus límites. Del mismo modo, en la figura, se muestran también las elipses correspondientes a ciertos valores de p , y como se puede ver, cada elipse es tangente a la envolvente en cuatro puntos, uno por cada rama.

Como se ha comentado, los p - *states* de movimiento estacionario son estables dentro de la región delimitada por la línea roja. Las regiones sombreadas, tal y como se verá a continuación, se corresponden con las regiones en las que los estados FFM son estables, siendo estas regiones no acotadas. Los puntos rojos corresponden al límite de estabilidad de los estados con $p = 2$ en el límite del diagrama de estabilidad. En esta gráfica, también se puede apreciar como a medida que el valor de p se acerca a uno de los límites de la estabilidad proporcionados en (88), la elipse se estrecha, siendo las líneas discontinuas los casos límite; es decir, los estados para los que p es justo el valor máximo o mínimo que puede tomar para que la solución sea estable. Como se puede apreciar, el diagrama de estabilidad de estos p - *states* límite, es una recta en vez de una elipse, ya que la recta se corresponde con el caso de una elipse infinitamente estrecha.

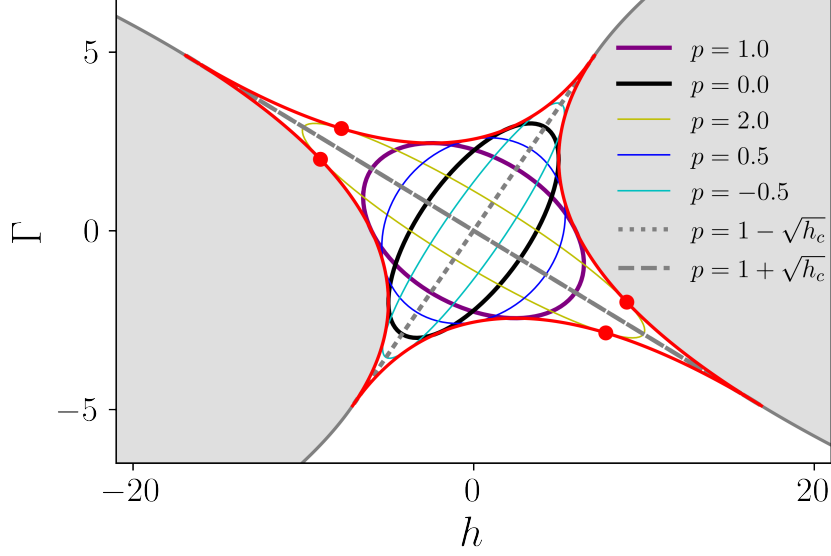


Figura 2: Diagrama de estabilidad de los p -states en el plano (h, Γ) , para $h_c = 6$.

3.2. Estabilidad de los estados ferromagnéticos forzados

Los estados FFM son texturas magnéticas en las que la imanación se orienta en dirección al campo aplicado, que en este caso apunta en la dirección del eje quiral; es decir, en dirección al eje \hat{z} . Por tanto, el estado FFM estará caracterizado por $\hat{n} = \hat{z}$ si $h \geq 0$ y por $\hat{n} = -\hat{z}$ si $h < 0$. La corriente aplicada no afecta al estado FFM, ya que, el torque producido por la corriente externa (23), se anula si la imanación es uniforme. No obstante, este estado se desestabiliza para corrientes lo suficientemente intensas. A continuación, se va a proceder a estudiar el diagrama de estabilidad del estado FFM en el plano campo aplicado-corriente aplicada.

Dado que, en este caso, la imanación apunta en la dirección del eje \hat{z} , la imanación perturbada para el estado FFM vendrá dada por:

$$\hat{n} = \sqrt{1 - \xi_1^2 - \xi_2^2} \hat{z} + \xi_1 \hat{x} + \xi_2 \hat{y}. \quad (102)$$

Esta expresión, es válida para $h > 0$, que es el caso que se considera aquí. La estabilidad para el caso $h < 0$, puede obtenerse del caso $h > 0$ por simetría. De nuevo, la dinámica de la perturbación, se obtiene insertando esta expresión en la ecuación LLG (7). En este caso, $\frac{\gamma}{1+\alpha^2} \delta \vec{B}_{eff}$ tiene la siguiente expresión:

$$\frac{\gamma}{1+\alpha^2} \delta \vec{B}_{eff} = (\nabla^2 \xi_1 + 2\partial_z \xi_2) \hat{x} + (\nabla^2 \xi_2 - 2\partial_z \xi_1) \hat{y}. \quad (103)$$

Mientras, $\frac{\gamma}{1+\alpha^2} \vec{B}_{eff}^0$ se puede expresar como sigue:

$$\frac{\gamma}{1+\alpha^2} \vec{B}_{eff}^0 = (\kappa + h) \hat{z}. \quad (104)$$

El valor de $\vec{\tau}$ sin perturbar, tal y como se ha comentado antes, será nulo en el caso del estado FFM. Sin embargo, la expresión de $\frac{1}{1+\alpha^2}\delta\vec{\tau}$ será la siguiente:

$$\frac{1}{1+\alpha^2}\delta\vec{\tau} = -u(\partial_z\xi_1 + \beta\xi_2)\hat{x} + u(\beta\partial_z\xi_1 - \partial_z\xi_2). \quad (105)$$

Con todo esto, se obtiene que la ecuación LLG para orden $\delta\hat{n}$, para cada una de las proyecciones en las que se aplica la perturbación (*i.e.*, en las proyecciones sobre \hat{x} y \hat{y}), será la siguiente:

$$\begin{aligned} \partial_t\xi_1 &= (\nabla^2 - (\kappa + h))\xi_2 - 2\partial_z\xi_1 - v_0(\partial_z\xi_1 + \beta\partial_z\xi_2) \\ &+ \alpha((\nabla^2 - (\kappa + h))\xi_1 + 2\partial_z\xi_2 - v_0(\beta\partial_z\xi_1 - \partial_z\xi_2)), \end{aligned} \quad (106)$$

$$\begin{aligned} \partial_t\xi_2 &= (-\nabla^2 + (\kappa + h))\xi_1 - 2\partial_z\xi_2 + v_0(\beta\partial_z\xi_1 - \partial_z\xi_2) \\ &+ \alpha((\nabla^2 - (\kappa + h))\xi_2 - 2\partial_z\xi_1 - v_0(\beta\partial_z\xi_2 + \partial_z\xi_1)). \end{aligned} \quad (107)$$

Definiendo

$$D_1 = -\nabla^2 + (\kappa + h), \quad (108)$$

$$D_2 = (2 + v_0)\partial_z, \quad (109)$$

$$D_3 = -\beta v_0\partial_z, \quad (110)$$

la ecuación para la dinámica de la perturbación se puede escribir como:

$$\partial_t\xi = D\xi + \alpha JD\xi, \quad (111)$$

donde, de nuevo $\xi = (\xi_1, \xi_2)^T$, J es la misma matriz definida en (70) y D , en este caso hace referencia a la siguiente matriz de operadores:

$$D = \begin{pmatrix} -D_2 & -D_1 + D_3 \\ D_1 - D_3 & -D_2 \end{pmatrix}. \quad (112)$$

Igual que en el caso de los estados cónicos, para que el estado FFM sea estable, es necesario que el espectro del operador $D + \alpha JD$ se encuentre en el semiplano del plano complejo con parte real no positiva. El espectro lo obtenemos mediante transformada de Fourier. Aplicando dicha transformada de Fourier, con \vec{k} , vector de onda, los operadores transformados son:

$$\tilde{D}_1 = k^2 + a^2, \quad (113)$$

$$\tilde{D}_2 = (2 + v_0)ik_z, \quad (114)$$

$$\tilde{D}_3 = -\beta v_0 ik_z, \quad (115)$$

con $a^2 = (\kappa + h)$. De estas relaciones, se obtiene el espectro, dado por los valores propios:

$$\begin{aligned} \lambda_{\pm} &= -\alpha(k^2 + a^2) \pm (2\alpha - (\beta - \alpha)v_0)k_z \\ &+ i(-(2 + (1 + \alpha\beta)v_0)k_z \pm (k^2 + a^2)). \end{aligned} \quad (116)$$

Procediendo de manera similar al apartado anterior, se obtiene que la parte real de λ_{\pm} será menor o igual que cero si y solo si

$$\alpha k_z^2 \pm (2\alpha - (\beta - \alpha)v_0)k_z + \alpha a^2 \geq 0. \quad (117)$$

Haciendo uso de la definición de $\Gamma = \frac{\beta - \alpha}{\alpha}v_0$, se llega a

$$\Gamma^2 - 4\Gamma + 4 - 4a^2 \leq 0. \quad (118)$$

Para que exista una solución de esta desigualdad, el polinomio del miembro de la izquierda, tiene que tener raíces reales y el valor de Γ se debe encontrar entre las dos raíces del polinomio del miembro de la izquierda. Se tendrá también la condición de que $|h| > h_c - 1$. De esta forma, las raíces entre las que se tiene que encontrar Γ serán las siguientes:

$$\Gamma_{\pm} = 2 \left(1 \pm \sqrt{1 + |h| - h_c} \right). \quad (119)$$

Y se tiene por tanto que, el estado FFM, será estable en el plano (h, Γ) , si Γ se encuentra entre estas dos raíces y $|h| > h_c - 1$. En la figura 2, se muestra en las regiones sombreadas las zonas para las que este estado es estable, como se ha dicho, la región de estabilidad para $h < 0$ se obtiene de la de $h > 0$ por simetría. Resulta notable el hecho de que, estas los límites de estas regiones de estabilidad, coinciden con dos de las ramas de los límites de la región de estabilidad de los estados cónicos. Por lo tanto, se tiene que estos estados cónicos nunca van a coincidir en en ninguna zona del plano (h, Γ) con el estado FFM.

3.3. Análisis de los resultados obtenidos del diagrama de estabilidad

En esta sección, se van a comentar las principales características que se pueden extraer del diagrama de estabilidad presentado en la figura 2, así como se discutirá su importancia, tanto desde el punto de vista de la posible aplicación de estos resultados en dispositivos físicos, como desde el punto de vista teórico.

En primer lugar, se tendría el hecho de que en cada punto del plano (h, Γ) , en el interior de los límites de estabilidad de los estados cónicos, los $p - states$ estables, son aquellos cuya elipse de estabilidad encierra dicho punto. Dado que todas las elipses de estabilidad se encuentran centradas en el origen del plano (h, Γ) , los únicos $p - states$ estables serán aquellos que sean metaestables para $h = \Gamma = 0$ (*i.e.*, aquellos que sean metaestables en ausencia de campo y corriente aplicados de manera externa). Estos $p - states$ son, justamente, los que se encuentran en el rango definido en (88). De esta manera, la aplicación de un campo y/o una corriente, no estabiliza ningún $p - state$, sino que desestabiliza algunos de ellos. Conforme el punto del plano (h, Γ) que caracteriza al sistema se va moviendo, va atravesando diferentes elipses de estabilidad, desestabilizando por tanto los $p - states$ correspondientes.

De lo anterior, se puede extraer otra característica importante. Y es que, como se ha comentado, al atravesar una elipse de estabilidad, se desestabilizará el $p - state$ correspondiente. Por lo tanto, para cada punto del plano (h, Γ) , habrá un cierto rango de valores de p , entre $p_{min} \leq p \leq p_{max}$, que se corresponderán a un $p - state$ estable. Para h y Γ dados, los dos valores p_{min} y p_{max} , son las dos raíces reales de

$$A(p)\Gamma^2 + 2B(p)\Gamma h + C(p)h^2 - D(p) = 0, \quad (120)$$

que se encuentran en los límites de (88). Estos dos valores de p_{min} y p_{max} , se aproximan el uno al otro conforme (h, Γ) se acerca al límite de estabilidad de los estados cónicos (línea roja de la figura 2). Por consiguiente, cuanto más cerca se esté de los límites de estabilidad en el plano (h, Γ) , menor será el rango de valores entre los que puede encontrarse p para dar lugar a un $p - state$ estable, de forma que, cada punto del plano (h, Γ) en los límites de estabilidad, se podrá relacionar con un valor de p , y esta relación será tan precisa como lo sea el instrumento experimental.

De la desestabilización de los $p - states$, se llega a una nueva e interesante conclusión: la posibilidad de cambiar de un $p - state$ metaestable a otro. Para entender este caso, conviene considerar el siguiente ejemplo. Supóngase que se empieza con un $p - state$ metaestable cualquiera, por ejemplo $p \approx 1$, en el caso de que no hay corriente ni campo aplicados; es decir, el estado cónico considerado se encuentra en el origen del plano (h, Γ) . Si ahora se le aplica un campo y una corriente, de forma que (h, Γ) se encuentre fuera de la elipse de estabilidad correspondiente para $p = 1$, pero dentro de los límites de estabilidad de los estados cónicos, el estado no se desestabilizará a un estado caótico, sin ningún tipo de orden aparente, sino que el estado se desestabilizará a otro $p - state$ metaestable. Ahora, aprovechando la característica que se ha comentado de que, cuanto más próximo a los límites de estabilidad de los estados cónicos se encuentren los valores de (h, Γ) , menor será el rango de posibles valores de p que den lugar a un $p - state$ estable, será posible cambiar el $p - state$ original ($p = 1$) por otro con el p que se desee. Supongamos que, en el punto $(h, \Gamma) = (0, 0)$, tenemos el estado con $p = 1$ y queremos cambiarlo a $p = 2$. Para ello, aplicamos un campo magnético y una corriente eléctrica de forma que llevamos al sistema a uno de los cuatro puntos en los que la elipse de estabilidad del estado $p = 2$ es tangente a la frontera de la región de estabilidad de los $p - states$ (uno de los cuatro puntos rojos de la figura 2). En un entorno de cualquiera de esos cuatro puntos solo los estados con $p \approx 2$ son metaestables. Entonces el estado con $p = 1$ se desestabilizará y será sustituido por un estado con $p \approx 2$. Al eliminar el campo y la corriente este nuevo estado se mantendrá metaestable. De esta forma finalizaremos el proceso con un estado con $p \approx 2$ en $(h, \Gamma) = (0, 0)$. Por lo tanto, se concluye que se puede elegir un $p - state$ con alta precisión, acercándose al punto apropiado del límite de estabilidad.

Otra característica que se puede obtener de estos resultados es el hecho de que, dado que, en este trabajo, se ha considerado el plano fácil de anisotropía, $h_c > 1$, se tiene que el límite inferior del rango de valores de p que dan lugar a un estado cónico estable, $1 - \sqrt{h_c}$,

será menor que cero. Esto significa que existen $p < 0$ dentro del rango de estabilidad (88), y su $p - state$ correspondiente será estable en el interior de su elipse de estabilidad. Estos $p - states$ con $p < 0$, son estados cónicos con helicidad opuesta a la DMI. El hecho de que estos estados sean metaestables, abre la posibilidad al cambio de helicidad en imanes quirales monoaxiales mediante la acción de una corriente externa polarizada. Para que se de lugar a este cambio de la helicidad, no habría más que hacer uso de los métodos comentados en el párrafo anterior para modificar el $p - state$.

Del mismo modo que en el rango de valores de p que dan lugar a un $p - state$ metaestable, hay valores de p positivos y negativos, también existe un $p - state$ con $p = 0$, que tendrá asociada su propia elipse de estabilidad, dentro de la cual será metaestable. Esta elipse está representada por línea negra en la figura 2. Los estados con $p = 0$, son estados ferromagnéticos, con una imanación uniforme que tiene una componente $n_z = \cos \theta_p = h/(h_c - 1)$ a lo largo del eje quiral, determinada por la competencia entre el campo aplicado y la anisotropía. La proyección de la imanación sobre el plano perpendicular al eje quiral está indeterminada, lo que significa que estos estados ferromagnéticos estarán muy degenerados. Esta degeneración es equivalente a la degeneración de traslación de los $p - states$. Hay que darse cuenta de que estos estados ferromagnéticos, que se encuentran en el interior de la zona de estabilidad de los estados cónicos, son diferentes del estado FFM que se ha obtenido para un campo externo lo suficientemente elevado, en el cual, la imanación está alineada con dicho campo. En cambio, estos estados ferromagnéticos, serían estados de equilibrio a bajo campo en ausencia de la DMI, pero en presencia de la DMI, permanecen como estados metaestables.

Por último, el hecho de que la región de estabilidad del estado FFM sea convexa, implica que existen $p - states$ estacionarios móviles para campos aplicados supercríticos; es decir, para $|h| > h_c$. Esto es debido a que, si se comienza con un estado FFM con h en un rango apropiado, tal que $|h| > h_c$, y se le aplica una corriente externa polarizada lo suficientemente intensa como para que el punto (h, Γ) esté en el interior de la región de estabilidad de los estados cónicos, el estado FFM se desestabilizará y evolucionará de manera que terminará alcanzando un $p - state$ estacionario. Esto significa que la corriente polarizada creará una modulación en un campo supercrítico. Una vez alcanzado el punto en el cual el estado FFM se ha desestabilizado de un $p - state$, si se deja de aplicar la corriente externa (*i.e.*, $\Gamma = 0$), se recuperará el estado FFM.

4. Conclusiones

A continuación, se van a resumir las principales conclusiones que se pueden extraer de este trabajo, que son las siguientes.

- Además del estado de equilibrio, a baja temperatura y a campo aplicado igual a cero, los imanes quirales monoaxiales, tienen un continuo de estados helicoidales de equilibrio metaestable, que difieren por el número de onda de la modulación [16]. Estos números de onda vienen definidos por pq_0 , donde q_0 es el número de onda del estado de equilibrio y p es un número adimensional. Estos son lo que se ha definido como p – *states* en este trabajo. Para un sistema infinito, su energía es una función continua de p que es minimizada por el estado de equilibrio, correspondiente a $p = 1$. Estos estados son mínimos locales de la energía para p en una vecindad de $p = 1$. En la sección 2.1, se ha visto que, a pesar de lo que pueda sugerir la curva de la energía frente a p , presentada en la figura 1, los p – *states* son metaestables en ese rango.
- En caso de aplicar un campo magnético de módulo menor que el campo crítico, paralelo al eje quiral, se produce una deformación cónica de los p – *states*, así como se reduce el intervalo de metastabilidad. Si el campo aplicado es más intenso que el campo crítico, no habrá ningún p – *state* estable, y el estado de equilibrio será el estado ferromagnético forzado.
- La aplicación de una corriente polarizada a lo largo del eje quiral tiene tres efectos en los p – *states*. En primer lugar, aplicando dicha corriente, los p – *states*, alcanzan un estado estacionario que se mueve con una velocidad proporcional a la intensidad de la corriente aplicada. Además, estos p – *states* sufren una deformación cónica similar a la que se obtenía al aplicar un campo magnético en la dirección del campo magnético. Y por último, algunos p – *states* se desestabilizan por la acción de esta corriente polarizada; por lo que el intervalo de estabilidad se ve reducido.

Además de estas conclusiones, a partir del diagrama de estabilidad de los p – *states* en el plano campo magnético aplicado-intensidad de corriente aplicada, representado en la figura 2, se pueden extraer algunas características llamativas de estos p – *states*.

- El hecho más destacable que se extrae de dicho diagrama es que, para cada valor de p en el rango de estabilidad para campo igual a cero, existen puntos en el diagrama de estabilidad en los que el intervalo de estabilidad es muy estrecho y contiene a ese valor de p . Este hecho puede permitir idear procesos para seleccionar un p – *state* concreto. Por ejemplo, si se parte de un p – *state* metaestable con corriente cero y se aplica una corriente y un campo magnético apropiados, se termina con un p – *state* en movimiento estacionario con un número de onda dentro de un intervalo estrecho alrededor del valor de p que se buscaba. Este nuevo p – *state* es metaestable para campo y corriente igual cero. De esta manera, el nuevo p – *state* obtenido,

seguirá siendo metaestable en el momento en el que se dejen de aplicar tanto campo magnético externo, como la corriente polarizada.

- La capacidad de seleccionar un p -state concreto, abre la posibilidad de su aplicación en dispositivos espintrónicos. Los distintos p -states son físicamente distinguibles (tienen distinta imanación total y, presumiblemente, distintas propiedades de transporte), por lo que pueden emplearse, por ejemplo, como unidades de almacenamiento de información. En particular, el hecho de que existan p -states metaestables con p negativa, hace posible el cambio de helicidad imanes quirales monoaxiales. Recientemente, se ha argumentado que este cambio controlado entre estados magnéticos con hélices opuestas, puede utilizarse en aplicaciones de memoria [11]. Este cambio de helicidad inducido por corriente, también ha sido discutido para el caso un imán monoaxial no quiral [17] y en skyrmiones aislados en sistemas magnéticos frustrados [18]. En ambos casos se estudiaron texturas magnéticas de origen de intercambio puro, mientras que en este trabajo, se ha estudiado el cambio de helicidad en un imán quiral monoaxial, donde la quiralidad se debe a la presencia de DMI.

Puesto que los p -states aquí obtenidos son metaestables, su posible aplicación en dispositivos físicos depende de su tiempo de vida. Los p -states, están separados en el espacio de configuración magnética por barreras de energía y su tiempo de vida, depende de la altura de estas barreras. Por lo tanto, el tiempo de vida aumentará al disminuir la temperatura y, por consiguiente, la presencia de p -states metaestables, se detectará más fácilmente a bajas temperaturas. La discusión anterior sobre tiempos de vida está relacionada con las señales experimentales de los p -states. Para abordar estas preguntas es necesario un análisis cuidadoso de los datos experimentales a baja temperatura para buscar anomalías atribuibles a los p -states. Por ejemplo, los p -states también existen en los imanes quirales cúbicos [19]. En estos sistemas, el continuo de p -states es más rico que en los imanes quirales monoaxiales ya que, además del número de onda, los p -states, difieren también en la orientación de sus vectores de onda. Recientemente, se han reportado anomalías de baja temperatura para el imán quiral cúbico de MnSi [20]. Estas anomalías pueden deberse a la presencia de p -states metaestables.

Por todo lo anterior, puede concluirse que los estados helicoidales metaestables en imanes quirales monoaxiales, que se han estudiado desde el punto de vista teórico en este trabajo, poseen propiedades muy interesantes que podrán ser explotadas en dispositivos físicos en el futuro. No obstante, aún se debe estudiar su tiempo de vida para confirmar que estos estados puedan llegar a tener una aplicación real.

5. Bibliografía

- [1] BHATTI, S., SBIAA, R., HIROHATA, A., OHNO, H., FUKAMI, S., PIRAMANAYAGAM, S. N., Spintronics based random access memory: a review. *Materials Today*, 20(9), 530-548 (2017).
- [2] L. BERGER, Exchange interaction between ferromagnetic domain wall and electric current in very thin metallic films, *Journal of Applied Physics* 55, 1954 (1984).
- [3] S. S. PARKIN, M. HAYASHI, AND L. THOMAS, Magnetic domain-wall racetrack memory, *Science* 320, 190 (2008).
- [4] N. NAGAOSA AND Y. TOKURA, Topological properties and dynamics of magnetic skyrmions, *Nat. Nano.* 8, 899 (2013).
- [5] BROWN, W. F., Micromagnetics, *John Wiley and Sons* (1963).
- [6] I. DZHALOSHINSKII, Theory of helicoidal structures in antiferromagnets. *I. Nonmetals*, *Sov. Phys. JETP* 19, 960 (1964).
- [7] Y. TOGAWA, T. KOYAMA, T. TAKAYANAGI, S. MORI, Y. KOUSAKA, J. AKIMITSU, S. NISHIHARA, K. INOUE, A. OVCHINNIKOV, AND J. KISHINE, Chiral magnetic soliton lattice on a chiral helimagnet, *Phys. Rev. Lett.* 108, 107202 (2012).
- [8] V. LALIENA, J. CAMPO, J. KISHINE, A. OVCHINNIKOV, Y. TOGAWA, Y. KOUSAKA, AND K. INOUE, Incommensurate-commensurate transitions in the mono-axial chiral helimagnet driven by the magnetic field, *Phys. Rev. B* 93, 134424 (2016).
- [9] V. LALIENA, J. CAMPO, AND Y. KOUSAKA, Nucleation, instability, and discontinuous phase transitions in the phase diagram of the monoaxial helimagnet with oblique fields, *Phys. Rev. B* 95, 224410 (2017).
- [10] V. LALIENA, Y. KATO, G. ALBALATE, AND J. CAMPO, Thermal fluctuations in the conical state of monoaxial helimagnets, *Phys. Rev. B* 98, 144445 (2018).
- [11] N. JIANG, Y. NII, H. ARISAWA, E. SAITOH, AND Y. ONOSE, Electric current control of spin helicity in an itinerant helimagnet, *Nat. Commun.* 11, 1601 (2020).
- [12] S. ZHANG AND Z. LI, Roles of nonequilibrium conduction electrons on the magnetization dynamics of ferromagnets, *Phys. Rev. Lett.* 93, 127204 (2004).
- [13] A. THIAVILLE, Y. NAKATANI, J. MILTAT, AND Y. SUZUKI, Micromagnetic understanding of current-driven domain wall motion in patterned nanowires, *Europhys. Lett.* 69, 990 (2005).

- [14] C. JIN, S. ZHANG, Q. ZHU, X. LIU, S. CHEN, C. SONG, J. WANG, AND Q. LIU, Current-induced 360° domain wall motion with Dzyaloshinskii-Moriya interaction, *J. Phys. D: Appl. Phys.* 49, 175005 (2016).
- [15] S. A. OSORIO, A. ATHANASOPOULOS, V. LALIENA, J. CAMPO, AND S. BUSTINGORRY, Response of the chiral soliton lattice to spin-polarized currents, *Phys. Rev. B* 106, 094412 (2022).
- [16] V. LALIENA, G. ALBALATE, AND J. CAMPO, Stability of the skyrmion lattice near the critical temperature in cubic helimagnets, *Phys. Rev. B* 98, 224407 (2018).
- [17] J.-I. OHE AND Y. ONOSE, Chirality control of the spin structure in monoaxial helimagnets by charge current, *Appl. Phys. Lett.* 118, 042407 (2021).
- [18] X. ZHANG, J. XIA, O. A. TRETIAKOV, H. T. DIEP, G. ZHAO, J. YANG, Y. ZHOU, M. EZAWA, AND X. LIU, Current-induced helicity switching of frustrated skyrmions on a square-grid obstacle pattern, *J. Magn. Soc. Jpn.* 47, 20 (2023).
- [19] V. LALIENA AND J. CAMPO, Stability of skyrmion textures and the role of thermal fluctuations in cubic helimagnets: a new intermediate phase at low temperature, *Phys. Rev. B* 96, 134420 (2017).
- [20] M. OHKUMA, M. MITO, M. PARDO, Y. KOUSAKA, S. IWASAKI, K. OHISHI, J. AKIMITSU, K. INOUE, V. LALIENA, AND J. CAMPO, New magnetic intermediate state, “b-phase”, in the cubic chiral magnet mnsi, *APL Materials* 10, 041104 (2022).